

Adaptive Mesh Refinementによる 高解像津波シミュレーション

Application of Adaptive Mesh Refinement to Tsunami Simulation

渡部靖憲¹・小玉努²
Yasunori WATANABE and Tsutomu KODAMA

¹ 正会員 博(工) 北海道大学大学院准教授 工学研究科環境フィールド工学専攻 (〒060-8628 札幌市北区北13西8)

² 学生会員 北海道大学大学院 工学研究科環境フィールド工学専攻 (〒060-8628 札幌市北区北13西8)

Adaptive mesh refinement (AMR) is one of the powerful computational tools to enhance local computing resolution at less costs. In this paper, computational performances of AMR for tsunami simulations were examined through computational tests for long wave propagation initiated by collapse of the water column on still water in terms of the accuracy and computational cost. AMR was also applied to a practical tsunami evolution — 2003 Tokachi-oki earthquake tsunami, which was compared with measured water elevation for examining the certainties of this method. It was found through the numerical tests that the present method is capable of efficiently performing reliable computations of tsunami propagation at high resolution.

Key Words: Adaptive Mesh Refinement, tsunami, computation

1. はじめに

2004年スマトラ沖地震津波発生時に、津波が家屋、自動車等押し流しながら住宅地を遡上する被災映像が世界中へ配信され、地形や都市構造などに依存した局所的な流況が被災を拡大することが再認識させられ、リアルタイムでより局所的な津波予測をもとにしたハザードシステムの構築が期待される。

津波計算は、現状の長波型モデルで十分な再現性が期待できる一方、津波(数十Km)のスケールと沿岸・臨海域の局所地形に応じて急変する流れのスケール(数m)は大きく異なり、局所流を解像する計算グリッドで津波スケールを解くためには莫大な計算時間が必要であり、迅速な予測、再現が困難である。

一方、Adaptive Mesh Refinement(以後 AMR と略記)は、動的に計算グリッドの細分化あるいはグリッドの合体を行うことにより、計算すべき物理量の急変部にのみ対して高解像度で計算を行うと同時に計算効率を向上させる計算手法であり、特に高解像計算が必要となる圧縮性流体の衝撃波面や気液界面近傍の流れの再現等に応用され注目されてきた¹⁾²⁾。この方法は、従来高解像計算に必要であった部分的に細分化する様な格子形成が不要であり、ユーザーが設定した物理量に対する閾値に応じて必要な個所に対して必要な時にグリッドの細分化が行われるため、非常に効率的な計算を可能とする。本研究は、このマルチスケール波浪場を効率的に再現可能な動的なグリッド細分化を行う AMR を津波計算に適用し、その有効性、実用性と信頼性を

議論するものである。

2. 計算方法

本研究では、水位の空間勾配を閾値として計算グリッドを細分化、粗視化を動的に行う AMR により、急変する流況に対して小グリッド、変動の少ない海域は粗いグリッドで効果的に津波計算を行う。以下に、AMR の基本的特徴と計算法について概説する。

(1) Adaptive Mesh Refinement

AMR は、マルチスケールの流れに関する諸物理量を時間変化や空間変化に応じて計算ブロック及びグリッドの細分化を行う手法である。時間変化に応じて予め設定した閾値に応じて、動的に分割と結合を繰り返すグリッド系を形成できるため、高速高解像度計算が望まれている背景のもと、注目されているスキームの一つである。AMR では、実際に差分計算を行う多数のグリッドから構成される計算ブロックによって計算領域がカバーされる。最も大きいブロックは計算領域全体であり(ブロック分割レベル1)、レベルの増加に対してブロックが4分割される quad-tree 構造をもつ(図-1参照)。各ブロックに含まれる計算グリッド数は不変であり、含まれる計算グリッドもまた 1/4 のサイズとなり解像度が4倍となる。ブロック分割あるいは結合を決定するパラメータは水位、流速、あるいはそれらの勾配など任意の変数で与えることができ、その閾値に

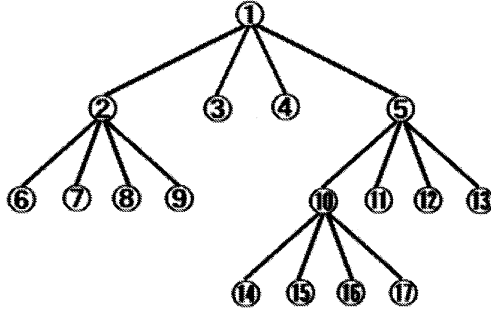
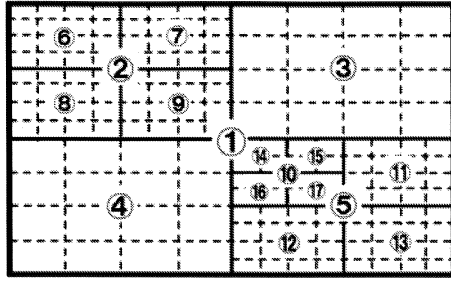


図-1 quad-tree によるグリッドの細分化 (上), と quad-tree の原理の概念図 (下). 上図のグリッド番号は, 下図の分割レベルに対応する.

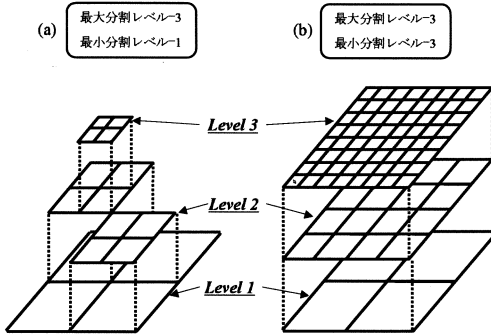


図-2 最大分割レベルと最小分割レベルの定義

計算解像度, 計算負荷及び効率が依存することになる. quad-tree 構造をもつことから, 各レベルにおけるブロックの再分割は同一のサブルーチンを使って行うことができる. ブロック間の変数のやり取りは, 代数方程式による内挿あるいは外挿によって行う. また, 図-2 に示すように最大分割レベルおよび最小分割レベルを適宜設定することによって, 諸物理量の時間や空間的に変化の大きい箇所のみ計算ブロックの細分化が可能となる. よって, 最大, 最小分割レベルを予め与えることで, 取得すべき解像度及び計算コストに応じた計算を可能とする.

本研究では, 並列計算用 AMR ライブラリである PARAMESH³⁾⁴⁾を導入して次に説明する長波計算を行った.

(2) 支配方程式

津波の伝播は次の長波方程式と連続式に支配される.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \nabla) u = -g \nabla \eta + v_h \nabla^2 u \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot (u(h + \eta)) = 0 \quad (2)$$

ここで, 流速 u' を使って, 平均流速 $u = \frac{1}{h+\eta} \int_{-h}^0 u' dz$ と定義される. η は水位変動, h は水深, v_h は水平運動量拡散係数である. なお, 海底の摩擦, コリオリ力を無視している. 多段階分離解法により移流項, 圧力項, 粘性項をそれぞれ分離し, 次のような離散式が得られる.

$$u^* = u^n - \Delta t g \nabla \eta^{n+1} \quad (3)$$

$$u^{n+1} = u^* + \Delta t v_h \nabla^2 u^* \quad (4)$$

$$\frac{Du^{n+1}}{Dt} = 0 \quad (5)$$

$$\eta^{n+1} = \eta^n - \Delta t \nabla \cdot (u^* h) \quad (6)$$

$$\frac{D\eta^{n+1}}{Dt} = 0 \quad (7)$$

式 (3) に h を乗じ, 発散をとると,

$$\nabla \cdot (u^* h) = \nabla \cdot (u^n h) - \Delta t g \nabla \cdot (h \nabla \eta^{n+1}) \quad (8)$$

これを式 (6) に代入すると, 次式を得る.

$$\Delta t g \left(\frac{\partial}{\partial x} h \frac{\partial \eta^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} h \frac{\partial \eta^{n+1}}{\partial y} \right) = \nabla \cdot (u^n h) + \frac{\eta^{n+1} - \eta^n}{\Delta t} \quad (9)$$

この式に対して差分化を行い, 次のように整理する.

$$\begin{aligned} \eta_{ij}^{n+1} = & \left(\eta_{i+1,j}^{n+1} \left(\frac{h}{\Delta x^2} + \frac{\partial h}{\partial x} \frac{1}{2\Delta x} \right) + \eta_{i-1,j}^{n+1} \left(\frac{h}{\Delta x^2} - \frac{\partial h}{\partial x} \frac{1}{2\Delta x} \right) \right. \\ & + \eta_{i,j+1}^{n+1} \left(\frac{h}{\Delta y^2} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{1}{2\Delta y} \right) + \eta_{i,j-1}^{n+1} \left(\frac{h}{\Delta y^2} - \frac{\partial h}{\partial y} \frac{1}{2\Delta y} \right) \\ & \left. - \frac{1}{\Delta t g} (\nabla \cdot (u^* h) - \frac{\eta^n}{\Delta t}) \right) / \left(\frac{2h}{\Delta x^2} + \frac{2h}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta t^2 g} \right) \quad (10) \end{aligned}$$

ここで, i, j はそれぞれ x, y 軸に沿う離散グリッド番号である. この式について各タイムステップでの逐次計算により水位の自動補正を行い, 式 (3), (4), (5), (7) のシステムを解くことにより, 誤差の増幅が顕著であり通常高次計算法が必要な双曲型の 2 方程式システム式 (1) と (2) を評価できる. さらに, 式 (4) と (9) に対しては予測子修正子法, 式 (5) と (7) の移流計算については CIP 法を適用した. AMR において, この計算は細分化される計算ブロック内を等間隔で分割するグリッド上で行われる. なお, 本計算では, 1 ブロックあたり 100 個の計算グリッドを配置し計算を行った. 全ての変数は重力加速度と代表水深で無次元化されている.

(3) 計算条件

本研究では, 2 種類の計算水域に対する津波の伝搬計算を行った. AMR の基本的な性能と計算効率を明らかにするため, 一様水深の矩形水槽の中央で矩形水柱を開放し, 計算ブロックの細分化及び結合閾値, 分割レベルをパラメータとし (表-1 参照), その伝搬を通した解像度, 計算時間を調査した (図-3 参照).

応用計算例として, 2003 年十勝沖地震津波の再現計算を行った. この時の海底地形は約 600m 間隔のデジタ

表-1 試験計算における AMR ブロックパラメータ

case	最大分割 レベル	最小分割 レベル	細分化閾値 (水位勾配)	結合閾値 (水位勾配)
1	10	1	0.1	0.01
2	5	5	0.1	0.01
3	6	6	0.1	0.01
4	7	7	0.1	0.01
5	7	1	0.1	0.01
6	7	5	0.1	0.01
7	7	5	0.1	0.02
8	7	5	0.1	0.05

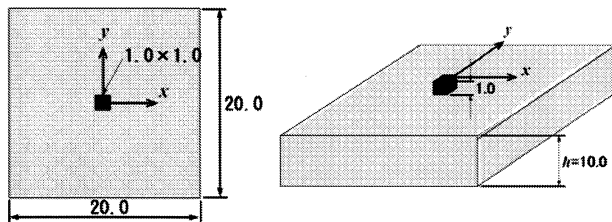


図-3 水柱崩壊試験計算領域. 平面図(左), 投影図(右)

ルグリッド水深データ (TopoView) を入力し, 国土地理院発表の断層変位モデルによる海底変位を初期水位として与えた (図-4 参照). 本計算では, AMR の基本的特徴の調査を目的としているので, 将来的に有効と考えられる津波の遡上域の計算を行っていない. すなわち汀線において不透過スリップ条件を境界条件として与えている. AMR では, 地形や水深分布は細かな全てのグリッドデータを与える必要はなく, ブロックの解像度に応じて計算に必要な領域の水深のみを与える. つまり, 波の到達していない領域ではブロック解像度は低いので水深についても粗い間隔で入力可能であり, 波浪の到来時にのみ高解像度水深データをもとに計算を行うことができ, 合理的である (図-10 参照). このケースに対しては, 最大, 最小分割レベルをそれぞれ 10 と 1 に, 水位勾配に対する細分化, 粗視化閾値をそれぞれ 1.0, 0.2m に固定して計算を行った.

なお, 両ケースとも開境界条件として流速のゼロ勾配条件を与えた.

3. 計算結果

(1) 矩形水槽での水柱崩壊試験計算

図-5 は, case5 における矩形水柱崩壊後の水位変化を表したものである. なお, 莫大な数の全てのグリッド上の結果の図化は大きな負荷となったので, 今後示す結果はブロック内の全グリッドの平均水位を図化している. つまり, 本来の計算はさらに高解像で行われていることに注意する必要がある. 崩壊と同時に波が放

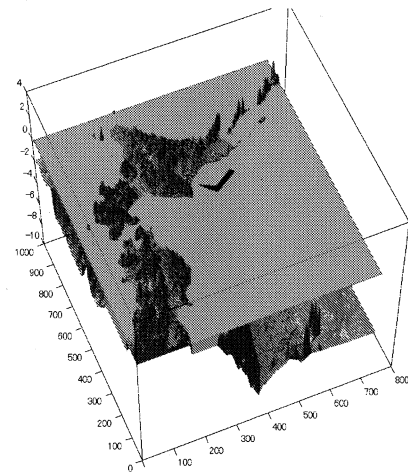


図-4 十勝沖地震津波の計算領域

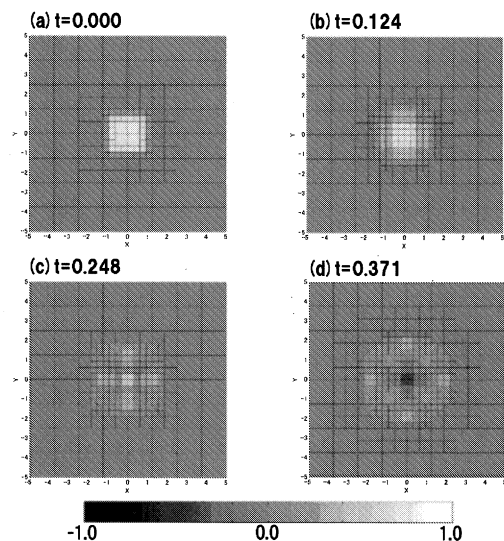


図-5 水柱崩壊後の水面形遷移の様子

射状に伝わり, 水柱初期位置中央では発散流となるため水位が低下し, それがまた波として伝達する典型的な崩壊過程を再現している. $t = 0.000$ では初期水柱近傍のみで細かな計算ブロックが配置され, 津波の伝播とともに津波フロント部を中心として次々にブロックの細分化が行われているのがわかる.

図-6 は, 同一時間ステップ (4000) の計算に要する時間を分割レベル及び分割閾値の異なるケースに対して比較したものである (表-1 参照). 分割レベルの増加に伴い計算時間はやはり増加するが, 最大分割レベルと最小レベルが共に 7 である等間隔グリッド上での計算 (case4) と最大分割レベルを 7 で同一だが最小レベルが 1 である粗いブロックを許容したケース (case5) の計算時間は約 9 割減少しているのがわかる. また, このケースは最大解像度の低い (最大, 最小分割レベル 6) ケース 3 の約半分のコストで, 倍の解像度で計算されていることも評価すべき点である.

図-7 は, 分割レベルの異なる各ケースの同一時刻 (無次元時刻 $t = 0.494$) に対する水位の空間分布を比較したものである. 通常の AMR で与えられる複数レベル

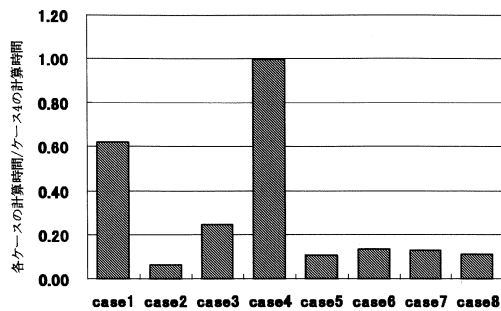


図-6 各ケースの同一タイプステップに到達するまでに要する時間

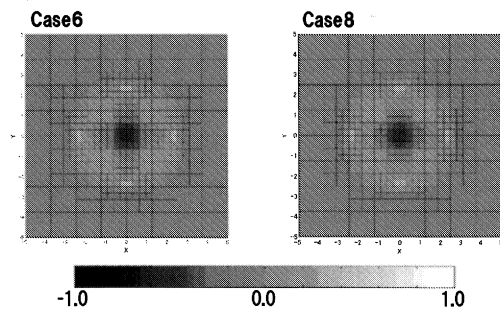


図-8 水柱崩壊直後の同一位相 ($t=0.494$) における水位分布 (閾値による結果の差)

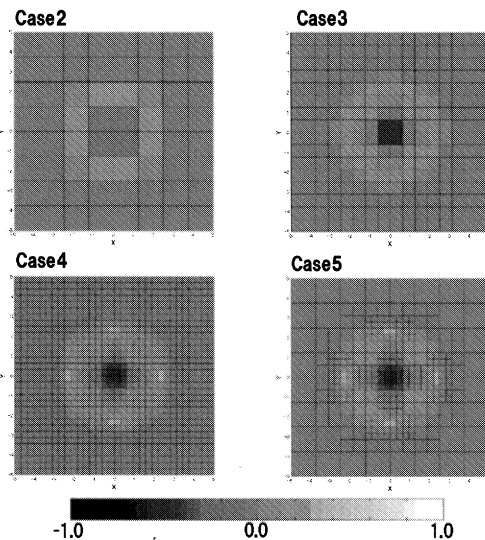


図-7 水柱崩壊直後の同一位相 ($t=0.494$) における水位分布 (レベルによる結果の差)

のブロックサイズに対するケース (case5) は、そのフロント部を中心に高解像計算が行われており、全てのグリッドを高解像度で計算したもの (case4) と比較して、ほぼ同一の空間分布を示している。分割レベルの小さいケースでは、図-6 で示したように計算負荷は小さいものの、水位分布を特徴を十分に解像できないため、適当な計算を行えない可能性がある。

図-8 は、結合閾値をかえた case6 と 8 の前図と同一位相における水位分布を比較したものである。結合閾値の大きい case8 は、結合閾値の小さい case6 と比較してほぼ同一の結果を示しているにもかかわらず、計算時間は約 1 割削減できている。これより、閾値の設定により、同一精度で計算効率を向上させることが可能であることを表している。

(2) 2003 年十勝沖地震津波への適用

図-9 に津波発生から約 5 分毎の水位分布と時々刻々変化する計算ブロックの構造を表す。前述したように、水深、標高データについてもブロック内の計算グリッドの平均を表示させているので、黒で表される平均標高が 0 以上の陸域は、津波発生初期において、非常に粗く表されている。津波の伝播に伴いブロックサイズが

変化しブロック内の平均標高が変わるため、陸域自体も北海道と東北が繋がったり、離れたりする様に図では表されているが、計算自体はブロック内のグリッド位置における水深が適切に与えられ正しく計算が行われている。津波発生初期においては、波源域近傍のみが高レベル分割されるが、その後放射状に伝播する津波のフロント部及び到達した沿岸域において高解像度計算が行われる。津波が釧路、十勝地方に到達した後、沿岸域に沿って日高から根室地方に至る広域に渡って伝播し、これと対応して徐々に高解像度計算ブロックが増加する。

従来の計算では、高解像度の水位分布が必要な沿岸域付近でのみ細分化されたグリッド形成が行われてきた一方、計算効率の向上のため深海域では逆にグリッド数を節約し粗いグリッド系で行われている例が多い。この場合、波が伝播していない沿岸域においても多数の細かいグリッド上で計算されることになり、不要な負荷があるだけでなく、予めネスティングされた座標系を用意しておくことが必要であり突発的な津波に対する計算には有利とはいえない。本計算では、水深グリッドデータのみを使って、津波のフロント部及び津波の到達した領域の近海域のみを最適な解像度で計算を行うことが可能であり、広域の津波の規模を予測する上で有効である。

図-10 は、波源域から北海道沿岸域までの水位分布をフォーカスしたものである。津波の北海道への到達後、高波高域は、沿岸極近傍に局所的に集中しており、この領域の高解像度計算の必要性を表している。沿岸部に到達した津波はゆっくりと沿岸方向に振動を繰り返す典型的なエッジ波の発生を再現しているものと考えている。

なお、実践的な計算結果の検証として前節と同様に、AMR による本津波計算結果を従来の方法による結果とを比較すべきであるが、従来法による高解像度計算の計算負荷が大きく十分な比較、検証ができていない。今後、検討すべき課題であると考えられる。

図-11 は、北海道東部の港湾の験潮記録から天文潮位のみで補正した津波の発生直後の水位変化と計算結果を比較したものである。全ての港の特徴的な津波の第 1 波から始まり約 2000-3000 秒程度で振動する大ス

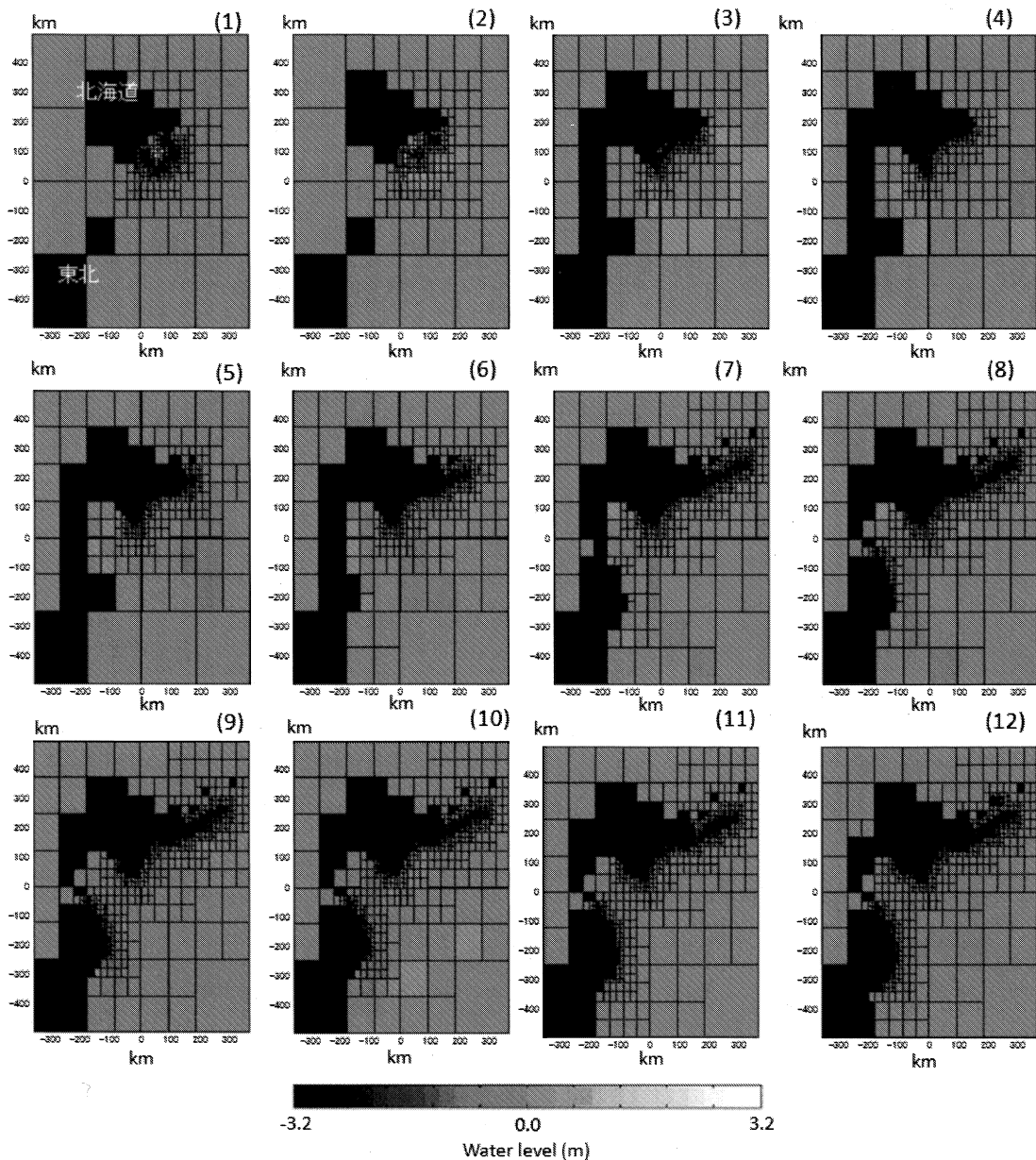


図-9 十勝沖地震津波の伝搬とブロック細分化 (時間間隔：約5分)

ケールの水位変動をおおよそ再現しているのがわかる。最大水位は、どの港湾に対しても過大評価の傾向がある。験潮所周辺の詳細な局所地形が再現計算に反映されていない点、また AMR の特徴を明らかにするための本研究において、計算すべき方程式系の拡散項あるいは減衰項を正確に吟味していない点から観測結果との差異が生じているものと考え。津波予測に関する定量的な精度を明らかにするためにはさらなる検討が必要である。

4. 結論

AMR を津波の再現計算へと適用し、矩形水柱崩壊試験及び 2003 年十勝沖地震津波の再現計算を通してその性能を検証した。AMR の適用により計算負荷を最小限

に抑制した上で、津波の伝播に伴いフロント部や沿岸部近傍を中心として動的なブロック及びグリッド分割により高解像度で計算を行うことができる。

空間解像度が津波の局所水位のみならず、波浪全体の水位変化に大きな影響を与える。すなわち、最大分割レベル (最大解像度) の高いケースにおいては、特に非線形を有する波浪のフロント部を適切に解像する必要がある。なお本計算法は、分割レベル及び分割、結合閾値を任意で設定できるため、解像が必要な流れのスケールに応じた計算が可能である。

AMR による計算結果は、細分化閾値にも依存はするが、最大分割レベルのグリッドサイズで全ての計算領域を分割するグリッド系における計算とその水面形の特徴とがおおよそ一致した。これにより、津波計算が最小計算負荷においてほぼ同等の精度で行うことが可能となると考える。

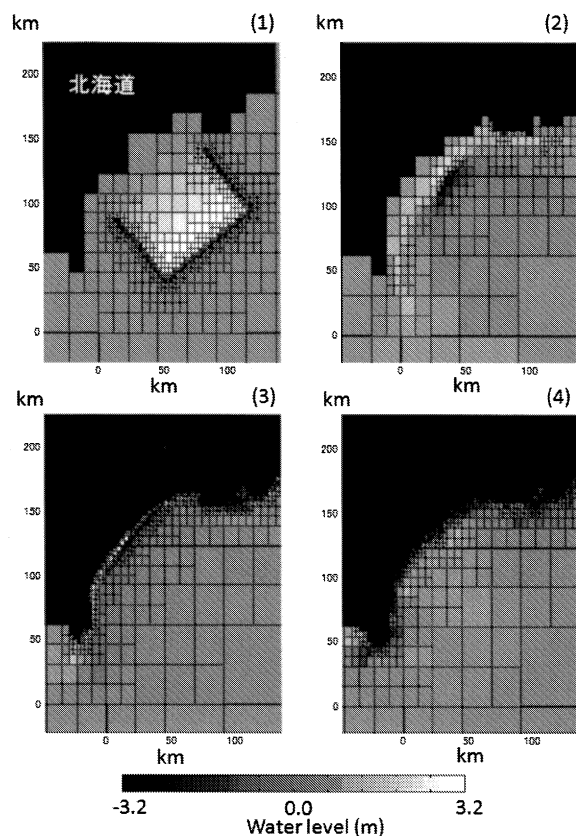


図-10 十勝沖地震津波の近海域の水位分布 (時間間隔：約 8 分)

2003 年十勝沖地震津波の計算において、初期津波の伝達や沿岸域への到達後の沿岸方向の振動など典型的な津波の特徴を再現した。AMR の導入により、解像度の不要な領域を粗く、水位変動を大きい領域を小グリッドで適切にグリッド形成を行いながら計算を実行可能である。計算結果は津波の襲来時の験潮記録と比較され、その到達時刻や長期的時間変動の傾向をおおよそ再現した。

AMR は、高解像高速計算を可能とする有効な計算法であり、実践的な津波予測への応用が期待できる。

謝辞：国土交通省北海道開発局から験潮記録データの提供を頂いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Nourgaliev, R.R., Wiri, S., Dinh, N.T., Theofanous, T.G.: On improving mass conservation of level set by reducing spatial discretization errors *Int. J. Multiphase Flow*, Vol.31, pp.1329-1336, 2005.
- 2) Nourgaliev, R.R., Dinh, N.T., Theofanous, T.G.: Adaptive characteristics-based matching for compressible multifluid dynamics *J. Comp. Phys.*, Vol.213, pp.500-529, 2006.

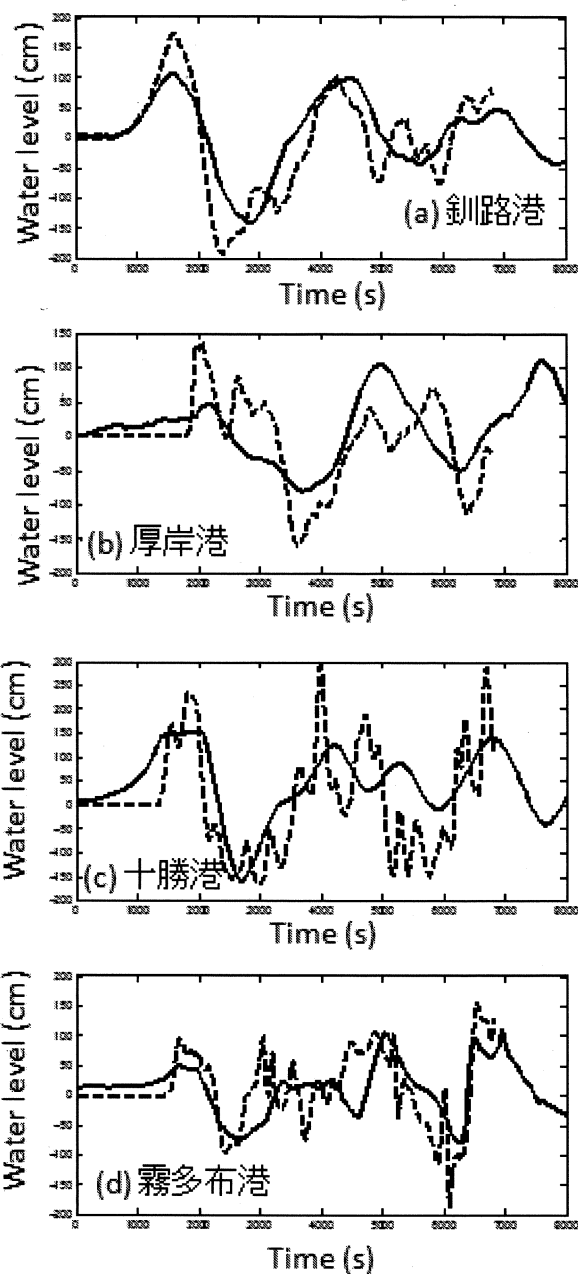


図-11 北海道東部港湾 (釧路港, 厚岸港, 十勝港, 霧多布港) の験潮記録と計算結果との比較 (実線：観測値, 破線：計算値)

- 3) MacNeice P., Olson, K.M., Mobarrry, C., Fainchtein, R., Packer, C.: PARAMESH: A parallel adaptive mesh refinement community toolkit *Comp. Phys. Comm.*, Vol.126, pp.330-354, 2000.
- 4) Pancheshnyi S., Segur, P., Capeillere, J., Bourdon, A.: Numerical simulation of filamentary discharges with parallel adaptive mesh refinement *J. Comp. Phys.*, Vol. 227, pp.6574-6590, 2008.