

消波護岸の越波流量の確率分布の理論的推定と その適用性に関する研究

ESTIMATION OF A PROBABILITY DENSITY FUNCTION OF OVERTOPPING RATE FOR A WAVE-ABSORBING SEAWALL

泉宮 尊司¹
Takashi IZUMIYA

¹正会員 工博 新潟大学教授 工学部建設学科 (〒950-2181 新潟県新潟市西区五十嵐二の町8050番地)

A probability density function of overtopping rate for a wave-absorbing seawall has been derived by analyzing a relationship between overtopping rate and wave height and using the characteristic function. For the seawalls with the relative freeboards, $hc/H_{1/3}$ greater than unity, an exponential function is obtained as a probability density function of the wave overtopping rate. The applicability of the function has been verified through in situ measurements of the overtopping rate at a wave-absorbing seawall by using a microwave doppler velocimeter and an ultrasonic type elevation meter. The probability density functions of the measured data decrease their values as the overtopping rates increase and behave like an exponential function. The standard deviations of the measured overtopping rate take larger values than the averaged overtopping rates.

Key Words : Wave overtopping rate, probability density function, wave-absorbing seawall, in situ measurement, standard deviation

1. はじめに

これまで越波流量は、期待値あるいは平均値で評価され、算定図表や評価式が作成されて護岸の天端高等の海岸施設の設計等に用いられてきた¹⁾。また、近年電波流速計と超音波式水位計を用いた越波流量の現地連続観測により^{2),3),4)}、越波流量の変動特性が明らかにされつつある。これらの観測結果より、越波流量の確率密度関数は指数分布に最も近く、越波流量の変動の標準偏差は平均越波流量と同程度か2～3倍程度以上にまで変動していることが明らかとなっている。また、CADMAS-SURFを用いた数値計算においても、越波流量の確率分布が指数分布でほぼ表されることが確認されている⁵⁾。

越波流量の変動幅が大きいことは、合田らの実験結果⁶⁾からも知られていたが、その変動特性をより詳しく調べるためには、越波流量の確率密度関数を特定することが重要な役割を果たすことになる。また、発生確率はかなり小さいが大きな越波流量が発生する可能性を知ることは、沿岸地域の安全性を確保する上でも重要である。

そこで本研究では、越波流量の確率分布を理論的に取り扱い、その確率分布を理論的に求めると共に、その確率分布の適用性を現地観測結果と比較して検証することを研究の目的とする。

2. 越波流量の確率密度関数の推定

これまで越波流量の確率分布に関しては、越波流量の時々刻々の計測が難しいことから、その特性は未だ明らかとなっていない。超過確率 $p\%$ の越波流量を評価する算定式として、Ahrens(1977)が規則波の越波流量公式を不規則波に適用できるようにした公式があるに過ぎない。そこで本研究では、越波流量の確率密度関数を理論的に推定するために、確率分布の特性関数を用いて評価する。ここで越波流量 q の確率密度関数を $f(q)$ とすると、特性関数 $\varphi(s)$ は、次式で与えられる。

$$\varphi(s) = \int_0^{\infty} \exp(iqs) f(q) dq \quad (1)$$

一方、越波流量 q は個々波の波高 H と周期 T の関数として与えられるため、

$$q = g(H, T) \cong g_1(H) \quad (2)$$

と書くことができる。周期 T に関しては、波高ほど強い影響を与えないので、関数 $g_1(H)$ で近似できるものとしている。ここで、波高の確率密度関数を $p(H)$ とすると、

$$f(q) dq = p(H) dH \quad (3)$$

なる関係が成立するため、式(1)は次式のように書き換えられる。

$$\varphi(s) = \int_0^{\infty} \exp[ig_1(H)s] p(H) dH \quad (4)$$

上式は、越波流量と波高との関係式および波高分布

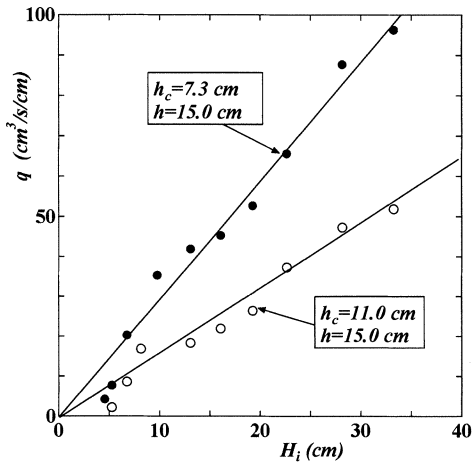


図-1 越波流量と入射波高との関係

が与えられれば、越波流量の確率密度関数の特性関数が求められることを示している。ここで問題となるのが、どのようにして越波流量と波高との関係式を導くかである。これまで、越波流量の解析手法として、堰の流量公式を若干修正して用いる方法がとられてきた⁹⁾。しかしながら、堰の流量公式を用いることは、護岸前面の波に対して静水圧分布が成立すること、および護岸での反射波の影響が無視できること、さらに碎波の影響も無視できるという仮定が成立しなければ、その精度は十分ではない。そこで、本研究では規則波の越波の実験結果を元に越流量と波高との関係を調べることにした。

図-1 は、合田ら(1975)が規則波に関して測定した越波流量 q と入射波高 H_i との関係を図に示したものである。水底勾配は $1/30$ 、周期 $T=2.79s$ で、○印は堤脚水深 $h=15cm$ 、護岸天端高 $h_c=11.0cm$ 、●印は $h=15cm$ 、 $h_c=7.3cm$ のものである。この図に示されているように、越波流量は変動しているものの、ほぼ直線上に乗っていることが分かる。すなわち、護岸天端高 h_c と同程度以上の波高では、

$$q = \beta H \quad (5)$$

なる関係がほぼ成立している。ここに、 β は比例係数である。堤脚水深と同程度あるいはそれ以上の入射波高の波は碎波して波高が小さくなっていると思われるが、越波流量は減少するのではなく、入射波高に比例していることは大変興味深いことである。

次に波高分布に関しては、護岸前面の波高ではなく、浅水変形や反射波の影響が十分に小さい位置での波高を考え、Weibull 分布に従うものと仮定する。

$$p(H) = \frac{k}{A} \left(\frac{H}{A} \right)^{k-1} \exp \left\{ - \left(\frac{H}{A} \right)^k \right\} \quad (6)$$

ここに、 A および k は母数パラメータであり、 $k=2.0$ 、 $A=2\sqrt{2}\eta_{rms}$ のとき、レーリー分布であり、 $k=2.126$ 、 $A=2.724\eta_{rms}$ とすると、Forristall⁸⁾が提案した式となる。ここに、 η_{rms} は水位の二乗平均値である。

一般に護岸を設計する際には、越波流量が十分に

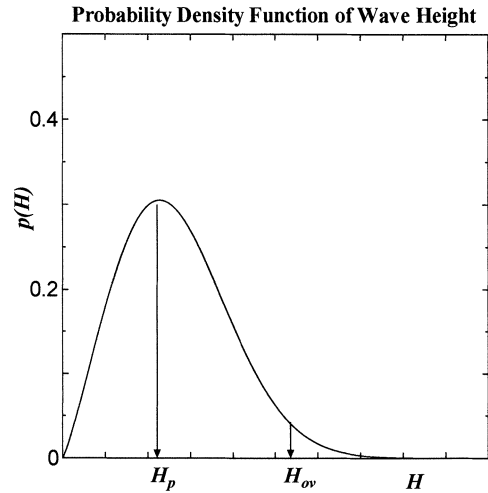


図-2 波高分布と有意な越波流量が生じる波高 H_{ov}

小さくなるように天端高を設定するため、図-2 に示すような波高分布のピーク波高 H_p よりも十分に大きな波高 H_{ov} 以上で有意な越波流量が生じることになる。したがって、越波流量の分布は、波高分布の裾野の分布形状が影響してくることになる。

この有意な越波流量が生じる波高 H_{ov} 以上の波高が生じる確率を $1/n$ とすると、

$$F(H_{ov}) = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{H_{ov}}{A} \right)^k \right\} = 1 - \frac{1}{n} \quad (7)$$

と書くことができる。ここで、 H_{ov} の回りに非超過確率分布関数を Taylor 展開すると、

$$F(H) = F(H_{ov}) + (H - H_{ov})f(H_{ov}) + \frac{(H - H_{ov})^2}{2!}f''(H_{ov}) + \frac{(H - H_{ov})^3}{3!}f'''(H_{ov}) + \frac{(H - H_{ov})^4}{4!}f^{(4)}(H_{ov}) + \dots \quad (8)$$

となる。ここに、 $f(H_{ov})$ は確率密度関数の値である。ここで、 $1/n \ll 1$ の仮定のもと、Gumbell⁹⁾が用いた方法と同様に、ロピタルの定理より、

$$\lim_{H \rightarrow H_{ov}} \frac{f(H)}{1 - F(H)} = - \lim_{H \rightarrow H_{ov}} \frac{f'(H)}{f(H)} = - \lim_{H \rightarrow H_{ov}} \frac{f''(H)}{f'(H)} \quad (9)$$

なる関係式が得られる。さらに、式(7)および式(9)の関係より、

$$nf(H_{ov}) = - \frac{f'(H_{ov})}{f(H_{ov})} = \alpha_n \quad (10)$$

とおくと、次式に示す関係式が得られる。

$$nf^{(m)}(H_{ov}) = (-1)^m \alpha_n^{m+1} \quad (11)$$

上式を式(8)に代入することにより、

$$F(H) = 1 - \frac{1}{n} \left\{ 1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(H - H_{ov})^m}{m!} (-1)^m \alpha_n^m \right\} = 1 - \frac{1}{n} \exp \{ - \alpha_n (H - H_{ov}) \} \quad (12)$$

と表すことができる。したがって、確率密度関数の裾野の変化は、次式で近似することができる。

$$p(H) = nf(H) = \alpha_n \exp \{ - \alpha_n (H - H_{ov}) \} \quad (13)$$

上式において $p(H)$ は、越波が有意に生じる確率が $1/n$ であるので、その確率で除して算定している。

ここで、越波流量の特性関数 $\varphi(s)$ を算定するために、式(5)および式(13)を式(4)に代入すると、次式が得られる。

$$\varphi(s) = \int_0^{\infty} \exp[i\beta Hs] \alpha_n \exp\{-\alpha_n(H - H_{ov})\} dH \quad (14)$$

ここで、 $x = \beta H$ なる変数変換を行い、積分を実行すると、

$$\begin{aligned} \varphi(s) &= \frac{\alpha_n}{\beta} \int_0^{\infty} \exp[ixs] \exp\{-(\alpha_n/\beta)x + \alpha_n H_{ov}\} dx \\ &= \frac{\alpha_n \exp(\alpha_n H_{ov})}{\beta} \int_0^{\infty} \exp[ixs] \exp\{-(\alpha_n/\beta)x\} dx \\ &= \frac{\alpha_n \exp(\alpha_n H_{ov})}{\beta} \left\{ \frac{(\alpha_n/\beta)}{s^2 + (\alpha_n/\beta)^2} + i \frac{s}{s^2 + (\alpha_n/\beta)^2} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

となる。さらに、逆変換の公式を用いると、越波流量の確率密度関数 $f(q)$ は、

$$\begin{aligned} f(q) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-iqs) \varphi(s) ds \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha_n \exp(\alpha_n H_{ov})}{\beta} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \exp[is(x-q)] \exp\{-(\alpha_n/\beta)x\} dx ds \\ &= \frac{\alpha_n \exp(\alpha_n H_{ov})}{\beta} \int_0^{\infty} \delta(x-q) \exp\{-(\alpha_n/\beta)x\} dx \\ &= \frac{\alpha_n}{\beta} \exp\{-(\alpha_n/\beta)(q - \beta H_{ov})\} \end{aligned} \quad (16)$$

となる。ここに、 $\delta(x-q)$ は Dirac のデルタ関数である。また、 α_n は式(7)および式(10)の関係より、

$$\alpha_n = \frac{k}{A} (\ln n)^{1-1/k} \quad (17)$$

なる関係式が成立している。式(15)の関係より、越波流量の確率密度関数 $f(q)$ は、指数分布で近似的に与えられ、 α_n が大きいほど、また β が小さいほど越波流量の減衰率が大きいことを示している。なお、式(16)の関係は、 $q \geq \beta H_{ov}$ で成立することになるが、これは有意な越波流量が生じ、式(5)の関係が成立する場合には、指数分布で近似できることを意味している。したがって、越波流量の十分に小さい流量付近(流量0を含む)を除き、大局的には指数分布で近似できると解釈することができる。

越波流量の確率密度関数が指数分布の場合、母数は2つであるので、平均越波流量 q_m 、および標準偏差 σ_q を用いると、その確率密度関数および非超過確率分布関数は、次式で表すことができる。

$$f(q) = \frac{1}{\sigma_q} \exp\left[-\left(\frac{q + \sigma_q - q_m}{\sigma_q}\right)\right] \quad (18)$$

$$F(q) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{q + \sigma_q - q_m}{\sigma_q}\right)\right] \quad (19)$$

上式(19)の関係を用いることによって、超過確率越波流量値を推定することができる。流量 q の値が負になる場合には、越波流量 0 以下の確率を $q=0$ に割り当てて考えることにする。

次節では、現地で観測された越波流量の分布が指数分布に従っているかを検証することにする。



写真-1 親不知高架橋波浪対策護岸

3. 越波流量の現地観測結果とその確率分布

越波に関する現地観測は、写真-1に示すように新潟県糸魚川市(旧西頸城郡青海町)親不知海岸にある北陸自動車道親不知高架橋の波浪対策護岸で行なわれたもので、詳細については泉宮ら^{2),3)}を参照されたい。この波浪対策護岸は、天端高はT.P.3.1m、堤脚水深は約4.9mであり、その護岸前面には公称20tの消波ブロックが、天端2列配置で1:4/3の勾配で設置されている。護岸の背後は、越波した海水をスムーズに排水できるように、7%勾配のコンクリート斜面が設置されている。

越波流量の観測には、数m/sの高流速が計測できる電波流速計を旧護岸の天端付近に設置して越流速を測定し、越流水深は空中発射式超音波水位計により計測したものである。越波流量の観測は、2004年1月8日、14日から15日および2月16日に行われたものである。越波流量の推定精度に関しては、10分間平均流量と高山ら¹⁰⁾の越波流量算定式とを比較して、許容されるばらつきはあるもののほぼ一致することが確認されている²⁾。

図-3 は、越波流量の相対頻度分布を示したものである。観測日時は、2004年1月14日から1月15日であり、これらの図の(a)は、1月14日の17:10-17:20、(b)19:00-19:10、(c)20:10-20:20、(d)21:00-21:10、(e)23:50-24:00、(f)は1月15日の00:20-00:30の10分間の越波流量の分布を示したものである。これらの図より、共通していることは、越波流量の値が大きくなるに従って、発生頻度がほぼ単調に減少していることである。他の計測時間帯においても、ほぼ同様な傾向が見られたが、越波流量の「ゆらぎ」として流量の小さい領域でピークをもつものも存在していた。これらの相対頻度分布は、前節で予測されたような指数分布に近く、近似理論の妥当性が定性的に示されたものと考えられる。

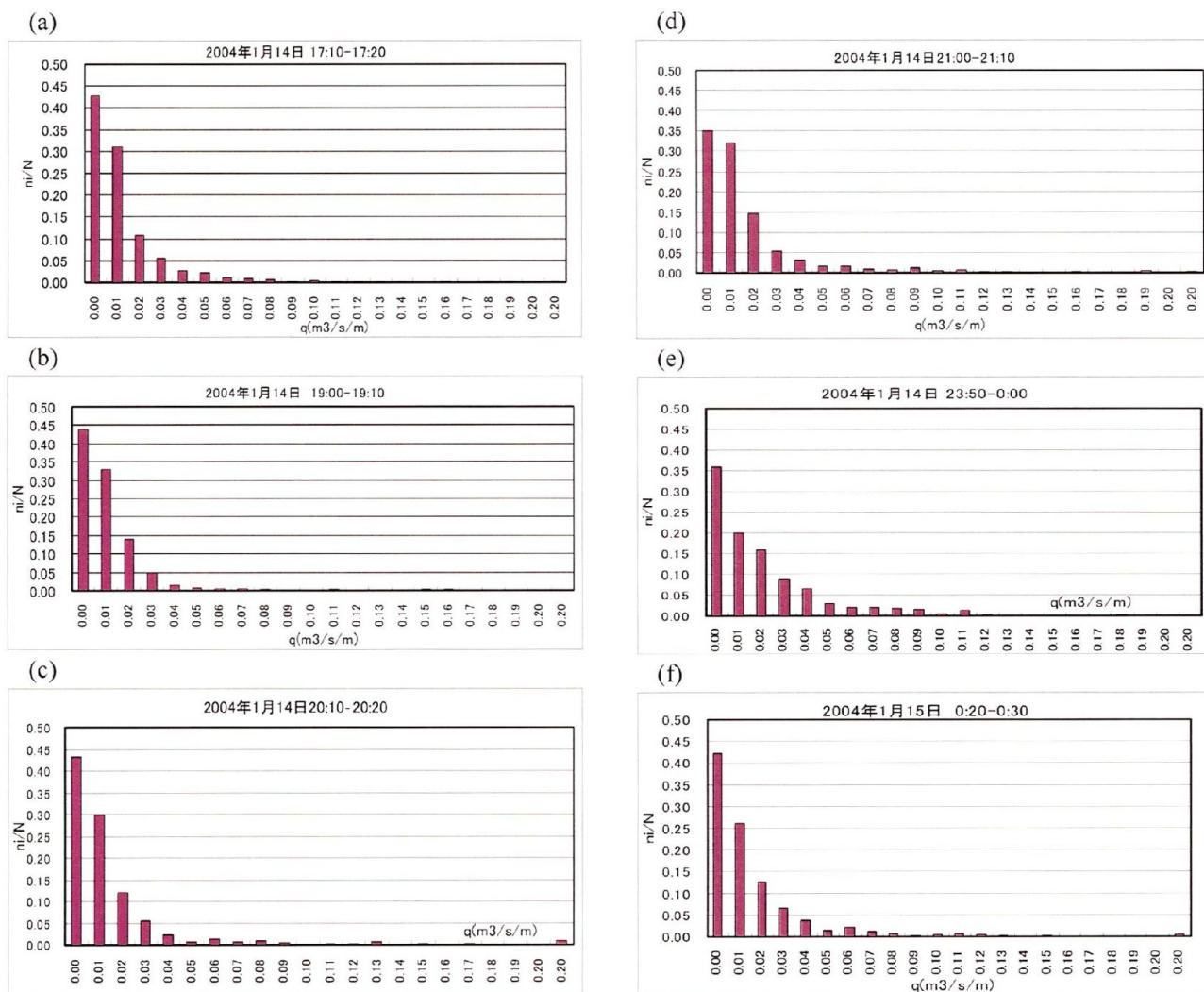


図-3 越波流量の相対頻度分布

図-4 は、観測された越波流量を指数分布と比較したものである。越波流量が $0.01\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$ 以下の値を示すものが極めて多いので、データ採択率を20%にして比較したものである。この図において、観測日時は1月14日17:10-17:20であり、横軸は基準化変数であり、●印は計測値を、実線は指数分布を示している。最大値を除き、指数分布とよく一致していることが分かる。しかしながら、図中の直線の切片の値は、 -0.0619 で負の値を示しており、越波流量が $0.01\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$ 以下では指数分布とは異なる可能性があることを示唆している。

図-5 は、同じく越波流量の指数分布との比較を示したものである。図-4 と異なる点は、データ採択率を10%にしていることと、観測時間が18:00-18:10であることである。実線で示す指数分布とほぼ一致しているが、図-4 と比べると適合度はやや低下しているようである。

他の時間帯においても、越波流量と指数分布との

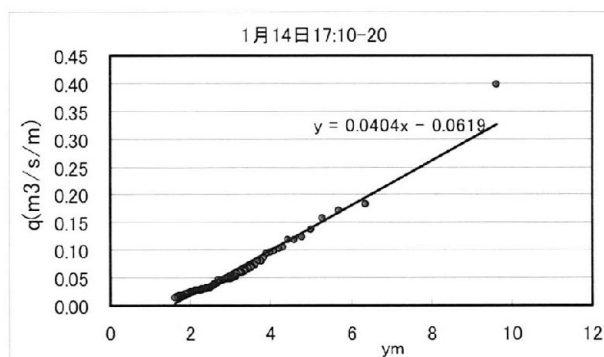


図-4 越波流量の指数分布との比較(データ採択率20%)

適合性を調べた結果、越波流量が $0.01\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$ 以上では、相関係数も高く十分に指数分布に従うと考えてよいと判断された。しかしながら、越波流量が $0.01\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$ 以下では、越波流量の計測精度の問題や

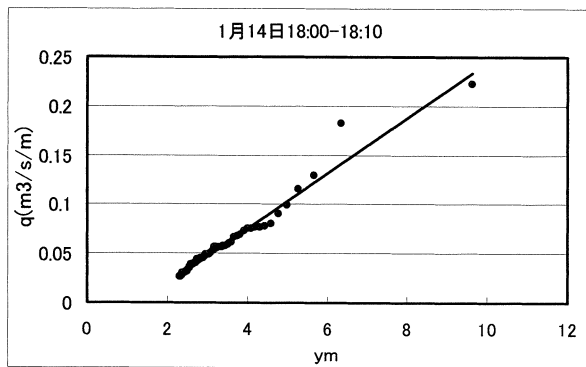


図-5 越波流量の指数分布との比較(データ採択率 10%)

飛沫による寄与率が相対的に大きくなるので、この領域の確率分布に関しては今後の課題である。

図-6 は、越波流量の確率密度関数の変化を示したものである。図(a)は 2004 年 1 月 15 日 00:20-00:30、図(b)は同じく 1 月 15 日 07:30-07:40 の観測結果である。縦軸は対数軸に取っているため、もし越波流量が指数分布に従っていれば、観測値は 1 つの直線上に乗るはずである。図-6 の両図とも、直線上にほぼ乗っているが、越波流量の大きい流量では直線から外れた点が見られる。これは、このような越波流量の大きい現象の発生確率は、非常に小さく、観測時間の 10 分間に 0 回から 2 回程度しか発生しないため、確率的に安定した結果が得られていないためである。このことを考慮すれば、確率的に安定した結果が得られる範囲では、指数分布に従っていると判断しても良いように思われる。

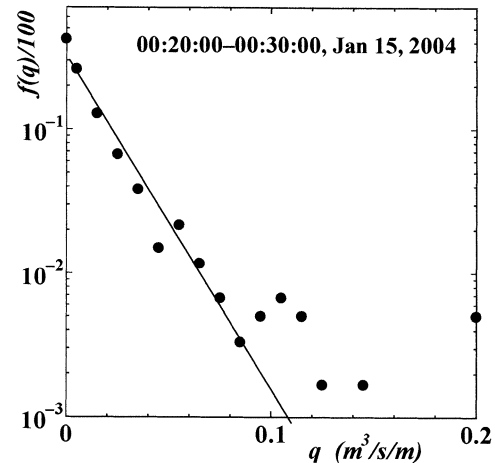
越波流量の確率密度関数が指数分布にほぼ従っていることが分かったので、指数分布の母数を最小二乗法により決定した。図-7 は、越波流量の超過確率の 10% 値および 50% 値との関係をプロットしたものである。この図より、1 つの直線に沿って変化している傾向にあることが分かる。このような特性は、指数分布がもつ特有な性質である。すなわち、超過確率を ε_1 および ε_2 とすると、式(19)より平均越波流量 q_m および標準偏差 σ_q を用いて、越波流量の超過値との間には、次式のような関係式が成立する。

$$q_{\varepsilon_1} = \left(\frac{\ln \varepsilon_1}{\ln \varepsilon_2} \right) q_{\varepsilon_2} + (q_m - \sigma_q) \frac{\ln(\varepsilon_2 / \varepsilon_1)}{\ln \varepsilon_2} \quad (20)$$

上式において、 $q_m = \sigma_q$ であれば、完全に比例関係にあり、 $q_m < \sigma_q$ であっても $(q_m - \sigma_q)$ の値が大きく変動していない場合には、ほぼ直線的な関係が成立するためである。

そこで、越波流量の現地観測で得られた平均越波流量 q_m と標準偏差 σ_q との関係を調べることにした。図-8 は、越波流量の平均値と標準偏差値との関係を示したものである。越波流量の標準偏差値は、平均越波流量よりも大きく、越波流量が小さいほど相対的に大きくなる傾向にあることが分かる。その傾

(a)



(b)

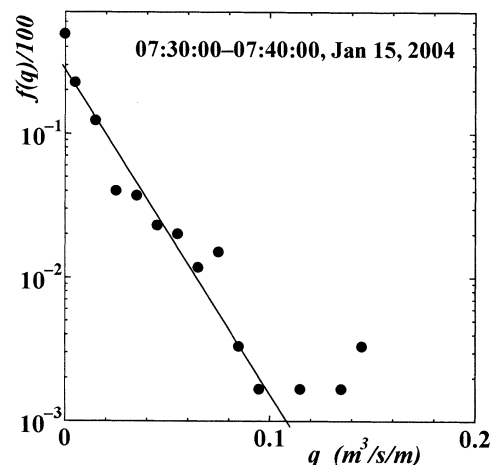


図-6 越波流量の確率密度関数の変化

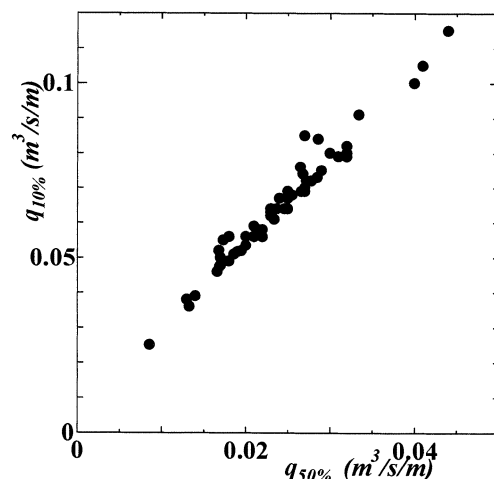


図-7 越波流量の超過確率 10% 値と 50% 値との関係

向をより詳細に見るために、越波流量の変動係数と平均越波流量との関係をプロットしたのが、図-9 である。この図で明らかなように、平均越波流量が小さいほど変動係数が大きくなる傾向にあることが分かる。

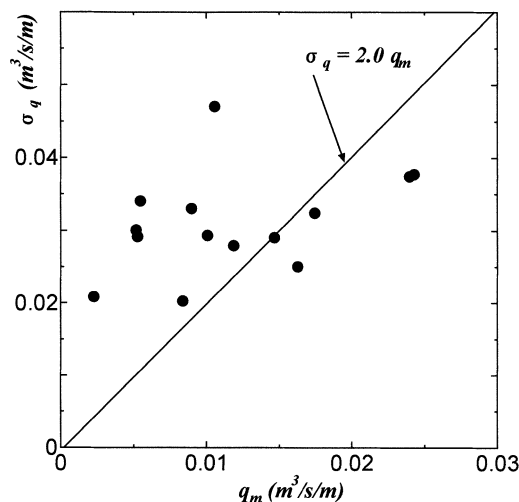


図-8 越波流量の平均値と標準偏差値との関係

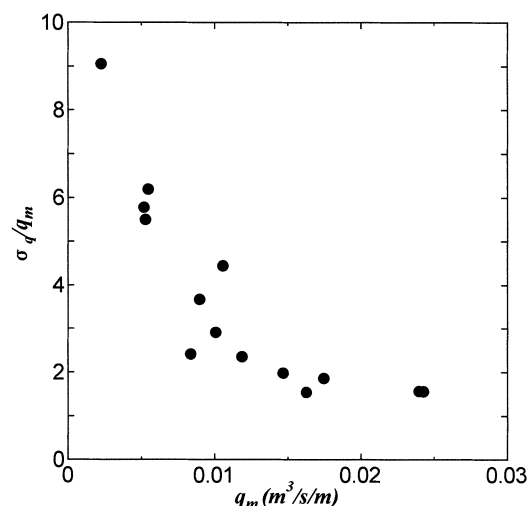


図-9 越波流量の平均値と変動係数との関係

4. 結 論

本研究では、越波流量の確率密度関数を特性関数を用いて理論的に推定し、現地観測結果と比較することにより、以下の事柄が明らかとなった。

- (1) 越波流量の確率密度関数が波高分布から求められることを示した。越波流量がやや沖合いの波高に比例し、有意な越波流量がピーク波高よりも十分大きい波高で生じるならば、越波流量の確率密度関数は指数分布で与えられることを理論的に示した。
- (2) 理論的に推定された確率密度関数の適用性を検証するために、北陸自動車道親不知高架橋波浪対策護岸で観測された越波流量の確率分布と比較し、指数分布の適合性が十分に高いことが示された。

- (3) 越波流量が $0.01 \text{ m}^3/\text{s/m}$ 以下では、計測精度の問題もあるが、指数分布から外れる可能性があることが示唆された。
- (4) 指数分布の適用性をさらに検討するために、越波流量の超過確率の 10% 値および 50% 値との関係を調べた結果、ほぼ直線関係にあることが示された。
- (5) 平均越波流量と標準偏差値との関係を調べたところ、標準偏差値は平均値の 2 倍から 6 倍程度にまで変化していることが分かった。その変動係数は、平均越波流量が小さいほど大きくなり、逆に大きいほど 1 に漸近する傾向にあった。
- (6) 指数分布は 2 つのパラメータによって記述できるので、平均越波流量と標準偏差値を用いることによって確率分布を決定することができる。平均越波流量に関しては、種々の公式が提案されているので、変動係数をモデル化することにより、越波流量の超過確率値の推定も可能である。

謝辞：本研究で用いた波浪および越波観測データは、日本道路公団北陸支社信越工事事務所（現東日本高速道路株式会社）によって取得されたものであり、越波流量等の解析は新潟大学が行ったことを付記し、データ提供に関して感謝いたします。

参考文献

- 1) 合田良実：耐波工学—港湾・海岸構造物の耐波設計—，鹿島出版会，pp.129-151, 2008.
- 2) 泉宮尊司，濱田良平，石橋邦彦：消波護岸の越波流量の確率分布特性に関する研究，海岸工学論文集，第 53 巻，pp. 716-720, 2006.
- 3) 泉宮尊司，馬場真宏，石橋邦彦：電波流速計を用いた低天端消波護岸の越波量の現地観測とその評価，海岸工学論文集，第 52 巻，pp. 676-680, 2005
- 4) 泉宮尊司，中野秀紀，石橋邦彦：高架橋波浪対策護岸における越波および水塊打上げ高の確率分布特性，海洋開発論文集，第 20 巻，pp. 119-124, 2004.
- 5) 本田隆英，伊藤一教：不規則波による越波を対象とした数値波動水路の適用性に関する研究，海岸工学論文集，第 55 巻，pp. 816-820, 2008.
- 6) 合田良実，岸良安治，神山 豊：不規則波による防波護岸の越波流量に関する実験的研究，港湾技術研究所報告，第 14 巻，第 4 号，pp.3-44, 1975
- 7) Ahrens, J. P.: Prediction of Irregular Waves Overtopping, CETA 77-7, U.S. Army Corps of Engineers, CERC, 1977.
- 8) Forristall, G.Z.: On the statistical distributions of wave heights in a storm, Jour. of Geophys. Res., Vol.83, No. C5, pp.2353-2358, 1978
- 9) Gumbel, E.J.: Statistics of Extremes, Columbia Univ. Press, New York, 375p., 1953.
- 10) 高山知司，永井紀彦，西田一彦：各種消波工による越波流量の減少効果，港湾技術研究所報告，第 21 巻，第 2 号，pp.151-206, 1982.