

# モンテカルロシミュレーションによる 防波堤前面波の確率分布に関する研究

A STUDY ON PROBABILITY DISTRIBUTION OF WAVES IN FRONT  
OF BREAKWATERS BY USING MONTE CARLO SIMULATION

佐藤典之<sup>1</sup>・長尾毅<sup>2</sup>

Noriyuki SATO and Takashi NAGAO

<sup>1</sup>正会員 博(工) 北日本港湾コンサルタント(株) (〒003-0029 北海道札幌市白石区平和通2北11-18)

<sup>2</sup>正会員 工博 国土技術政策総合研究所 (〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬3-1-1)

The probabilistic displacement of breakwaters is calculated by Monte Carlo simulation. One of the problems of the application of the method is computational load and a more simple method is desirable for the practical design. As the first step of the establishment of the new method, this study aims at evaluating the probability distributions of waves in front of breakwaters by using Monte Carlo simulation. As the result of the study, we found that the probability distribution is different from Rayleigh distribution in wave breaking condition and Weibull distribution well fits the distribution at large wave height range. The shape parameter  $k$  of the fitted Weibull distribution is correlated with  $h/H_0$  which is the ratio of water depth  $h$  to deepwater wave height  $H_0$ . The scale parameter  $A$  and the location parameter  $B$  are highly correlated with the shape parameter  $k$ . The lowest wave height that makes the breakwater slides is about half of design wave height.

**Key Words :** *Probability distribution of waves, Weibull distribution, Monte Carlo simulation, sliding displacement*

## 1. はじめに

港湾の施設の技術上の基準の改正に伴い信頼性設計法が導入され、防波堤の外部安定については部分係数を用いるレベル1設計法が標準的な方法として位置づけられた。部分係数は、防波堤の破壊モードとして滑動・転倒・支持力を考え、作用が耐力を上回る確率を破壊確率と考えてこれを制御対象として一次信頼性理論による信頼性解析から求められている。一方、防波堤の外的安定のうち滑動に対しては、滑動量によって制御する方法が下迫ほか<sup>1)</sup>によって提案されている。この手法は、モンテカルロシミュレーションを用いて耐用期間中の期待滑動量を求めるレベル3信頼設計法であり、実際の設計にも利用されているが、計算時間の問題が無視できないことと、滑動以外の破壊モードを考慮したシステム破壊確率の算定への対応が難しいといった課題が残されている。これに対し、森屋ほか<sup>2)</sup>や吉岡ほか<sup>3),4),5)</sup>は、簡易滑動量算定モデルを構築し、滑動量に基づいた防波堤のレベル1設計法を提案している。

ところで、防波堤前面波の確率分布が明らかとなれば、これから滑動量の確率分布を求めることが可能となり、滑動量に基づいた信頼性設計を簡易にかつ精度良く行なうことが可能となると考えられる。

本研究はその第一段階として、防波堤前面波の確率分布に関して検討を行ったものである。

防波堤が設置される浅海域においては、不規則波中の個々波の確率分布は、屈折・浅水変形・碎波などの影響を受けレーリー分布とは異なる確率分布となることが報告されている<sup>6),7)</sup>。そこで本研究では、防波堤設置位置での個々波の確率分布についてモンテカルロシミュレーションを用いて計算を行うとともに、得られた確率分布について既存の分布関数を用いて定式化することを目的とした。

## 2. 防波堤前面波の確率分布の計算方法

### (1) 計算手順

確率分布の計算は、下迫ほか<sup>1)</sup>による防波堤の期待滑動量の計算手順にならない図-1に示すフローで実施した。対象ケースは、全国のケーソン式混成堤と消波ブロック被覆堤の設計資料から、設計条件の偏りがないように収集した65ケースとした。設計条件のうち防波堤の堤体幅については、吉岡ほか<sup>8)</sup>により同じケースに対して実施されたレベル1設計による値を用いた。また、1時化の波浪継続時間は2時間、耐用期間は50年、試行回数は20000回と

した。各ケースに対し、防波堤前面での個々波の確率分布は以下の手順で計算した。

- 試行回数ごとに、単位体積重量と摩擦係数を確率分布を考慮して設定する。
- 耐用期間ごとに、沖波の極値分布に従う沖波波高を1年に1回乱数により発生させ、確率分布を考慮する。
- 沖波の周期は波形勾配一定の条件で設定する。
- 潮位は、H.W.L.とL.W.L.の間を単一周りで正弦的に変化すると仮定し、確率分布を考慮して設定する。
- 波浪変形は浅水変形と砕波のみとする。浅水変形は首藤<sup>9)</sup>の非線形長波理論、砕波は合田<sup>7)</sup>の砕波理論モデルにより計算し、確率分布を考慮する。
- 得られた防波堤前面の有義波高を用い、砕波を考慮したレーリー分布により波浪の継続時間分の個々波を発生させる。
- 個々波の周期は、個々波の波高に比例させる。ただし、設計有義波高の0.75倍以上の個々波に対しては全て設計有義周期を用いる。
- 個々波の波高から波力と揚圧力、潮位と水深から浮力を計算し、確率分布を考慮する。
- 滑動に対する性能関数  $Z$  が負になる場合を滑動発生と判定する。
- 波浪継続時間、耐用期間、試行回数のループ内で得られた個々波の波高を集計し、確率分布を求める。

## (2) 設計パラメータの確率分布

確率変数として取り扱うパラメータは、沖波波高、浅水・砕波変形、水平波力、揚圧力、潮位、摩擦係数、単位体積重量（鉄筋コンクリート・無筋コンクリート・中詰砂）とした。このうち、正規分布に従うパラメータは、長尾<sup>10)</sup>を参照し表-1に示す値を用いた。一方、波浪継続時間内の個々波の確率分布は、合田<sup>7)</sup>による砕波を考慮したレーリー分布に従うものとして、防波堤前面の有義波高から求めた。

## (3) 乱数の発生方法

疑似乱数の発生には、乱数の周期の面で優れており、現在標準的に用いられるようになっているメルセンヌ・ツイスタを用いた。また、各設計因子の確率分布に従う正規乱数への変換には、正規確率分布関数の逆関数近似式を用いた。これは、従来の中心極限定理による変換に比べ、破壊確率の算定において特に重要となる確率密度関数の右側すそ野の精度向上が期待できるからである。

## (4) 滑動限界波高

個々波に対する耐力  $R$  と荷重効果  $S$  から、(1)式に示す滑動に対する性能関数  $Z$  を求める。

$$Z = R - S = f \left( \sum_i W_i - P_B - P_U \right) - P_H \quad (1)$$

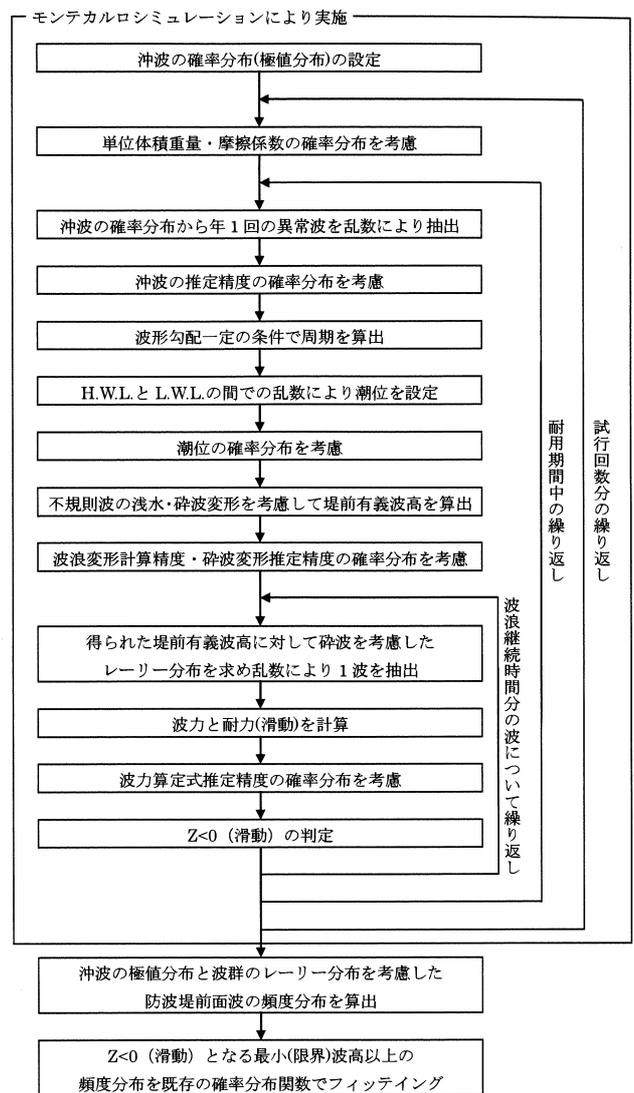


図-1 計算フロー

表-1 設計パラメータの従う確率分布

	$B$	$V$
波力（水平波力、揚圧力）		
沖波波高推定精度	1.00	0.10
波浪変形計算精度		
水深変化緩（1/30 未満）	0.97	0.04
水深変化急（1/30 以上）	1.06	0.08
砕波変形推定精度	0.87	0.10
波力算定式推定精度		
ケーソン式混成堤	0.91	0.19
消波ブロック被覆堤	0.84	0.12
潮位		
$R_{WL}=1.5$	1.00	0.20
$R_{WL}=2.0, 2.5$	1.00	0.40
摩擦係数	1.06	0.15
単位体積重量		
鉄筋コンクリート	0.98	0.02
無筋コンクリート	1.02	0.02
中詰砂	1.02	0.04

注)  $B$  は平均値の偏り(平均値/特性値)， $V$  は変動係数， $R_{WL}$  は既往最高潮位(H.H.W.L.)とさく望平均満潮位(H.W.L.)の比

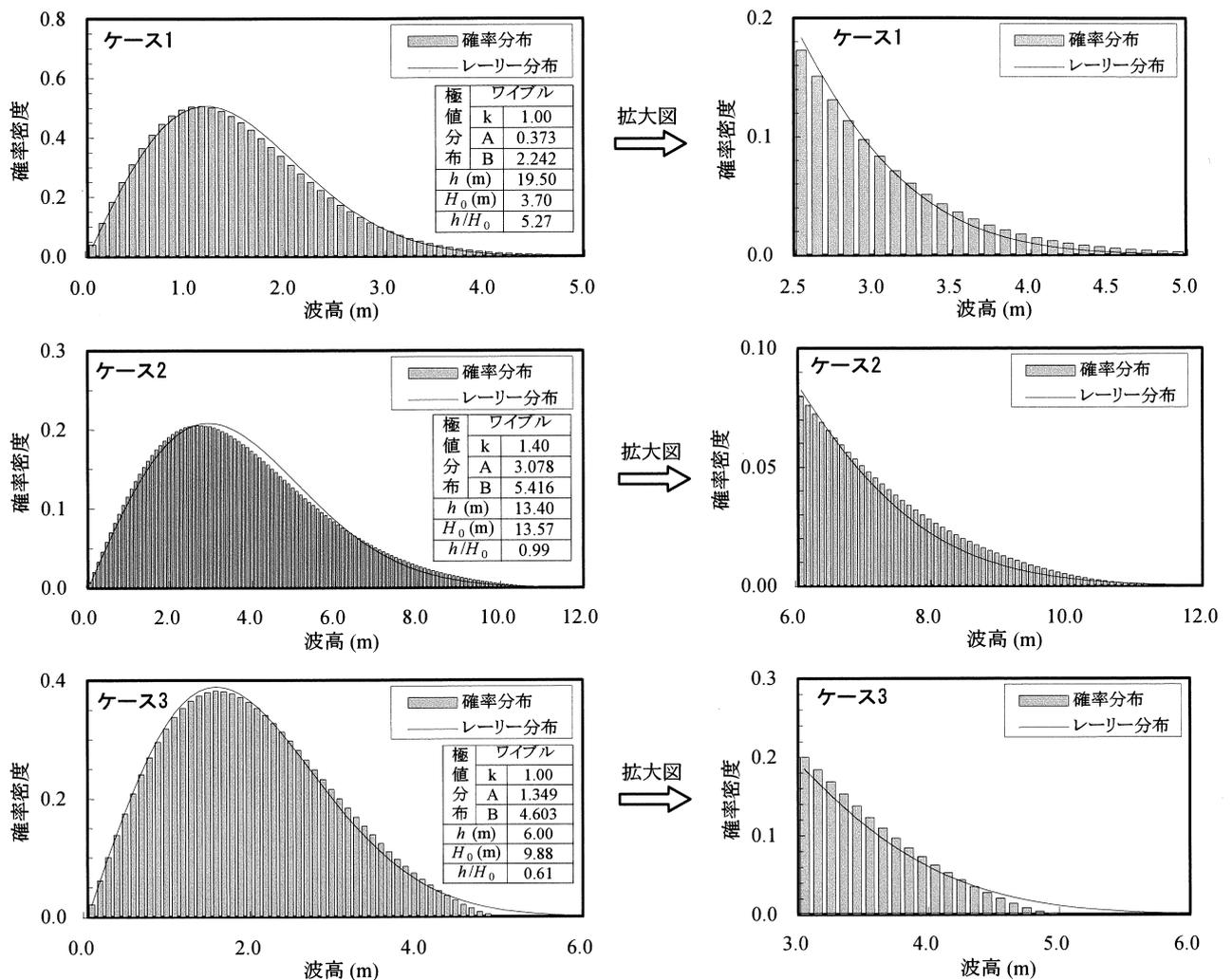


図-2 防波堤前面波の確率分布とレーリー分布の関係

ここに、 $f$  は堤体底面と基礎との摩擦係数、 $W_i$  は堤体を構成する材料（鉄筋コンクリート、無筋コンクリート、中詰砂）の重量(kN/m)、 $P_B$  は堤体に作用する浮力(kN/m)、 $P_U$  は堤体に作用する揚圧力(kN/m)、 $P_H$  は堤体に作用する波力(kN/m)である。

$Z < 0$  となった場合に滑動が発生するとしてシミュレーションを実施し、滑動の発生する最も小さな防波堤前面の個々波の波高を求めてこれを滑動限界波高とした。

### 3. 防波堤前面波の確率分布

防波堤前面波の確率分布は、沖波の極値分布と砕波を考慮したレーリー分布を複合した分布となっていることから、砕波の影響の大小によって分布形状の変わることが予想される。そこで、確率分布の形状について、砕波の影響度合いを表す水深波高比  $h/H_0$  を用いて整理することとした。ここに、 $h$  は防

波堤の前面における水深(m)、 $H_0$  は沖波の50年確率波高(m)である。

図-2 は、全 65 ケースの中から  $h/H_0$  の異なる 3 ケースについての確率分布の計算結果を表したものである。図中の実線は、確率分布より得られる平均波高から求めたレーリー分布を表している。また、各ケースの沖波の極値分布諸元と  $h$  および  $H_0$  は図中に記載した。これらの結果より、防波堤前面波の確率分布はレーリー分布とは異なる分布となっていることが分かる。特に、確率分布の右側のすそ野部分に着目すると、 $h/H_0$  が大きく砕波の起きにくいケース 1 では確率分布とレーリー分布の差が小さいのに対し、砕波の起きやすいケース 2 とケース 3 では確率分布とレーリー分布の差が大きくなっていることが分かる。これは、砕波を考慮したレーリー分布で最大となる波高が(2)式によって規定されているため、砕波の起きやすいケースでは  $H_b$  より大きな波高は発生せず、結果として右側のすそ野が短い分布となるからである。この結果は、合田<sup>7)</sup>によ

る実験結果から得られた分布形状とも整合する。

$$\frac{H_b}{L_0} = 1.8 \left\{ 1 - \exp \left[ -1.5 \frac{\pi h}{L_0} \left( 1 + 15 \tan^{4/3} \theta \right) \right] \right\} \quad (2)$$

ここに、 $H_b$  は砕波後の波高 (m)、 $L_0$  は沖波の波長 (m)、 $\tan \theta$  は海底勾配である。

#### 4. 既存の分布関数による定式化

防波堤の滑動量を評価する上では、前面波の確率分布において、滑動が発生する最低の波高よりも右側の分布形状が必要となる。そこで、モンテカルロシミュレーションで得られた滑動限界波高より右側の確率分布を対象に既存の分布関数でフィッティングを試みることにした。

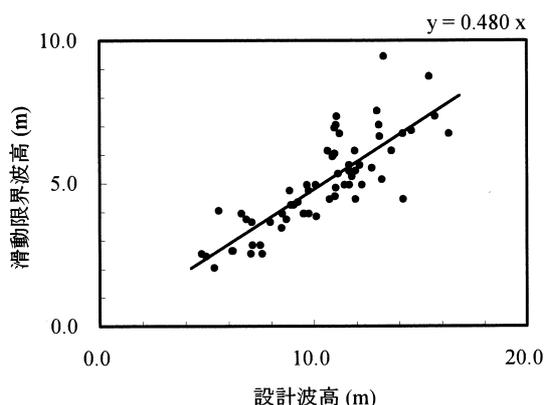


図-3 設計波高  $H_{max}$  と滑動限界波高の関係

#### (1) フィッティング範囲の設定

図-3は、モンテカルロシミュレーションで得られた65ケースの滑動限界波高について、各ケースの設計波高 $H_{max}$ との関係を示したものである。これより、設計波高と滑動限界波高にはある程度の相関が見られ、その近似曲線の傾きから、設計波高の約1/2の波高でも滑動が起きることが分かる。

次に、各ケースの確率分布において、滑動限界波高に対応する非超過確率を求めたところ、65ケースの平均で0.874、標準偏差が0.093という結果が得られた。この結果より、既存の分布関数によるフィッティングは、非超過確率で0.9に相当する波高以上を対象範囲とすることとした。

#### (2) 既存の分布関数によるフィッティング

フィッティングに用いる分布関数としては、極値I型分布(グンベル分布)、極値II型分布、ワイブル分布、対数正規分布、レーリー分布が考えられる。このうち、以下の点から本研究ではワイブル分布をフィッティングに用いる関数として選択した。

- 図-2に示したように、滑動限界波高以上の範囲ではレーリー分布の適合性が低い。
- 65ケースのうち、沖波の極値分布形はワイブル分布が62ケース、極値II型分布が2ケース、極値I型分布が1ケースであり、95%以上がワイブル分布である。
- フィッティングによる適合性で考えると、2母数型の分布関数よりも3母数型の分布関数の方が有利である。

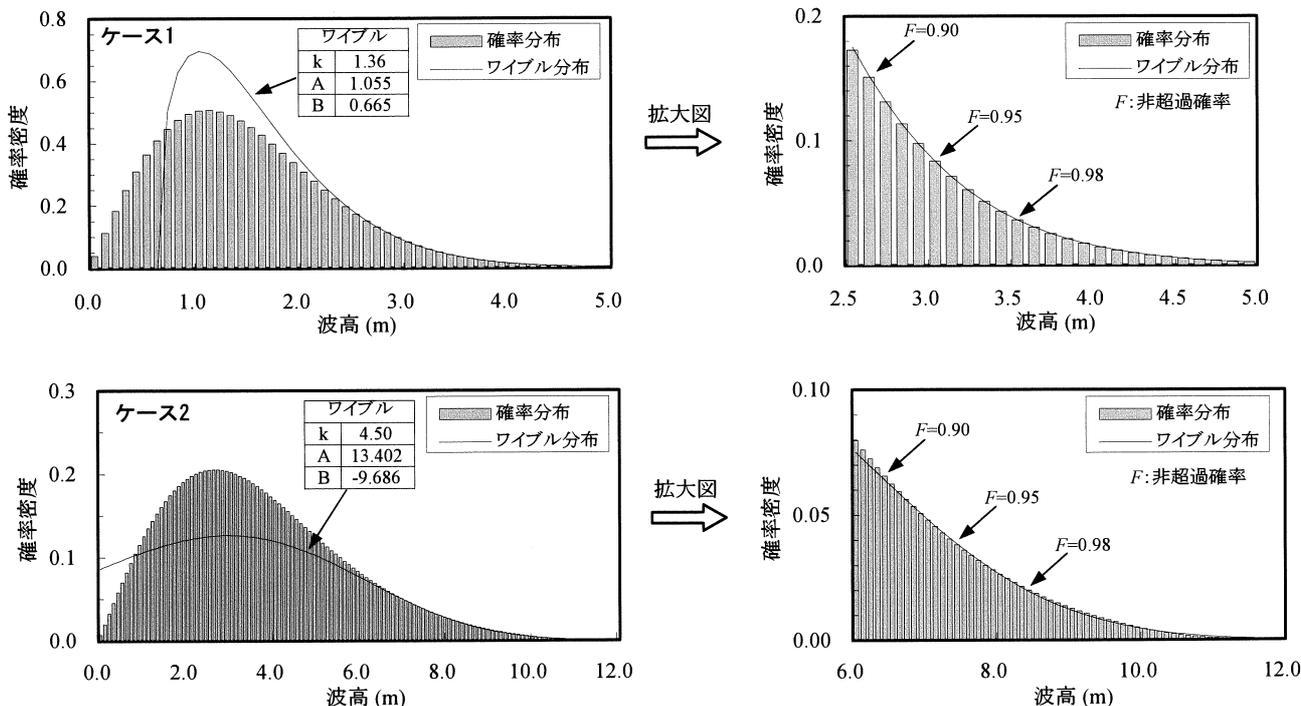


図-4 ワイブル分布による防波堤前面波の確率分布のフィッティング結果

ワイブル分布は形状母数 $k$ , 尺度母数 $A$ , 位置母数 $B$ の3母数を持つ分布であり, 非超過確率 $F$ を得るための確率分布関数は(3)式で表される.

$$F(H) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{H-B}{A}\right)^k\right] : B \leq H \leq \infty \quad (3)$$

そこで, フィッティングの方法としては, 非超過確率0.9以上の範囲の3点の非超過確率と波高を用いて,  $k, A, B$ を未知数とした連立方程式を立て,  $k, A, B$ を求めることとした. フィッティングに用いる3点の非超過確率は, 最も適合性が高くなる組み合わせを試行した結果から0.90, 0.95, 0.98と設定した.

この方法を用いて65ケースにフィッティングを行った結果のうち, 図-2に示したケース1とケース2の結果を図-4に示す. 図-4に示すように滑動限界波高以上の確率分布はワイブル分布でほぼ近似できることが分かった. ただし, 図-2に示したケース3を含め,  $h/H_0 < 0.7$ であって最も砕波しやすい2ケースについては3変数の近似解が得られなかった. よって, フィッティングしたワイブル分布の適合性については, 最終的には滑動量を含めて判断する必要があると考えられる.

### (3) フィッティングしたワイブル分布の定式化

フィッティングしたワイブル分布の定式化を行うために, 形状母数 $k$ に着目して, 沖波極値分布の形状母数 $k_0$ とフィッティングした形状母数 $k_1$ の関係を調べた. 前述のように防波堤位置での確率分布には砕波の影響が大きいことから, 確率分布において合田<sup>7)</sup>による砕波限界波高以上の頻度が全頻度に占める割合を砕波確率として, これと $k_1$ と $k_0$ の比との関係を求めたものが図-5である. これより,  $k_1/k_0$ には砕波確率との相関性がみられ, 砕波確率が大きくなるに伴い大きくなっていることが分かった. ワイブル分布において変数 $k$ が大きくなることはすそ野が短い分布になることを意味しており, 防波堤位置での確率分布が砕波の発生頻度が高いケースほどすそ野が短い分布になる結果との適合性が確認できた.

ただし, 砕波確率を求めるためには防波堤前面波の確率分布が必要となるため, 定式化に用いることはできない. そこで, 砕波の影響度合いを表す水深波高比 $h/H_0$ と $k_1$ との関係を求めたのが図-6である.

図-6より,  $h/H_0$ と $k_1$ には指数関数的な相関関係が認められる. この関係を式で表すと(4)式のようになるが, まだばらつきが大きいのでフィッティングの関数として用いるには課題が残る.

$$k_1 = \exp\left(\frac{2.575}{h/H_0} - 1.0\right) \quad (4)$$

一方, 尺度母数 $A_1$ , 位置母数 $B_1$ については $k_1$ との関係をみると図-7, 図-8に示すように強い相関があることが分かった. これらの近似式は, (5)式及び(6)式のようになる.

$$A_1 = 3.260k_1 - 2.273 \quad (5)$$

$$B_1 = -2.943k_1 + 4.705 \quad (6)$$

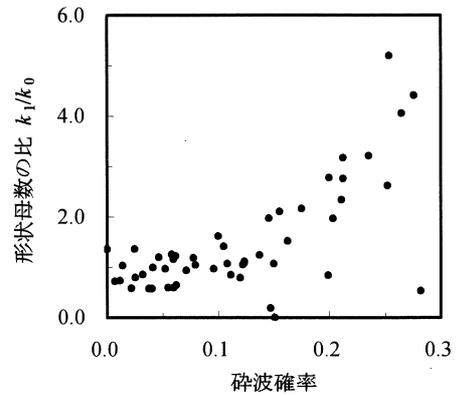


図-5 砕波確率と形状母数の比  $k_1/k_0$  の関係

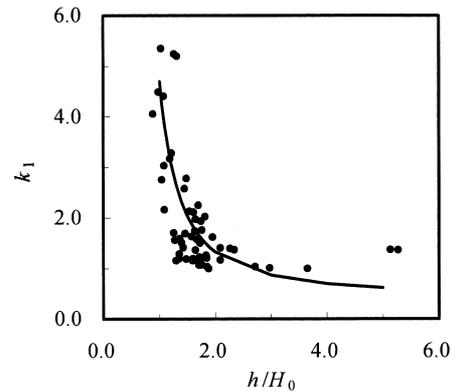


図-6 水深波高比  $h/H_0$  と形状母数  $k_1$  の関係

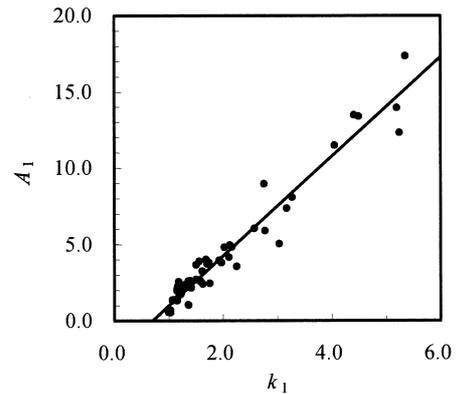


図-7 形状母数  $k_1$  と尺度母数  $A_1$  の関係

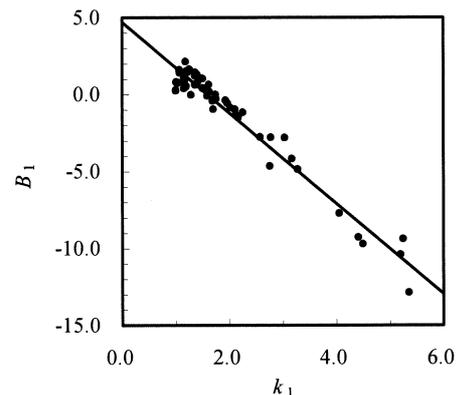


図-8 形状母数  $k_1$  と位置母数  $B_1$  の関係

得られた近似式(4), (5), (6)を用いて防波堤前面波の確率分布へのフィッティングを試みたが, 前述のように形状母数 $k_1$ の近似精度が低いため, 確率分布への適合性は低かった. ワイブル分布は3母数型の分布関数であるため確率分布へのフィッティングはさせやすいが, 形状母数 $k$ のわずかな違いによっても分布形状が変化する. このため, 近似式によって確率分布を推定するためには, 形状母数 $k$ の推定精度向上が今後の課題となる.

## 5. まとめ

本研究の結果をまとめると以下ようになる.

- 1) 防波堤前面波の確率分布は  $h/H_0$  が小さく砕波の発生頻度が高いケースほどレーリー分布との違いが大きく, 高波浪部分のすそ野部分で特に大きくなることが分かった. この結果は, 既存の実験結果と整合する.
- 2) 滑動限界波高は設計波高  $H_{max}$  とある程度の相関が見られ, 設計波高の約 1/2 の波高でも滑動が起きることが分かった. また, 滑動限界波高に対応する確率分布の非超過確率は平均で 0.874 であることが分かった.
- 3) 滑動限界波高以上の範囲での確率分布は, ワイブル分布でほぼ近似できることが分かった. ただし, 近似した確率分布の適合性は, 最終的には滑動量を含めて判断する必要があると考えられる.
- 4) 適合させたワイブル分布の形状母数  $k$  は, 砕波確率が大きくなるにつれて沖波極値分布の  $k$  よりも大きくなり, すそ野が短くなる確率分布形状を再現していることがわかった. また, 形状母数  $k$  には, 砕波の影響度合いを表す水深波高比  $h/H_0$  との相関関係が認められた.
- 5) 適合させたワイブル分布の尺度母数  $A$  と位置母数  $B$  は形状母数  $k$  との相関が高いことが分かった.

防波堤前面波の確率分布が明らかになれば, 確率的滑動量は波高と出現確率の関係から簡易にかつ精度良く算出することが可能になり, モンテカルロシミュレーションによる評価と比較して計算負荷が大

幅に減じられると期待される. このため, 今後はより定式化の精度を高めるとともに, 防波堤前面波の確率分布と確率的滑動量の関係について更に検討を行っていく予定である.

**謝辞:** 本論文をまとめるに当たり, 国土技術政策総合研究所・港湾信頼性設計研究会のメンバーである国土技術政策総合研究所の宮田氏, 電源開発の吉岡氏, 中央復建コンサルタンツの尾崎氏, 沿岸技術研究センターの森屋氏には貴重な意見を頂きました. ここに, 感謝の意を表します.

## 参考文献

- 1) 下迫健一郎, 高橋重雄: 期待滑動量を用いた混成防波堤直立部の信頼性設計法, 港湾技術研究所報告, 第 37 巻, 第 3 号, 1998.
- 2) 森屋陽一, 鷺尾朝昭, 長尾毅: ケーソン式混成堤の滑動量に基づくレベル 1 信頼性設計法, 海岸工学論文集, 第 50 巻, pp. 901-905, 2003.
- 3) 吉岡健, 長尾毅, 森屋陽一: 消波ブロック被覆堤の滑動量に基づくレベル 1 信頼性設計法, 海洋開発論文集, 第 20 巻, pp. 191-196, 2004.
- 4) 吉岡健, 佐貫哲朗, 長尾毅, 森屋陽一: 波浪の極値分布を考慮したケーソン式混成堤の滑動量に基づくレベル 1 信頼性設計法に関する研究, 海岸工学論文集, 第 51 巻, pp. 851-855, 2004.
- 5) 吉岡健, 佐貫哲朗, 長尾毅, 森屋陽一: 波浪の極値分布を考慮した消波ブロック被覆堤の滑動量に基づくレベル 1 信頼性設計法, 海洋開発論文集, 第 21 巻, pp. 761-766, 2005.
- 6) 合田良實: 耐波工学, 鹿島出版会, 2008.
- 7) 合田良実: 浅海域における波浪の砕波変形, 港湾技術研究所報告, Vol. 14, No. 3, pp. 59-106, 1975.
- 8) 吉岡健, 長尾毅: 重力式防波堤の外的安定に関するレベル 1 信頼性設計法の提案, 国土技術政策総合研究所研究報告, No. 20, 38p, 2005.
- 9) 首藤伸夫: 非線形長波の変形—水路幅, 水深の変化する場合—, 海岸工学講演会論文集, 第 21 回, pp. 57-64, 1974.
- 10) 長尾毅: ケーソン式防波堤の外的安定に関する信頼性設計手法の提案, 国土技術政策総合研究所研究報告, No. 4, 26p, 2002.