波浪の極値分布の推定精度の影響を考慮した防波堤の滑動量に関するMCSの条件設定法に関する考察

A STUDY ON THE PARAMETER SETTING METHOD FOR MONTE CARLO SIMULATION IN VIEW OF SLIDING DISPLACEMENT OF BREAKWATERS CONSIDERING THE EFFECTS OF ESTIMATION ACCURACY OF WAVE EXTREME VALUE DISTRIBUTION

長尾毅[1]・佐貫哲朗[2]
Takashi NAGAO and Tetsuro SANUKI

[1]正会員　工博　国土技術政策総合研究所（〒239-0826　横須賀市長瀬3-1-1）
[2]正会員　復建調査設計（株）（〒732-0052広島市東区光町2-10-11）

The estimation accuracy of extreme value distribution of waves is one of the parameters that affects the probability of failure of breakwaters in view of sliding displacement. Authors discussed the method of setting the coefficient of variation of deepwater wave height for the Monte Carlo simulation in the previous study. In this study, authors conducted more cases of Monte Carlo simulation compared to the previous study and proposed the more precise setting method of coefficient of variation of deepwater wave height for Monte Carlo simulation in accordance with the arbitrary target confidence level of failure probability.

Key Words : *reliability-based design, extreme value distribution, Monte Carlo simulation, design wave height*

1．はじめに

防波堤の波浪に対する信頼性設計において考慮する確率変数の一つに沖波波高の推定精度があり，この変動係数（以下 V_{H0} と記述）を 0.1 とすることが標準的である．しかしながら，沖波波高の推定精度は再現期間により異なる[1]ため，設計供用期間中の様々な再現期間の波浪を考慮する防波堤の滑動量に関する破壊確率（以下，破壊確率と記述）をモンテカルロシミュレーション（以下，MCS と記述）によって評価する[2]場合には注意を要する．

滑動量に関する破壊確率の算定に用いる沖波波高の変動係数の設定方法については既に研究事例があり，式(1)が提案されている[1]．

$$V_{H0} = -0.332 - 0.002N + 0.612P_{ft} + 0.096(h_b / h) \quad (1)$$

ここで，N：波浪の統計年数（年），P_{ft}：破壊確率の超過確率の目標値，h_b/h：砕波水深と堤前水深の比である．

ただし，既往の研究は限られたデータ数での議論であったことや，破壊確率とその他のパラメータとの相関などについては精査されていないため，本研究ではより数多くのデータを用いて精度を高めるとともに，破壊確率とその他のパラメータとの相関などについても精査を行い，破壊確率の信頼度（超過確率）を任意の目標値とするための MCS における V_{H0} の検討を行うことを目的とする．

2．破壊確率の分布と特性

全国の代表的な波浪 18 ケースの極値分布をもとに極値統計解析の MCS を実施し，各々のケースについて波浪の統計年数ごとに 10 万個の極値分布（以下，推定極値分布と記述）を別途求めており[3]，本研究ではこの結果を用いた．

始めに，前述の 18 ケースから条件の偏りの無いよう**表-1** に示す 9 ケースを抽出した．表中の h_b/h は砕波水深 h_b と堤前水深 h の比であり，値が大きいほど砕波の影響が大きい条件であることを示す．また，**表-1** に示すケース No.は文献 3) における

表-1　検討ケース

ケース No.	母分布関数	形状母数 (k)	尺度母数 (A)	位置母数 (B)	h_b/h
1	ワイブル	1.40	1.545	5.177	1.00
2	ワイブル	1.40	2.168	6.697	1.26
5	ワイブル	1.00	0.994	5.511	0.86
6	ワイブル	1.40	2.395	4.154	1.40
7	ワイブル	2.00	4.604	1.984	0.97
8	ワイブル	1.00	1.187	4.257	1.37
9	ワイブル	2.00	4.721	1.355	1.22
10	ワイブル	2.00	4.908	0.952	1.54
14	ワイブル	1.25	0.875	0.896	1.06

ケース No.であり，比較しやすいようにナンバリングについてはそのままにしている．

抽出した 9 ケースについて**表-1** に示す極値分布を真の極値分布と仮定し，V_{H0}=0 の条件で耐用年数 50 年間の累積滑動量が 30cm を超過する確率を MCS により算出し，これを真の破壊確率 P_f とした．次に，前述の推定極値分布について V_{H0} を 0～0.4 の 0.1 刻みで変化させた MCS を実施し，その結果を破壊確率推定値 P_{fMCS} とした．なお，推定極値分布の全てについて破壊確率を評価すると検討ケース数が膨大となるため，極値分布の指標である 50 年確率波高および裾長度 [4] の分布に偏りが無いよう，

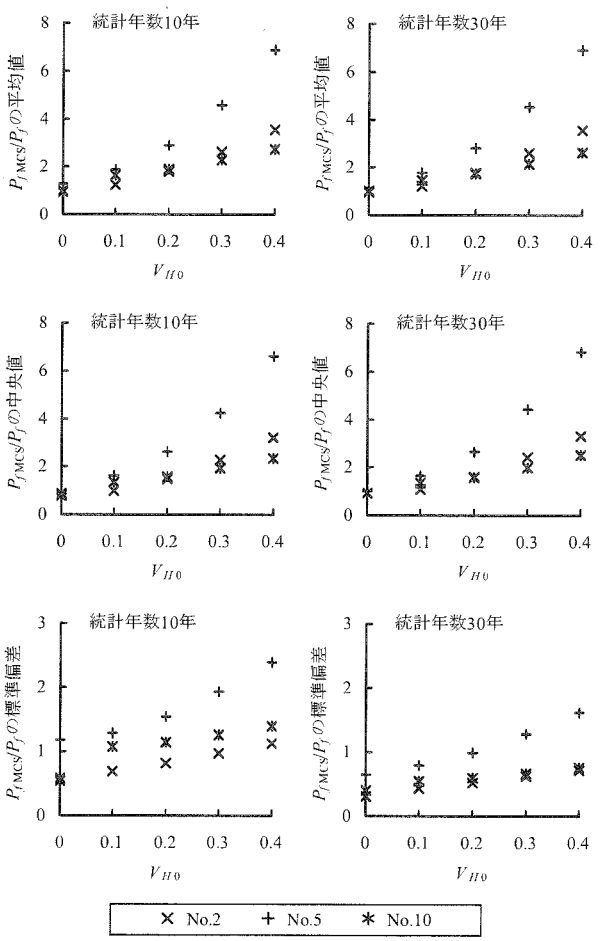

図-1　P_{fMCS}/P_fの計算結果

50 年確率波高の確率分布の累積値が 0.05～0.95 の 0.05 刻みの 19 の各ランクについて，裾長度の異なる推定極値分布を V_{H0}=0 では 190 個，V_{H0}=0.1～0.4 では 57 個を抽出した．また，既往の研究では，V_{H0}=0.1～0.4 では，50 年確率波高の確率分布の累積値が 0.1～0.9 の 0.1 刻みの 9 ランクについて裾長度の異なる 27 個の推定極値分布を抽出している．

図-1 に破壊確率推定値と真の破壊確率の比である P_{fMCS}/P_f の平均値，中央値および標準偏差の例を示す．平均値，中央値，標準偏差とも V_{H0} が大きいほど大きくなり，平均値は中央値より小さい．統計年数の違いによる差は平均値，中央値についてはごく僅かであるが，標準偏差は統計年数が長いほうが明瞭に小さくなっており，ばらつきが減少していることが分かる．**図-2** に P_{fMCS}/P_fのヒストグラムの例を示す．P_{fMCS}/P_f の分布は図中に実線で示した対数正規分布に近く，P_{fMCS}/P_f が大きい側に裾の長い分

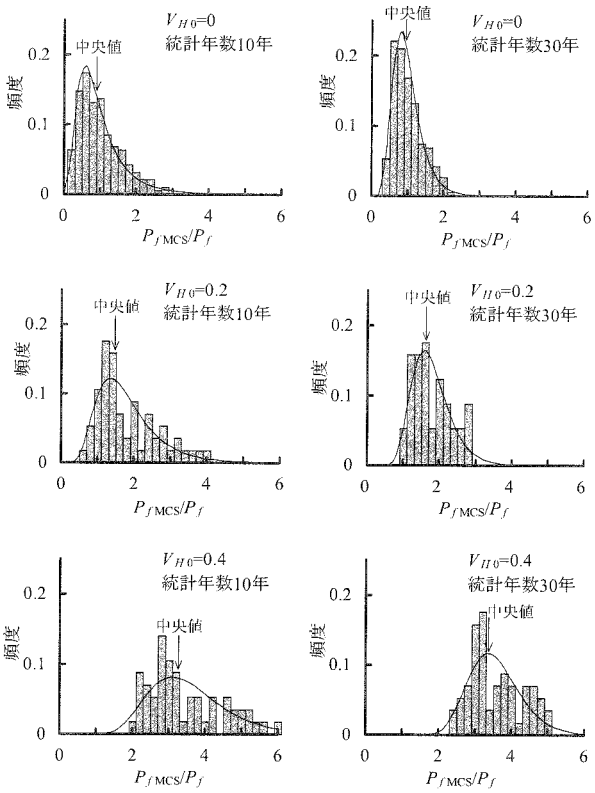

図-2　P_{fMCS}/P_fの分布（ケースNo. 2）

表-2　V_{H0}=0.1 における P_{fMCS}/P_fの中央値

ケース No.	統計年数	
	10 年	30 年
1	1.20	1.23
2	0.98	1.07
5	1.61	1.63
6	1.34	1.27
7	1.37	1.21
8	0.98	1.10
9	1.06	1.12
10	1.34	1.36
14	1.20	1.08
平均	1.23	1.23

布となっている．このため**表-2** に示すように，V_{H0} の標準値である 0.1 の場合には，P_{fMCS}/P_f の中央値が 1 を下回るケースもあり，危険側の評価となるケースが多い場合があることがわかる．

図-3 に真の形状母数 k と P_{fMCS}/P_f の平均値の相関を示す．ばらつきは大きいが，k が大きいほど P_{fMCS}/P_f の平均値は小さくなる傾向がある．これは，**図-4** に示すように，k が大きくなるに従い，推定極値分布による 50 年確率波高 (H_{50MCS}) と真の 50 年確率波高 (H_{50}) の比の平均値と中央値の差が小さくなるためと考えられる．即ち，k が小さい範囲では H_{50MCS}/H_{50} の分布は右側（値の大きい側）に裾の広い分布となっており，非常に大きな波高が評価されやすいが，k が大きくなるにつれて分布の右側の裾が狭くなり，極端に大きな波高が評価されにくくなっていると考えられる．

図-5 に h_b/h と P_{fMCS}/P_f の平均値の相関を示す．k と同様に h_b/h が大きいほど P_{fMCS}/P_f の平均値は小さくなる傾向にある．これは，砕波の影響が大きくなると堤前波高の最大値が砕波波高に制限されるため，極値分布推定の誤差の影響度合いが低下するためと考えられる．ただし，$h_b/h>1.2$ の範囲では h_b/h の増加に伴う P_{fMCS}/P_f の低下の割合が減少する．これは，極値分布推定の誤差の影響度合いが一定の割合で残っているためと考えられる．

表-3 に k および h_b/h と P_{fMCS}/P_f の相関係数を示す．k との相関は比較的低いが，V_{H0} が大きく統計年数が長いほど高くなる．一方，h_b/h との相関は V_{H0}=0.1 を除き比較的高く，V_{H0} が 0.2 以上では V_{H0} が大きいほど相関も高くなる．また，統計年数が長い方が相関は低い．

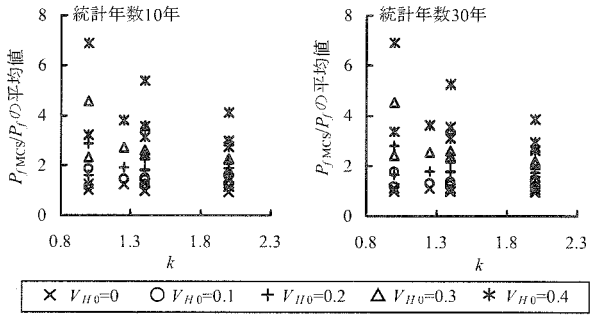

図-3 kとP_{fMCS}/P_fの相関

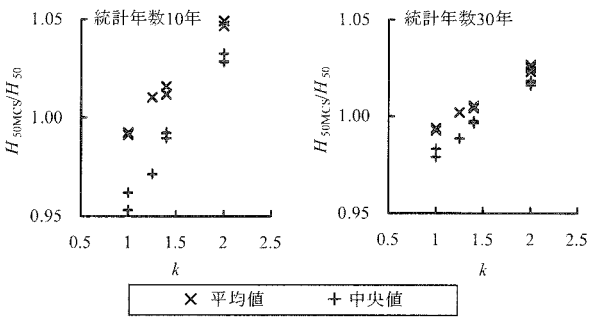

図-4 kとH_{50MCS}/H_{50}の相関

極値分布の推定精度の指標として極値統計解析時の母数推定における決定係数がある．**図-6** に推定極値分布の決定係数と P_{fMCS}/P_f の相関の例を示す．両者の相関は認められず，決定係数の破壊確率への影響は一定の傾向を示すものではないことがわかる．

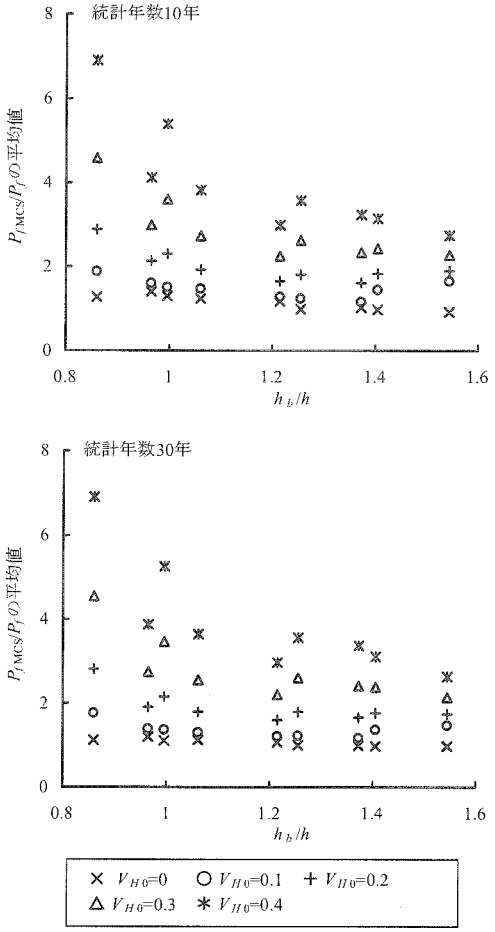

図-5 h_b/hとP_{fMCS}/P_fの相関

表-3 kおよびh_b/hとP_{fMCS}/P_fの相関係数

	統計年数	V_{H0}=0	V_{H0}=0.1	V_{H0}=0.2	V_{H0}=0.3	V_{H0}=0.4
k	10 年	0.05	0.04	-0.30	-0.44	-0.48
	30 年	0.09	-0.17	-0.44	-0.51	-0.53
h_b/h	10 年	-0.92	-0.47	-0.73	-0.81	-0.83
	30 年	-0.91	-0.43	-0.70	-0.77	-0.80

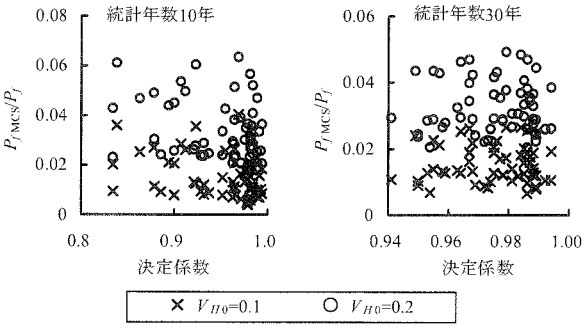

図-6 決定係数とP_{fMCS}/P_fの相関（ケースNo. 2）

3．破壊確率の超過確率

前項で述べたように，推定極値分布による破壊確率は真の破壊確率に対して大きなばらつきを有しており，真の極値分布による破壊確率を正確に評価することは困難である．設計実務の観点からは破壊確率を安全側に評価する方法を構築することが重要であるため，次に，破壊確率の信頼度（超過確率）について議論を行う．

図-7 に V_{H0} と P_{fMCS} の P_f 超過確率（以下，超過確率と記述）の相関を示す．V_{H0} が大きいほど超過確率は大きくなり，超過確率が 0.9 程度未満の範囲では V_{H0} と超過確率の関係は概ね線形である．V_{H0} の標準値である 0.1 の場合，超過確率の平均値は統計年数 10 年で 59%，統計年数 30 年で 66%であり，危険側の評価となる事例が比較的多く，V_{H0}=0.2 の場合には概ね 80%程度以上の超過確率が期待できるが，統計年数 10 年ではケースによっては 65～70%程度の超過確率しか期待できないことがわかる．また，波浪の統計年数が長いほど超過確率は大きくなる．これは，**図-2** に示したように統計年数が長くなると推定破壊確率の精度が高くなるためである．

図-8 に h_b/h と超過確率の相関を示す．V_{H0} が 0.3 以上では超過確率が 1.0 のケースが多くなるため明瞭な相関は無くなるが，V_{H0}=0.1 および V_{H0}=0.2 では，P_{fMCS}/P_f と同様に h_b/h=1.2 付近を境界にして傾向が異なり，$h_b/h<1.2$ では負，$h_b/h>1.2$ では正の相関が見られる．**図-5** に示したように，破壊確率の比の平均値は $h_b/h>1.2$ の領域で概ね一定であった．破壊確率の比の平均値が一定でありながら超過確率が増加するということは，極端に大きな破壊確率を示すケースが減少しつつ，真の破壊確率を上回るケースが増加していることを意味しており，極値分布の推定誤差の影響と砕波の影響を共に受けた結果であると考えられる．また，V_{H0}=0 の条件では明瞭な相関は認められない．

図-9 には h_b/h と超過確率の差分 ΔP_f の相関を示す．ここで，ΔP_f は V_{H0} の増加 0.1 に対する超過確率の増分である．また，ケース 1 は本研究の結果，ケース 2 は既往の研究の結果である．ケース 2 に比べてケース 1 では特に $h_b/h>1.2$ での ΔP_f のばらつきが大きくなっていることがわかる．また，**表-4** に示すように，ケース 1 の統計年数 30 年の場合の相関係数は非常に小さく，ほぼ無相関であることが

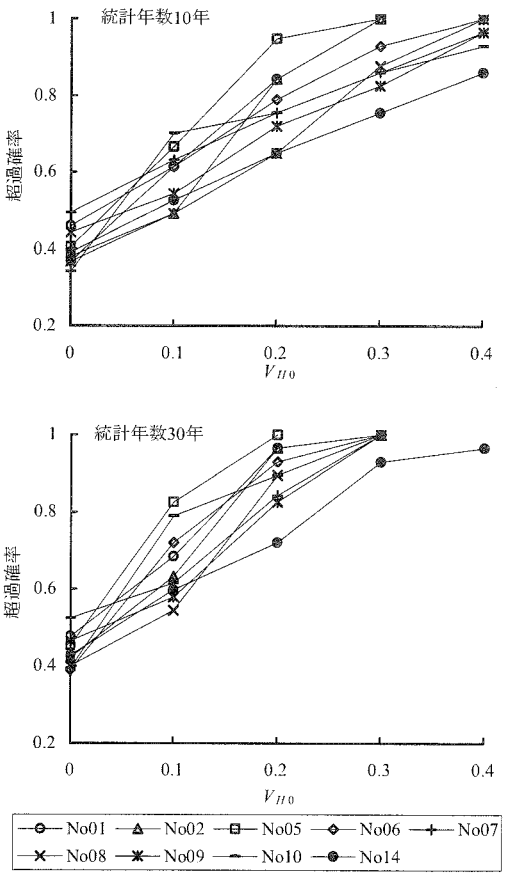

図-7 V_{H0}と超過確率の相関

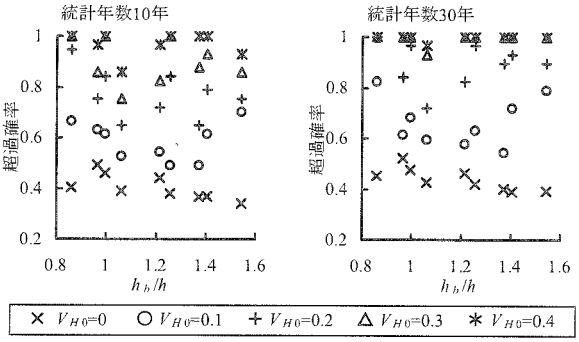

図-8 h_b/hと超過確率の相関

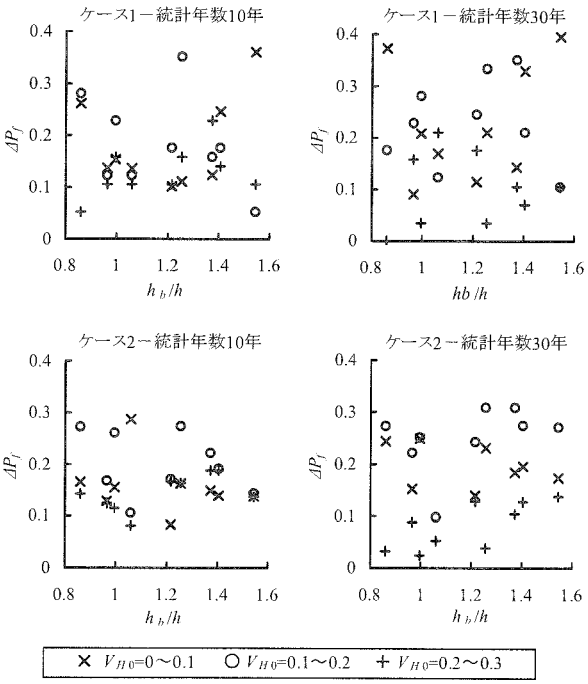

図-9 h_b/hとΔP_fの相関

表-4　h_b/hとΔP_fの相関係数

	統計年数	V_{H0}=0～0.1	V_{H0}=0.1～0.2	V_{H0}=0.2～0.3
ケース1	10年	0.34	-0.37	0.45
	30年	0.27	0.02	0.09
ケース2	10年	-0.26	-0.27	0.55
	30年	-0.35	0.39	0.74

判明した．これらは，前述のように V_{H0}=0 および 0.3 以上で超過確率と無相関，V_{H0}=0.1 および V_{H0}=0.2 で h_b/h=1.2 を閾値として超過確率との相関が複雑であるためと考えられる．以上のことから，既往の研究における沖波波高の変動係数の設定式（式(1)）では，h_b/h と超過確率の相関が過大に評価されているものと考えられる．

4．沖波波高の変動係数の設定式

以上の考察をふまえ V_{H0} を目的変数，統計年数，破壊確率の超過確率および h_b/h の 3 つを説明変数として回帰分析を行い，任意の超過確率の目標値に対する滑動量の MCS における V_{H0} の算定式として式(2)を得た．

$$V_{H0} = a + b \cdot N + c \cdot P_{ft} + d(h_b / h) \qquad (2)$$

ここで，a～d：**表-5** に示す係数で，その他は式(1)と同様である．この回帰式の形式については，線形以外の回帰式を設定することも考えられるが，例えば左辺を $\log V_{H0}$ とするなど，他の形式を採用した場合でも推定精度に大きな差はみられなかったことから，本研究では線形の回帰式を用いた．最適な回帰式の形式については今後の課題としたい．表-5 には，前述の結果を踏まえて P_{ft}<0.9 の範囲で回帰したケース 1，全範囲で回帰したケース 2，既往の研究によるケース 3 の 3 ケースについて示している．また，**図-10** には**表-1** の 9 ケースに対して式(2)により算定された V_{H0cal} の平均値と中央値を示す．これより，V_{H0}≦0.2 の範囲ではケース 1 の精度が高く，V_{H0}≧0.3 の範囲ではケース 2 の精度が高いことがわかる．これは**図-7** に示したように，V_{H0}≧0.3 では統計年数 10 年の場合でもほとんどのケースで超過確率は 0.8 を上回り，統計年数 30 年では 1 ケースを除いて超過確率は 1.0 であるためである．ただし，通常の防波堤では信頼度を 1.0 のような大きな値に設定することはなく，0.6～0.8 程度が妥当と考えられるため，通常の防波堤ではケース 1 を用い，背後に危険物が存在するなど非常に重要な防波堤でのみケース 2 を用いることが妥当であると考えられる．既往の研究によるケース 3 との比較では，V_{H0}≦0.2，全範囲の何れも本研究の結果が良い精度である．このため，仮に既往の研究のデータを用いて P_{ft}<0.9 の範囲で回帰を行ったとしても，本研究による算定式の方が良い精度となると考えられる．

表-5　V_{H0}回帰式の係数

		a	b	c	d
ｹｰｽ1	(P_{ft}<0.9)	-0.184	-0.002	0.523	0.017
ｹｰｽ2	(P_{ft}≦1.0)	-0.250	-0.002	0.592	0.034
ｹｰｽ3	(既往の研究)	-0.332	-0.002	0.612	0.096

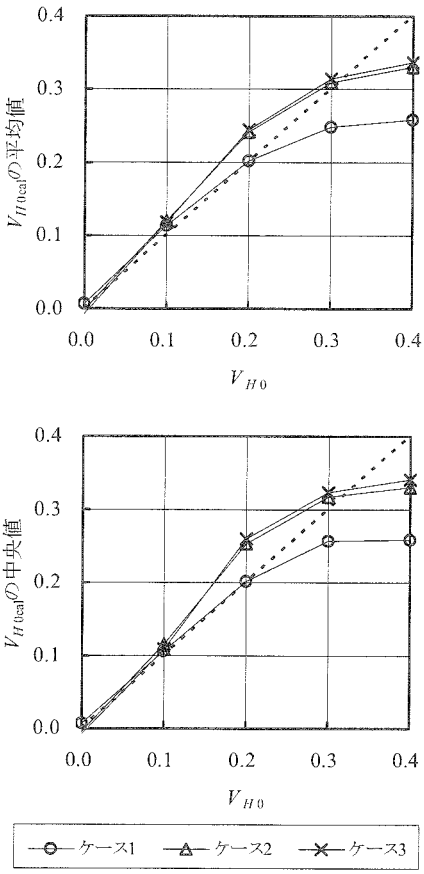

図-10　V_{H0}回帰式の精度

さらに，h_b/h の回帰係数を見ると，ケース 1 で 0.017，ケース 2 で 0.034 と既往の研究で設定された 0.096 に比べて小さくなっている．これは，検討ケース数を増加させたことにより，h_b/h と超過確率の非線形性が明瞭となったことなどから，特にケース 1 では回帰を区分に分割して行ったことにより，既往の研究では過大に評価されていた h_b/h の影響が修正されたものと考えられる．**図-9** に示したように，h_b/h と超過確率の関係は V_{H0}=0.1 および 0.2 の条件では h_b/h=1.2 程度を境界として相関の正負が逆転するがそれ以外の V_{H0} についてはそのような傾向が見られないなど，非常に複雑であり，両者の相関を適切に表現する関数を設定することは困難である．このため本研究では線形の関係を用いたが，h_b/h を説明変数に加えることで V_{H0} の算定精度は若干良くなることを確認している．

表-1 の 9 ケースについて，前述と同様の 57 個の推定極値分布に対して式(2)により設定された V_{H0cal}

を適用し MCS を実施した結果を**表-6** に示す．各ケースとも平均的には，統計年数 10 年では目標値より大きめ，統計年数 30 年では目標値より小さめの超過確率となったが，概ね良好な結果であると考えられる．また，超過確率の目標値が 0.9 の場合の分散は，ケース 1 に比べてケース 2 の方が小さくなっており，回帰の区分が適切に反映されているものと考えられる．ただし，ケース 1 とケース 3 の比較では，統計年数 10 年の場合はケース 1 の方が分散が小さく精度は良いが，統計年数 30 年の場合はケース 3 の方が分散が小さいなど，若干の問題点を有している．これは，統計年数に関する係数の有効数字などが原因と考えられ，今後の課題である．

5．まとめ

本研究では，防波堤の滑動に関する破壊確率の信頼度（超過確率）を任意の目標値とするための MCS における V_{H0} の設定方法について検討した．

本研究による主要な結論は以下である．

①滑動量に関する破壊確率は波浪の統計年数や砕波の影響度と相関があり，母数推定における決定係数との相関は認められない．

②砕波の影響度と破壊確率の超過確率の相関は既往の研究における評価より低いことが判明した．

③防波堤の滑動に関する破壊確率の信頼度（超過確率）を任意の目標値とするための MCS における V_{H0} の設定方法を示した．本研究による設定により，既往の研究よりも良い精度で信頼度を達成できることを確認した．

謝辞：本研究では，前(独)港湾空港技術研究所・下迫健一郎氏が作成された防波堤の滑動量に関する破壊確率の算定プログラムを提供頂き，これを改良したものを用いました．ここに深く感謝の意を表します．

表-6 超過確率計算結果

統計年数	超過確率目標値	ケース	平均値	変動係数	目標値に対する分散
10年	0.7	ｹｰｽ1	0.743	0.106	0.0080
		ｹｰｽ2	0.752	0.097	0.0081
		ｹｰｽ3	0.754	0.101	0.0088
	0.8	ｹｰｽ1	0.836	0.119	0.0113
		ｹｰｽ2	0.852	0.113	0.0119
		ｹｰｽ3	0.865	0.109	0.0132
	0.9	ｹｰｽ1	0.893	0.094	0.0071
		ｹｰｽ2	0.904	0.092	0.0070
		ｹｰｽ3	0.922	0.095	0.0081
30年	0.7	ｹｰｽ1	0.657	0.123	0.0084
		ｹｰｽ2	0.661	0.111	0.0069
		ｹｰｽ3	0.669	0.073	0.0033
	0.8	ｹｰｽ1	0.768	0.105	0.0076
		ｹｰｽ2	0.791	0.111	0.0078
		ｹｰｽ3	0.791	0.099	0.0062
	0.9	ｹｰｽ1	0.858	0.107	0.0102
		ｹｰｽ2	0.869	0.106	0.0094
		ｹｰｽ3	0.885	0.100	0.0080

参考文献

1) 長尾毅，佐貫哲朗：防波堤の滑動量に関する破壊確率に対する波浪の極値分布の推定精度の影響，海岸工学論文集，第 56 巻，pp. 941-945，2009.
2) 下迫健一郎，高橋重雄：期待滑動量を用いた混成防波堤直立部の信頼性設計法，港湾技術研究所報告，Vol. 37，No. 3，pp. 3-30，1998.
3) 長尾毅，佐貫哲朗：波浪の統計期間と設計沖波波高の推定精度の相関に関する研究，海洋開発論文集，第 25 巻，pp. 227-232，2009.
4) 合田良実：設計波高に係わる極値統計分布の裾長度パラメータとその意義，海岸工学論文集，第 49 巻，pp. 171-175，2002