

完全没水係留浮体のスナップ荷重発生 メカニズムに関する解析的検討

THEORETICAL INVESTIGATION ON SNAP LOADS IN SUBMERGED FLOATING CYLINDERS MOORED BY TENSION LEGS

佐藤太裕¹・星崎心吾²・蟹江俊仁³・三上 隆⁴・

Motohiro SATO, Shingo HOSHIZAKI, Shunji KANIE and Takashi MIKAMI,

¹正会員 博(工) 北海道大学大学院助教 工学研究院北方圏環境政策工学部門
(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

²正会員 修(工) 株式会社コガネイ開発本部 (〒184-8533 東京都小金井市緑町3-11-28)

³正会員 博(工) 北海道大学大学院教授 工学研究院北方圏環境政策工学部門
(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

⁴正会員 工博 北海道大学大学院教授 工学研究院北方圏環境政策工学部門
(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

For a type of “perfectly underwater” structures moored by some tension legs, namely submerged floating structures, the dynamic behaviors of the floating body are expected to involve many severe design and computational problems. In addition, three dimensional motions with six degrees of freedom induced by some external forces like strong waves and earthquakes may be very complex and it is difficult to explain the mechanisms of the behavior accurately. Especially when a tension leg is alternately slack and taut during motion of the floating body, snap loads tend to occur. These are like impact loads that increase sharply to high values when the taut phase begins, and may then decrease sharply.

This paper theoretically predicts the time history behavior of the snap loads in the submerged floating cylinders. The analysis shows that highly nonlinear phenomena can occur.

Key Words : *Submerged floating cylinder, snap load, tension leg, time history analysis, Morrison equation*

1. はじめに

本研究で対象とする完全没水係留浮体とは、浮力を有する円筒状の函体を、係留索（テンションレグ）を用いて水中に安定化させる構造形式を有するものである。将来に向けた具体的な適用例として、海峡横断の新たな手段として考えられている水中浮遊式トンネル^{1),2)}や、エネルギー輸送を目的とした海洋パイプライン^{3),4)}、波浪制御施設などが考えられている。係留浮体では一般的に、大波浪等の外力作用時に浮体の大きな動揺に伴い係留索に張力変動が生じた場合、係留索が引張力を失う（スラック）と、その後の張力回復時にスナップ荷重という準衝撃的な力が作用することが知られている⁵⁾。このような現象は構造物の安全性を大きく損ねる可能性があり、その挙動は強い非線形性を有するものである。本研究では著者らが過去の研究において定式化した、完全没水係留浮体の三次元動揺に対する復元力モデル⁷⁾に対し、係留索の非抗圧縮性を考慮した時刻歴解析手法を開発し、スラック発生後の挙動やスナッ

プ荷重の発生メカニズムについて解析的に予測することを目的とする。

2. 解析モデル

検討対象とする完全没水型係留浮体を図-1 (a)～(d)に示す。係留浮体は4本の係留索（長さ： L_s 、ヤング係数： E 、断面積： A ）を用いて、 xy 平面傾角 α ($0 \leq \alpha < 90^\circ$)、 yz 平面傾角 γ ($0 \leq \gamma < 90^\circ$)、取り付け角度 β ($0 \leq \beta < 90^\circ$)で水中に安定化させた円形断面（半径 R ）を有するものである。また係留浮体は剛体であると仮定する。この係留浮体（質量： m 、軸方向長さ： L ）が水中で安定となるためには、浮力が重力を上回ることが条件となる。また静平衡状態における係留索1本あたりの初期張力 T_p は次式となる。

$$T_p = \frac{(\pi R^2 B - mg) \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \gamma}}{4 \cos \alpha \cos \gamma} \quad (1)$$

3. 定式化

(1) 復元力マトリックスの導出

6自由度の運動，つまり係留浮体重心における水平変位 x (Sway)，鉛直変位 y (Heave)，軸方向変位 z (Surge)， xy 平面回転角 ϕ (Roll)， yz 平面回転角 θ (Pitch)， xz 平面回転角 ψ (Yaw) に対する，浮体重心における係留索による復元力は次式のように誘導される。

$$\{f\} = [K]\{u\} \quad (2)$$

ここで

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & \dots & k_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{61} & \dots & k_{66} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$k_{11} = K_h \quad (4)$$

$$k_{14} = k_{41} = -K_h R \cos \beta \quad (5)$$

$$k_{16} = k_{61} = (K_{h1} + K_{h2} - K_{h3} - K_{h4}) \frac{L}{2} \quad (6)$$

$$k_{22} = K_v \quad (7)$$

$$k_{24} = k_{42} = (K_{v1} - K_{v2} + K_{v3} - K_{v4}) R \sin \beta \quad (8)$$

$$k_{25} = k_{52} = (K_{v1} + K_{v2} - K_{v3} - K_{v4}) \frac{L}{2} \quad (9)$$

$$k_{33} = K_p \quad (10)$$

$$k_{35} = k_{53} = -K_p R \cos \beta \quad (11)$$

$$k_{36} = k_{63} = (K_{p1} - K_{p2} + K_{p3} - K_{p4}) R \sin \beta \quad (12)$$

$$k_{44} = R^2 (K_h \cos^2 \beta + K_v \sin^2 \beta) \quad (13)$$

$$k_{45} = k_{54} = (K_{v1} - K_{v2} - K_{v3} + K_{v4}) \frac{L}{2} R \sin \beta \quad (14)$$

$$k_{46} = k_{64} = (K_{h1} + K_{h2} - K_{h3} - K_{h4}) \frac{L}{2} R \cos \beta \quad (15)$$

$$k_{55} = K_v \frac{L^2}{4} + K_p R^2 \cos^2 \beta \quad (16)$$

$$k_{56} = k_{65} = -(K_{p1} - K_{p2} + K_{p3} - K_{p4}) R^2 \sin \beta \cos \beta \quad (17)$$

$$k_{66} = K_h \frac{L^2}{4} + K_p R^2 \sin^2 \beta \quad (18)$$

(上記以外の k_{ij} は全て0)

$$K_h = K_{h1} + K_{h2} + K_{h3} + K_{h4} \quad (19)$$

$$K_{hi} = \begin{cases} \frac{EA \sin^2 \alpha \cos^2 \gamma + T_p \cos^2 \alpha}{l(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \gamma)} & (T_i / T_p \geq 0) \\ 0 & (T_i / T_p < 0) \end{cases} \quad (20)$$

$$K_v = K_{v1} + K_{v2} + K_{v3} + K_{v4} \quad (21)$$

$$K_{vi} = \begin{cases} \frac{EA \cos^2 \alpha \cos^2 \gamma + T_p (\sin^2 \alpha \cos^2 \gamma + \sin^2 \gamma \cos^2 \alpha)}{l(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \gamma)} & (T_i / T_p \geq 0) \\ 0 & (T_i / T_p < 0) \end{cases} \quad (22)$$

$$K_p = K_{p1} + K_{p2} + K_{p3} + K_{p4} \quad (23)$$

$$K_{pi} = \begin{cases} \frac{EA \sin^2 \gamma \cos^2 \alpha + T_p \cos^2 \gamma}{l(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \gamma)} & (T_i / T_p \geq 0) \\ 0 & (T_i / T_p < 0) \end{cases} \quad (24)$$

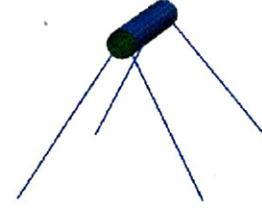


図-1 (a) 解析モデル

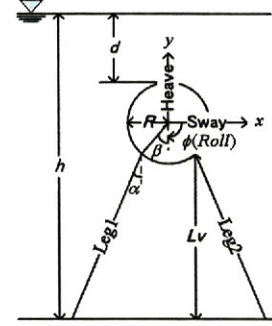


図-1 (b) 解析モデル(End)

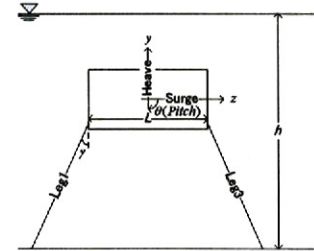


図-1 (c) 解析モデル(Side)

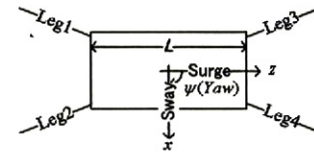


図-1 (d) 解析モデル(Top)

$$K_\phi = k_{44} = R^2 (K_h \cos^2 \beta + K_v \sin^2 \beta) \quad (25)$$

$$K_\theta = k_{55} = K_v \frac{L^2}{4} + K_p R^2 \cos^2 \beta \quad (26)$$

$$K_\psi = k_{66} = K_h \frac{L^2}{4} + K_p R^2 \sin^2 \beta \quad (27)$$

$$\{u\}^T = \{x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi\} \quad (28)$$

(2) 運動方程式の導出

前節において導出された復元力より，係留浮体重心における運動方程式は次式で表される。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C(t)]\{\dot{u}\} + [K(t)]\{u\} = \{F(t)\} \quad (29)$$

ここで

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_\psi \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$I_\phi = \frac{1}{2}mR^2 \quad (31)$$

$$I_\theta = I_\psi = \frac{1}{4}mR^2 + \frac{1}{12}mL^2 \quad (32)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 2h\sqrt{K_I m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2h\sqrt{K_V m} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2h\sqrt{K_P m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2h\sqrt{K_\phi J_\phi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2h\sqrt{K_\theta J_\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2h\sqrt{K_\psi J_\psi} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\{F\}^T = \{f_x \ f_y \ f_z \ f_\phi \ f_\theta \ f_\psi\} \quad (34)$$

式(33)において h は減衰定数である。また右辺外力項は以下の2通りによって評価する。

① $f_x = A_0 \sin \omega_f t, f_y = 0$

固定円柱に作用する波力を求めるモリソン式を、円柱の運動を考慮し動的問題に拡張し、線形化した修正モリソン式

② $\{M + (C_M - I)A_I\}\ddot{u}\} + (C + C_{DR}A_D)\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\}$

$f_x = C_M A_I \ddot{w}_x + C_{DR} A_D \dot{w}_x, f_y = C_M A_I \ddot{w}_y + C_{DR} A_D \dot{w}_y$
ここで

$$\begin{aligned} f_0 &= A_0/mg & (35) \\ \dot{w}_x &= \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh\left\{\frac{2\pi(y+h)}{L}\right\}}{\sinh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)} \sin\left(\frac{2\pi}{L}x - \frac{2\pi}{T}t\right) & (36) \end{aligned}$$

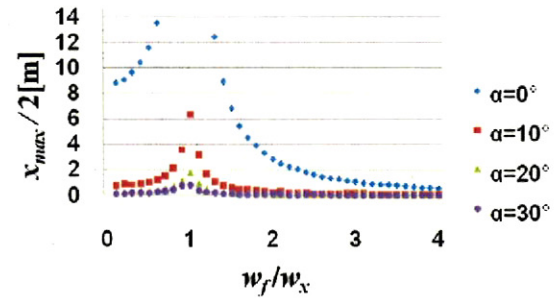
$$\dot{w}_y = -\frac{\pi H}{T} \frac{\sinh\left\{\frac{2\pi(y+h)}{L}\right\}}{\sinh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)} \cos\left(\frac{2\pi}{L}x - \frac{2\pi}{T}t\right) \quad (37)$$

$$\ddot{w}_x = -\frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\cosh\left\{\frac{2\pi(y+h)}{L}\right\}}{\sinh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)} \cos\left(\frac{2\pi}{L}x - \frac{2\pi}{T}t\right) \quad (38)$$

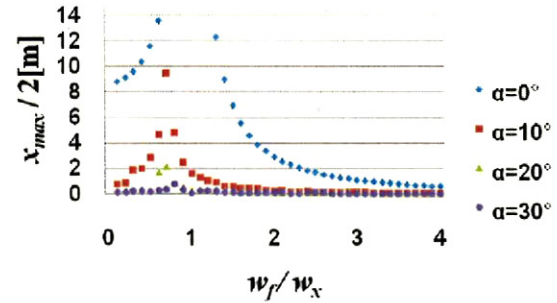
$$\ddot{w}_y = -\frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\sinh\left\{\frac{2\pi(y+h)}{L}\right\}}{\sinh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)} \sin\left(\frac{2\pi}{L}x - \frac{2\pi}{T}t\right) \quad (39)$$

である。

式(29)の運動方程式における係留索の非抗圧縮性を考慮する時刻歴応答は以下のようにして求める。初期状態を静平衡に設定し、全索の結合点変位および張力を各時間ステップで求め、スラック状態への移行およびスラック状態からの回復を判定し、ス



(a) スラックを考慮しない場合



(b) スラックを考慮した場合

図-2 周波数応答

ラック状態、つまり圧縮側の係留索の復元力を零とする。これにより式(29)に復元力に関する非線形性が入ることになる。

4. 解析結果と考察

前章での定式化をもとに、以下に示す条件にて解析を行う。

- (係留浮体)
断面半径 $R = 6.05$ [m], 質量 $m = 2.82 \times 10^6$ [N/m], 浮力 $w = 4.19 \times 10^6$ [N/m], 軸方向長さ $L = 100$ [m]
- (係留索)
ヤング係数 $E = 2.06 \times 10^{11}$ [N/m²], 断面積 $A = 0.09$ [m²]
(モリソン式にて波力評価をする場合の海洋条件)
波周期 $T = 13$ [sec], 水深: 100[m], クリアランス $d = 30$ [m], 減衰定数 $h = 6$ [%]

(1) 周波数応答

図-2 (a) および (b) は Sway 方向に周期外力 $f_x = f_0 \sin \omega_f t$ ($f_0 = A_0/mg$) を与えた場合、つまり外力条件①での、外力周波数の応答曲線である。図-2 (a) は係留索の非抗圧縮性を考慮していない線形の計算結果、図-2 (b) は非抗圧縮性を考慮した非線形の計算結果に対応する。縦軸は Sway 変位の定常振動域の最大振幅の1/2、横軸は外力振動数 ω_f を、各設置角の初期条件での Sway 固有振動数 ω_x で割ったものである。図-2 (a) では $\omega_f/\omega_x = 1$ で共振点をもち、共振の発生によって変位振幅が著しく大きくなって

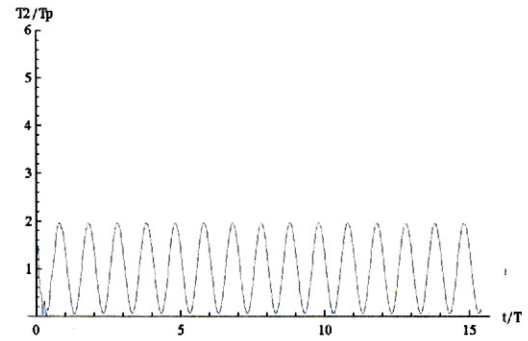
いる。一方、図-2 (b)では $\alpha = 0^\circ$ の場合を除き、 $\omega_f / \omega_x = 1$ より小さい値で変位振幅が大きくなる現象がみられる。これはスラック状態になりづらい $\alpha = 0^\circ$ 以外の条件では、スラックの発生により剛性が小さくなり、初期条件で求めた固有振動数よりも小さい固有振動数になり、 $\omega_f / \omega_x = 1$ よりも小さな値で共振しているためである。

(2) 張力変動

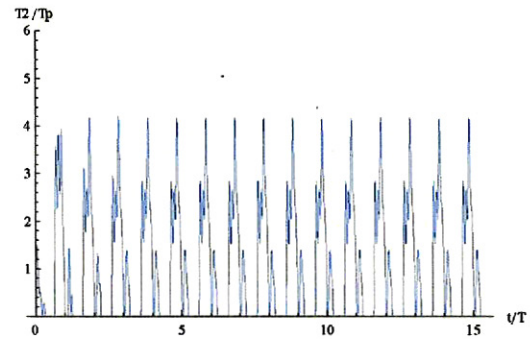
図-3(a), (b)は係留索張力の時刻歴応答解析の結果（縦軸はLeg2の変動張力 T_2 を初期張力 T_p 、横軸は時間を波周期で無次元化）を示したものである。設置角はともに $\alpha = 30^\circ$ 、 $\beta = 45^\circ$ 、 $\gamma = 30^\circ$ で f_0 の値のみを変えている。図-3(a)では変動張力振幅が初期張力とほぼ等しいがスラックは起こらず、外力を与えているSwayとHeave、Swayに連成するRollの変位のみが表れ、張力変動も安定した波形となっている。一方、図-3 (b)では図-3 (a)に対しわずかに外力振幅を増加させた場合に対応するが、図-3 (a)に比べ2倍以上の大きさの張力が発生し、一周期間に複数の衝撃的なスナップ荷重が発生している。このように、わずかに f_0 を大きくしただけで、全く違う挙動を示していることから、外力振幅に対し顕著な非線形性が表れているといえる。

図-4および図-5は、線形化した修正モリソン式によって流体力評価を行った係留索張力の時刻歴解析の結果を示したものである。図-4(a), (b)は設置角 $\alpha = 30^\circ$ 、 $\beta = 45^\circ$ 、 $\gamma = 30^\circ$ 、外力入射角 $\lambda = 30^\circ$ 、入射波高 H の値のみを変えた場合の解析結果である。(a)ではスラックは起こらず、張力変動も安定した波形となっている。一方、(b)ではスナップ荷重が発生し(a)に比べ2倍以上の大きさの張力が発生している。このように、わずかに波高が大きくなっただけで、全く違う挙動を示していることから顕著な非線形性が表れているといえる。

図-5(a), (b)は設置角 $\alpha = 10^\circ$ 、 $\beta = 45^\circ$ 、 $\gamma = 10^\circ$ 、外力入射角 $\lambda = 45^\circ$ 、波高 $H = 9\text{m}$ の条件でのLeg1, Leg2の変動張力 T_1 , T_2 を示したものである。図-4に比べ設置角を小さくしたため外力周期との共振が起こりやすくなり、先ほどよりも小さな波高でスラックが発生している。また、斜めからの外力入射による影響も大きく、図-5 (a)ではスラックによりスナップ荷重が発生しているが、図-5 (b)ではスラックが起こらず張力が小さく抑えられていることがわかる。また図-4(b)と図-5(a)を比較してみると、同じスナップ荷重でもその波形はかなり異なっている。図-4(b)では1周期中に複数の張力ピークが生じているが、図-5(a)ではピークが1周期に1つである。これはスラックを誘発している変位の自由度の数によるものだと考えられる。すなわち図-5(a)は共振を起こしている自由度の影響が強く表れたスナップ荷重、図-4(b)はより多くの自由度の変位が複雑に連成したことによるスナップ荷重であるといえる。これらの結果は、スナップ荷重が係留浮体の三次元的な運動により誘発される場合、その特性が係留形



(a) $f_0 = 0.151$



(b) $f_0 = 0.152$

図-3 係留索張力の時刻歴応答

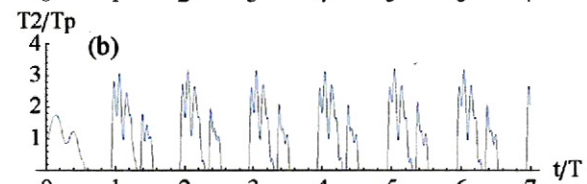
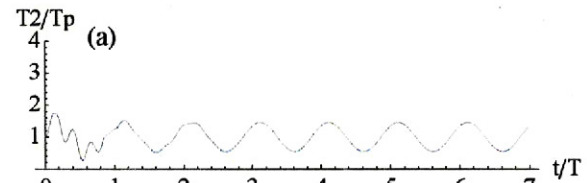


図-4 入射波高の違いによる変動張力の比較
(設置角 $\alpha = 30^\circ$ 、 $\beta = 45^\circ$ 、 $\gamma = 30^\circ$ 、外力入射角 $\lambda = 30^\circ$ 、(a) $H = 13.885\text{m}$ 、(b) $H = 13.887\text{m}$)

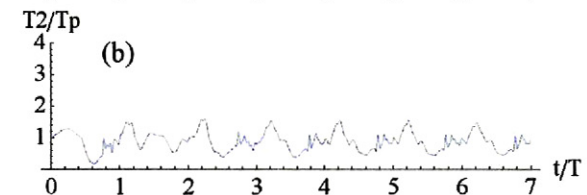
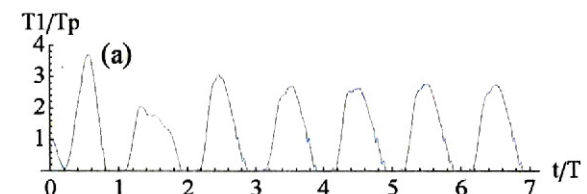


図-5 係留索の違いによる変動張力の比較
(設置角 $\alpha = 10^\circ$ 、 $\beta = 45^\circ$ 、 $\gamma = 10^\circ$ 、外力入射角 $\lambda = 45^\circ$ 、波高 $H = 9\text{m}$ 、(a)Leg1、(b)Leg2の変動張力)

式（係留索の設置角）や波浪入射角により大きく異なる可能性を示唆している。

5. まとめ

本研究は係留索の非抗圧縮性を考慮した時刻歴解析手法を開発し、スラック発生後の挙動やスナップ荷重の発生メカニズムについて解析的に予測することを試みたものである。得られた知見を列挙すると以下の通りである。

（1）係留索に作用する変動張力はスラック状態からの張力回復を考慮した場合、作用外力に対し顕著な非線形性を示す。

（2）三次元的な挙動の中で生じるスナップ荷重は一様ではない。特にある一方向の運動に対する共振が支配的なスナップ荷重と、複数方向の運動の連成による複雑な運動をもたらす変動張力では、その時刻歴波形は大きく異なる。

本研究では係留形式と外力周波数との関係に着目するため、周期外力入射の場合に焦点を当て検討を行った。しかしながら不規則波が入射した場合はその運動は更に複雑な機構を有するものと考えられる。また本構造形式では流体-構造連成に伴う減衰が、挙動に対し支配的な影響を与えると予想される。こ

れらの点が今後の研究課題として挙げられる。

謝辞：本研究の一部は（財）国際科学技術財団2009年研究助成（研究代表者：佐藤太裕）により実施されたものであります。関係各位に厚く御礼申し上げます。

参考文献

- 1) (社) 水中トンネル研究調査会：水中トンネル―第Ⅰ編 計画から設計施工まで，1995.
- 2) (社) 水中トンネル研究調査会：水中トンネル―第Ⅱ編 ケーススタディー，1995.
- 3) Guo, B., Song, S., Chacko, J and Ghalambor, A.: *Offshore Pipelines*, Elsevier, 2005.
- 4) Kyriakides, S and Corona, E.: *Mechanics of Offshore Pipelines*, Elsevier, 2007.
- 5) Plaut, R.H., Archilla, J.C. and Mays T.W.: Snap loads in mooring lines during large three-dimensional motions of a cylinder, *Nonlinear Dynamics*, Vol.23, pp.271-284, 2000.
- 6) 佐藤太裕, 蟹江俊仁, 三上 隆：係留索配置形状が水中係留浮体の動的特性に与える影響の評価, 海洋開発論文集, 第19巻, pp.649-652, 2003.
- 7) 佐藤太裕, 星崎心吾, 蟹江俊仁, 三上 隆：係留索配置形状が完全没水型係留浮体の三次元動揺特性に及ぼす影響, 海洋開発論文集, 第24巻, pp.981-986, 2008.