

波浪の統計期間と設計沖波波高の 推定精度の相関に関する研究

A STUDY ON THE CORRELATION BETWEEN STATISTICAL DURATION OF WAVE OBSERVATION AND ESTIMATION ACCURACY OF DESIGN DEEPWATER WAVE HEIGHT

長尾毅¹・佐貫哲朗²

Takashi NAGAO and Tetsuro SANUKI

¹正会員 工博 国土技術政策総合研究所 (〒239-0826 横須賀市長瀬3-1-1)

²正会員 復建調査設計(株) (〒732-0052 広島市東区光町2-10-11)

The probability distribution of wave height to be used in the reliability-based design of breakwaters are calculated in consideration of deepwater wave height accuracy, wave shoaling estimation accuracy, breaking wave deformation estimation accuracy and wave force estimation accuracy. The deepwater wave height is evaluated by the extreme statistics of waves. This study discusses the effect of the statistical duration of wave observation on the estimation accuracy of design deepwater wave height. We conducted the Monte Carlo simulation and evaluated the mean value and coefficient of variation of the estimation accuracy of design deepwater wave height in accordance with the statistical duration of wave observation.

Key Words : *reliability-based design, statistical duration of wave observation, wave extreme value distribution, Monte Carlo simulation, design wave height*

1. はじめに

港湾の施設の技術上の基準が改正され、信頼性設計法が導入された¹⁾。防波堤の耐波設計では、確率的にキャリブレーションされた部分係数の標準値が示されている。波力の部分係数は、沖波波高推定精度、波浪変形計算精度、砕波変形推定精度、波力算定式推定精度という複数の要因のばらつきを考慮した上で設定されている。これらの要因のうち沖波波高の推定精度については、平均値の偏りなし(特性値は平均値と一致)、変動係数が0.1と推定された結果が部分係数の設定に用いられている。これは高山ら²⁾の設定を端緒とするもので、その後の防波堤の外部安定時のキャリブレーション³⁾や滑動量のモンテカルロシミュレーションによる確率的評価⁴⁾にも用いられ、現在に至っている。

しかしながら、この沖波波高の推定精度は特に検証した結果を踏まえて設定されたものではなく、その妥当性を確認しておく必要があると考えられる。一般的に防波堤の耐波設計に用いられる設計沖波波高は再現期間50年の確率波高であり、波浪の極値データの極値統計解析により設定される。そのため波浪の統計期間が長いほど、その推定精度は高くなると考えられる。したがって、波浪の統計期間が異

なる場合には、設計沖波波高の推定精度の違いを反映させた部分係数の設定を行うことが望ましいと考えられる。このような背景のもと、本研究では波浪の統計期間に対応した設計沖波波高の推定精度を示すことを目的とする。

2. 波浪の統計期間に対応した極値統計解析

検討対象とする波浪の極値分布として、全国の設計資料から設計条件の偏りがないように抽出した港湾の波浪の極値分布をもとにモンテカルロシミュレーション(以下MCSと記述)により波高を算出した。検討対象は表-1に示す18ケース⁵⁾であり、これらの極値分布を真の極値分布と仮定して、これに従う波高を乱数により発生させた。一様乱数の発生にはメルセンヌ・ツイスタ⁶⁾を用いた。これは既往の検討⁷⁾で波浪の分野においても線形合同法と比較して精度が高いことが確認されている一様乱数発生方法である。検討対象とした極値分布形状は全てワイブル分布であるため、一様乱数からワイブル分布に従う乱数への変換は式(1)に示すワイブル分布関数の逆関数を用いた。

$$X = A \cdot [-\ln(1-U)]^{\frac{1}{k}} + B \quad (1)$$

ここに、 X :ワイブル分布に従う乱数、 U :一様乱数、 k, A, B :ワイブル分布のパラメータである。

表-1 検討ケース

ケース No.	母分布関数	形状母数 (k)	尺度母数 (A)	位置母数 (B)
1	ワイブル	1.40	1.545	5.177
2	ワイブル	1.40	2.168	6.697
3	ワイブル	1.40	2.174	4.865
4	ワイブル	1.40	1.545	5.177
5	ワイブル	1.00	0.994	5.511
6	ワイブル	1.40	2.395	4.154
7	ワイブル	2.00	4.604	1.984
8	ワイブル	1.00	1.187	4.257
9	ワイブル	2.00	4.721	1.355
10	ワイブル	2.00	4.908	0.952
11	ワイブル	2.00	4.908	0.952
12	ワイブル	2.00	3.258	2.357
13	ワイブル	1.00	0.934	1.093
14	ワイブル	1.25	0.875	0.896
15	ワイブル	1.50	1.648	4.837
16	ワイブル	2.00	3.692	1.498
17	ワイブル	2.00	4.505	3.735
18	ワイブル	2.00	4.505	3.735

乱数により発生させた波高を各年の最大波高とし、年平均発生率を1と見なした期間最大資料として取り扱う。また、極値の除外作業は行わず全数極値資料として取り扱う。

以上により、例えば波浪の統計期間が30年の場合は30個の波高のセットが得られる。得られた極値標本に対して、表-2に示す10種類の3母数型の分布関数の尺度母数および位置母数を最小二乗法により推定し、相関係数が最も大きい分布関数を推定極値分布とした。

表-2 あてはめ関数

分布関数	形状母数(k)
ワイブル分布	0.75, 1.0, 1.25, 1.4, 1.5, 2.0
極値II型分布	2.5, 3.33, 5.0, 10.0

母数の推定における極値のプロットイング・ポジションは式(2)~(6)⁸⁾により算定した。

$$F_m = 1 - \frac{m - \alpha'}{N + \beta} \quad : m = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

$$\alpha' = 0.20 + 0.27 / \sqrt{k} \quad : k \leq 2.0 \quad (3)$$

$$\alpha' = 0.44 + 0.52 / k \quad : k \geq 2.5 \quad (4)$$

$$\beta = 0.20 + 0.23 / \sqrt{k} \quad : k \leq 2.0 \quad (5)$$

$$\beta = 0.12 - 0.11 / k \quad : k \geq 2.5 \quad (6)$$

ここに、 F_m :非超過確率、 m :統計順位、 N :標本数である。統計期間は10年~50年の10年間隔

とし、各検討ケースおよび各統計期間で10万回の試行を行い最適分布関数の各母数および50年確率波高を得た。

3. 極値分布のばらつき

(1) 形状母数

MCSにより推定された形状母数(k_{MCS})のヒストグラムの一例を図-1(a)~(c)に示す。真の形状母数(k)はそれぞれ1.4, 1.0, 2.0である。いずれの場合も統計期間が長くなるに従い $k_{MCS}=k$ となるケースは増加するが、傾向には違いが見られる。

$k=1.4$ の場合には $k_{MCS}=2.0$ と推定されるケースが比較的多く、 $k_{MCS}=k$ と推定されるケースは少ない。 $k=1.0$ の場合には統計期間が短い場合には $k=2.0$ および2.5と推定されるケースが多いが、統計期間が長くなると $k_{MCS}=k$ と推定されるケースが多くなる。 $k=2.0$ の場合には統計期間にかかわらず $k_{MCS}=k$ と推定されるケースが多い。

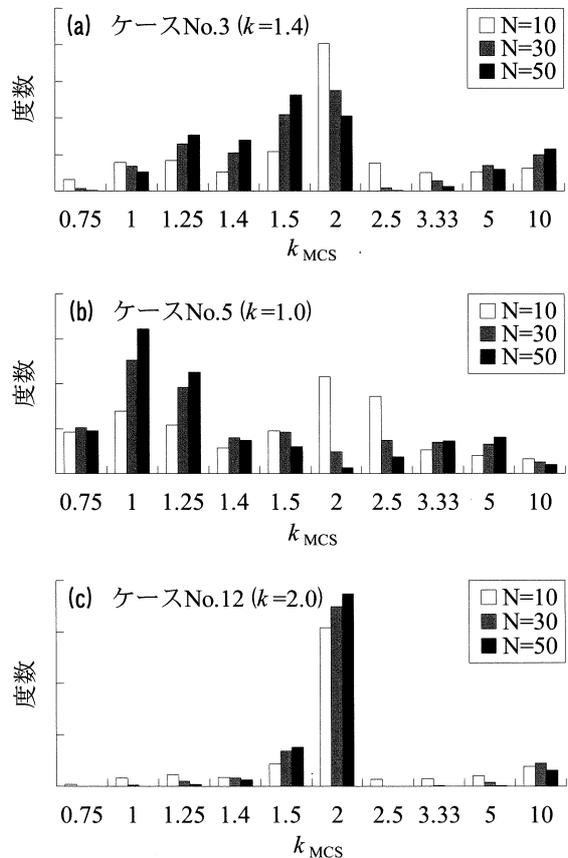


図-1 k_{MCS} のヒストグラム

(2) 尺度母数

真の尺度母数(A)とMCSにより推定された尺度母数(A_{MCS})の平均値の相関を図-2に示す。なお、図-2には A_{MCS} の最大値および最小値も併せて示す。 A_{MCS} の平均値は真の尺度母数が大きくなるに従い真の A より小さくなる。

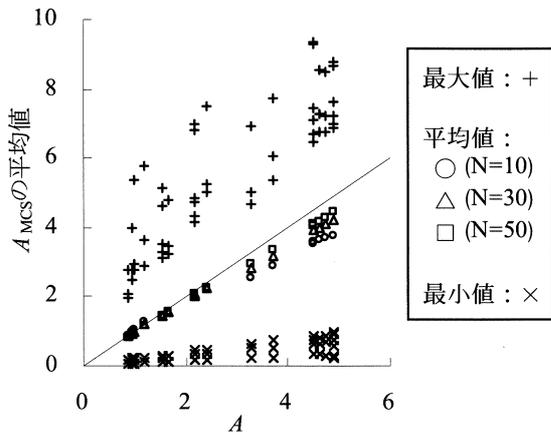


図-2 A と A_{MCS} 平均値の相関

統計期間 30 年の場合の A_{MCS} のヒストグラムの例を図-3 (a) ~ (c) に示す。各ケースの形状母数はそれぞれ 1.40, 1.25, 2.00 である。 $A_{MCS}=1.0$ 付近に 2 つ目の山があるため平均値は真値よりも小さく、真値が大きいほどその差は大きい。中央値と最頻値は平均値に比べて真値に近い値である。図中の曲線は正規分布を仮定した場合である。

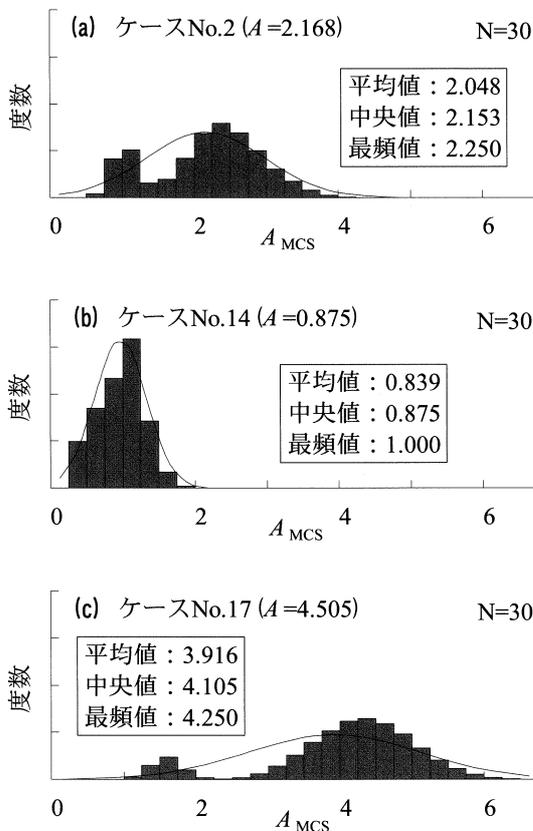


図-3 A_{MCS} のヒストグラム

(3) 位置母数

真の位置母数 (B) と MCS により推定された位置母数 (B_{MCS}) の平均値の相関を図-4 に示す。なお、図-4 には B_{MCS} の最大値および最小値も併せて示す。

B_{MCS} の平均値は真の位置母数が大きくなるに従い真の B に近づく。

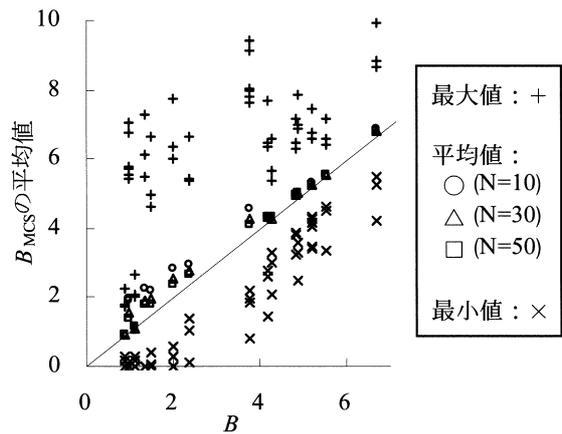


図-4 B と B_{MCS} 平均値の相関

統計期間 30 年の場合の B_{MCS} のヒストグラムの例を図-5 (a) ~ (c) に示す。各ケースの形状母数は図-3 と同様、それぞれ 1.40, 1.25, 2.00 である。尺度母数と同様に真値の右側に 2 つ目の山があるため平均値は真値よりも大きく、真値が大きいほどその差は大きい。中央値や最頻値は平均値に比べて真値に近い値である。図中の曲線は正規分布を仮定した場合である。

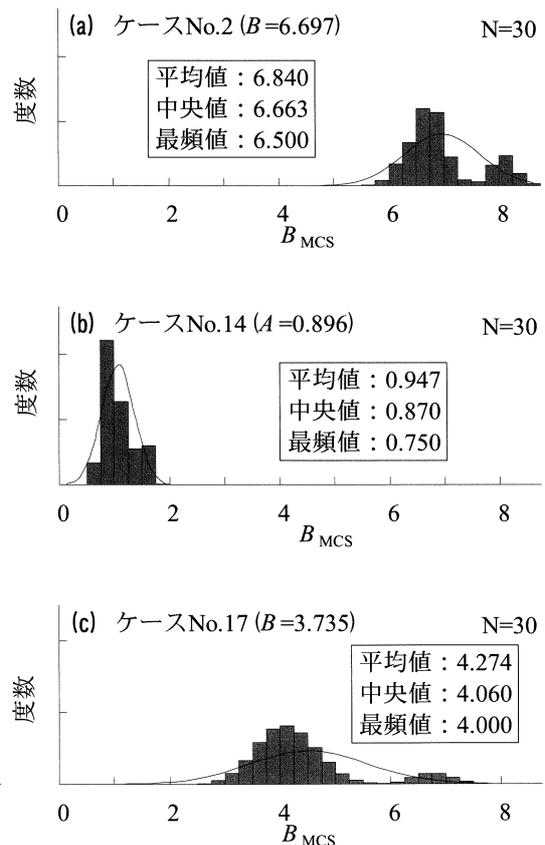


図-5 B_{MCS} のヒストグラム

(4) 極値統計解析の一例

極値統計解析の一例を図-6 (a) ~ (c) に示す。ケース No. 2 における統計期間 30 年の場合で、それぞれ推定 50 年確率波高が真値よりも大きくなる試行、ほぼ等しい試行および小さくなる試行である。推定 50 年確率波高の値は、統計順位の高い極値の大きさに影響を受けることがわかる。なお、図中に+で表す MCS による極値は、推定形状母数によるプロット・ポジションで示しているため、真の極値分布の回帰線とは必ずしも対応していない点に留意されたい。

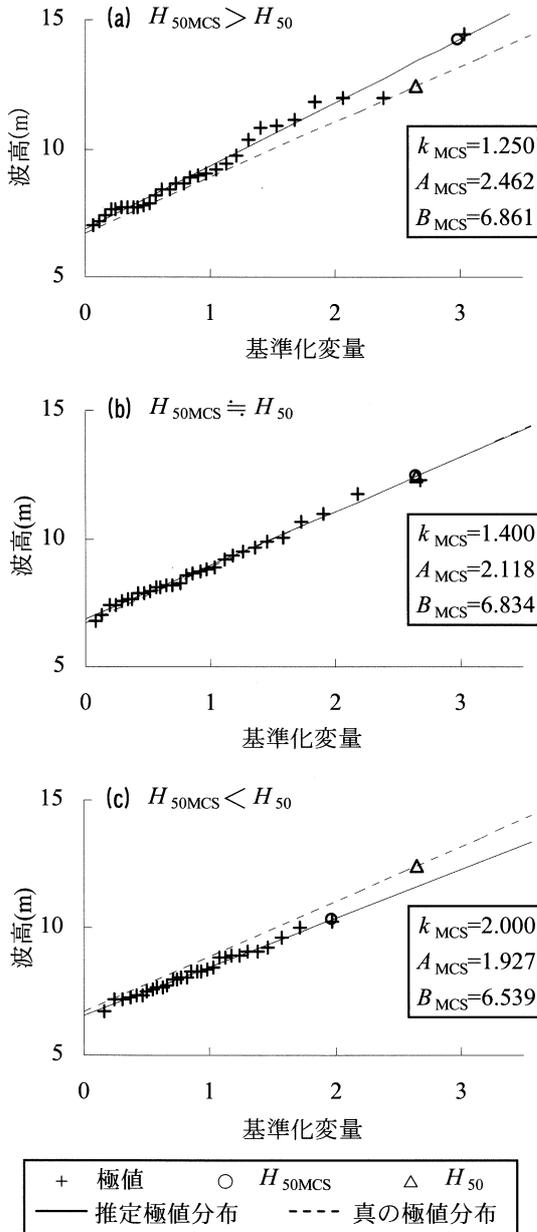


図-6 極値統計解析の一例

4. 設計沖波波高の推定精度

真の極値分布による 50 年確率波高 (H_{50}) と極値分

布推定値による 50 年確率波高 (H_{50MCS}) の比 (H_{50}/H_{50MCS}) の分布と統計期間の相関を図-7 および図-8 に示す。

統計期間が長くなるに従い平均値は 1 に近づき、変動係数は小さくなるが、平均値については真の極値分布の形状母数により傾向の違いが見られる。真の形状母数が 1.0 のケースでは H_{50}/H_{50MCS} の平均値は 1 より大きく、統計期間の変化による変動の幅が大きい。真の形状母数が 1.25~1.50 のケースでは H_{50}/H_{50MCS} の平均値は 1 より大きく、統計期間が 30 年を超えるとほぼ 1 となり変動の幅が小さくなる。真の形状母数が 2.0 のケースでは H_{50}/H_{50MCS} は 1 より小さく、統計期間の変化による変動の幅も小さい。

一方、 H_{50}/H_{50MCS} の変動係数については真の形状母数が小さいほど大きくなる傾向が見られるが、平均値ほど明確ではなく、他の母数の違いが影響していると考えられる。図-9 に示すように、真の極値分布における 50 年確率波高と 10 年確率波高 (H_{10}) の比である裾長さ⁹⁾ ($\gamma_{50}=H_{50}/H_{10}$) と H_{50}/H_{50MCS} の変動係数には強い正の相関が見られ、 γ_{50} が大きくなるに従い H_{50}/H_{50MCS} の変動係数も大きくなる。この理由は以下のように考えられる。 γ_{50} が大きい極値分布では、沖波波高の確率分布において波高の大きい方の裾が長くなり、非常に大きな極値の確率密度が無視できない程度の大きさとなる。そのため、極値資料における統計順位の高い極値の分布形は資料ごとに大きく異なることになり、推定 50 年確率波高に大きなばらつきが生じるものと考えられる。

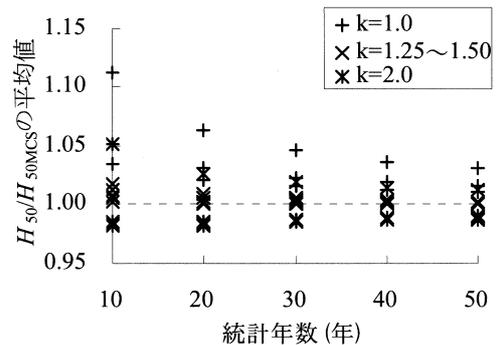


図-7 統計期間と H_{50}/H_{MCS} の平均値の相関

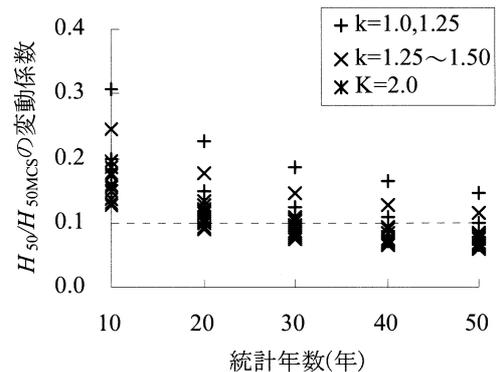


図-8 統計期間と H_{50}/H_{MCS} の変動係数の相関

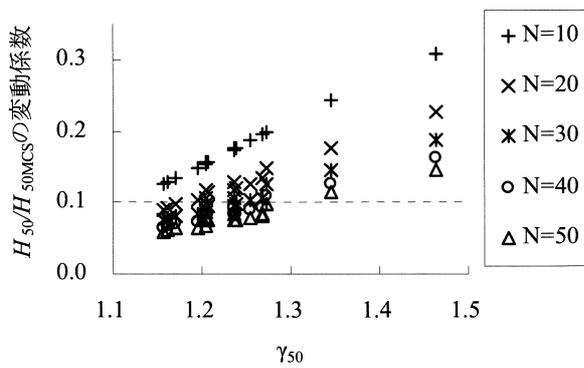


図-9 γ_{50} と H_{50}/H_{50MCS} の変動係数の相関

次に H_{50}/H_{50MCS} の分布特性の例を表-3 および図-10 (a) ~ (i) に示す。図-10 に示す曲線は、表-3 に示す平均値と標準偏差をもつ正規分布である。統計期間が長く γ_{50} が小さいほど変動係数は小さくなり、形状母数 k の違いにより平均値の大きさに違いが見られるが、 H_{50MCS}/H_{50} の分布はほぼ正規分布と見なすことが出来ると考えられる。また、 γ_{50} は尺度母数 A の汎用指標であることから¹⁰⁾、図-3 に示したように、真の尺度母数が大きくなるに従い推定尺度母数のばらつきが大きくなる傾向とも整合した結果と言える。すなわち、真の尺度母数が大きくなるに従い推定尺度母数のばらつきが大きくなる理由

は、推定 50 年確率波高のばらつきと同様に極値の確率分布の裾の長さの影響によるものと考えられる。

表-4 には部分係数の設定に用いる統計期間ごとの沖波波高の推定精度の提案値として、全ケースで平均した H_{50}/H_{50MCS} の平均値と変動係数を示す。

表-3 H_{50}/H_{50MCS} の統計値

ケース No.	γ_{50}	k	統計期間	平均値	変動係数
15	1.158	1.50	10年	1.002	0.127
			30年	1.000	0.075
			50年	1.000	0.059
12	1.205	2.00	10年	0.984	0.154
			30年	0.986	0.086
			50年	0.989	0.067
8	1.273	1.00	10年	1.052	0.199
			30年	1.023	0.125
			50年	1.016	0.098

表-4 H_{50}/H_{50MCS} の統計値 (全ケースの平均)

統計期間	10年	20年	30年	40年	50年
平均値	1.010	1.003	1.001	1.000	1.000
変動係数	0.174	0.124	0.102	0.088	0.079

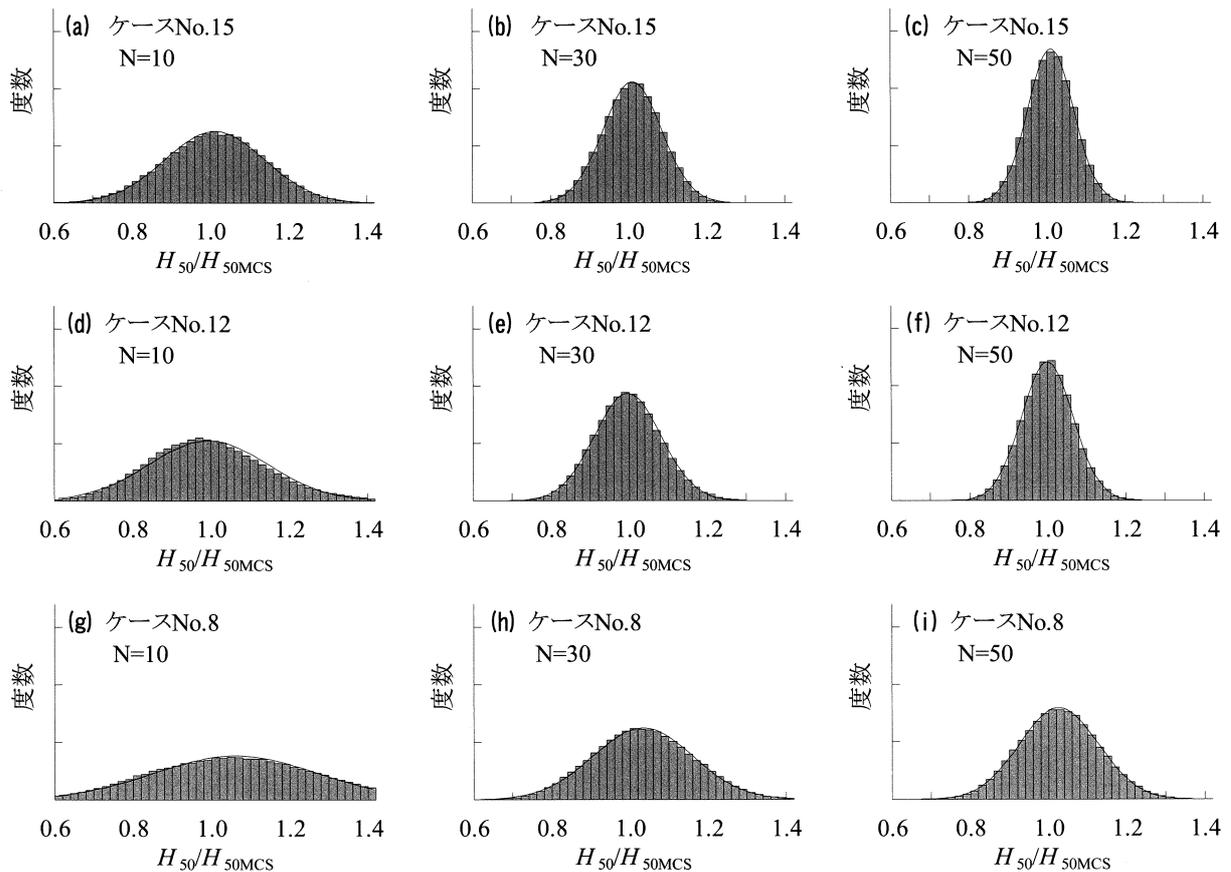


図-10 H_{50}/H_{50MCS} のヒストグラム

比の値の平均値は、統計期間が 10 年の場合でも 1.010 であり、平均的には精度が良いことがわかる。統計期間が 20 年になると 1.003 となり、平均的には非常によく一致するといえる。ただし、各々の推定結果にはばらつきがあり、比の値の変動係数は統計期間が 10 年の場合で 0.174 とかなり大きなばらつきとなる。変動係数が標準値の 0.1 に概ね一致するのは統計期間が 30 年の場合である。この変動係数は統計期間が長くなるにつれて減少し、統計期間が 50 年の場合は 0.079 となる。以上により、波浪の統計期間として概ね 30 年程度のデータをもとに設計波高が設定されている場合は、技術基準に示された部分係数の設定と調和的な条件であるといえる。また、比の値の範囲は、統計期間が 10 年の場合 0.293~3.055 であり、30 年の場合は 0.455~2.270 である。

港湾基準における部分係数は前述の通り沖波波高の推定精度の比の値を 1.0、変動係数を 0.1 と見込んで設定されている。比の値の平均値は統計期間によらず概ね 1.0 であるため、港湾基準における設定のうち比の値については妥当であると言える。しかしながら、標準偏差については港湾基準における設定と異なる場合があり、港湾基準における設定と概ね一致するのは統計期間が 30 年の場合の設定に相当する。よって、波浪の統計期間が 30 年程度の場合には港湾基準に示された波力の部分係数をそのまま用いることが可能と考えられる。ただし、波浪の統計期間が十分に長い場合は、より小さな部分係数を適用することが可能であるといえる。また逆に、波浪の統計期間が短い場合は、港湾基準に示された波力の部分係数をそのまま用いることは危険側の設定となるといえる。さらに、統計期間とは別に上述の通り γ_{50} が大きい場合には変動係数が大きいことから、部分係数の設定においては注意が必要であるといえる。

5. まとめ

本研究で得られた主な結論は以下の通りである。

①設計沖波波高の推定精度に関する港湾基準における設定は、確率分布としては正規分布とみなせるため妥当であると言える。次に平均値については妥当であり偏りなしと見なせるが、変動係数(10%)については、波浪の統計期間が 30 年程度の場合に相当する。よって、波浪の統計期間が 30 年程度の場合には港湾基準に示された波力の部分係数をそのまま用いることが可能であり、波浪の統計期間が十分に長い場合は、例えば 50 年の統計期間では変動係数が 8%に低下するので、より小さな部分係数を適用することが可能である。波浪の統計期間が短い場合は、例えば 10 年の統計期間では変動係数が 17%に増加するので、港湾基準に示された波力の部分係

数をそのまま用いることは危険側の設定となる。

②設計沖波波高の推定精度は真の極値分布の違いによってもばらつきが異なり、極値分布の汎用指標である 50 年確率波高と 10 年確率波高の比 γ_{50} が大きいほど沖波波高の推定精度の変動係数も大きい。これは、例えば瀬戸内海などのように高波が頻繁に発生しない海域において設計沖波波高を求める際には、解析に用いる極値統計の統計期間に特に注意を要することを示す。

本稿執筆時点では、設計沖波波高を波浪の極値分布により推定している場合、統計期間として概ね 30 年程度が確保されていることが多いと考えられ、その範囲においては港湾基準の部分係数の設定の前提条件と合致していると言える。しかしながら、地方港湾等で波浪観測が行われていない等、沖波波高の推定精度が異なる場合や、将来統計期間が十分に確保できた場合などは本研究の成果を活用することが可能と考えられる。

謝辞：本論文をまとめるに当たり、電源開発・吉岡氏に貴重な意見を頂きました。ここに、感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 国土交通省港湾局監修：港湾の施設の技術上の基準・同解説，日本港湾協会，2007.
- 2) Takayama, T. and Ikeda, N.: Estimation of Sliding Failure Probability of Present Breakwaters for Probabilistic Design, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, Vol.31, No.5, pp.3-32, 1993.
- 3) 吉岡健，長尾毅：重力式防波堤の外的安定に関する部分係数のコードキャリブレーション，*海洋開発論文集*，第 21 巻，pp. 779-784，2005.
- 4) 下迫健一郎，高橋重雄：期待滑動量を用いた混成防波堤直立部の信頼性設計法，*港湾技術研究所報告*，Vol. 37, No. 3, pp. 3-30, 1998.
- 5) 長尾毅：重点サンプリング法を用いたモンテカルロシミュレーションによる防波堤の累積滑動量に対する破壊確率評価の効率化に関する研究，*構造工学論文集* Vol. 55A, pp. 236-248, 2009.
- 6) Matsumoto, M. and Nishimura, T.: Mersenne Twister: 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator, *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulations*, 8, pp3-30, 1972.
- 7) 長尾毅，吉岡健，尾崎竜三：防波堤の滑動量に関する破壊確率の算定精度向上に関する研究，*海岸工学論文集*，第 55 巻，pp. 941-945，2008.
- 8) 合田良實：耐波工学，鹿島出版会，2008.
- 9) 合田良実：設計波高に係わる極値統計分布の裾長パラメータとその意義，*海岸工学論文集*，第 49 巻，pp. 171-175，2002.
- 10) 北野利一：極値波高分布の形状特性に対する汎用指標の提案，*海岸工学論文集*，第 50 巻，pp. 211-215，2003.