

砕波帯周辺での浮遊砂の濃度分布 に関する研究

STUDY ON DISTRIBUTION OF SUSPENDED SEDIMENT CONCENTRATION AROUND SURF ZONE

鷺見浩一¹・高江俊之²

Hirokazu SUMI and Toshiyuki TAKAE

¹正会員 博(工) 金沢工業大学准教授 環境・建築学部環境土木工学科 (〒921-8501 石川県石川郡野々市町扇が丘7-1)

²学生員 金沢工業大学大学院 工学研究科環境土木工学専攻 (同上)

The relationship between the velocity distribution and the distribution of the suspended sediment concentration inside a wave around the surf zone has not been fully explained. In this study, we studied the time-space distribution of the suspended sediment concentration around the surf zone. Furthermore, we have made observations on the relationship between the velocity distribution and the distribution of the suspended sediment concentration inside a wave. As a result, it has become apparent that the distribution of the suspended sediment concentration is dependent on the flow velocity inside the wave. The suspended sediment concentration is lower during the time period before a wave reaches the breaking point. As a wave approaches the breaking point, the flow velocity at the center of the wave crest becomes greater, the bottom shear force increases, and suspended sediment concentration increases.

Key Words : *Suspended sediment concentration, Surf zone, Wave breaking*

1. はじめに

砕波時の波内部では、波峰前面に水平渦が発生し、波頂部後方には斜降渦が出現する。これらの渦により、巻き上げられる底質の量は多量である。したがって、砕波帯周辺での底質の浮遊現象は、海浜の地形変化を支配する重要な因子である。砕波帯内での底質の浮遊については、岡安ら¹⁾が砂を薄く均等に敷いた一様勾配斜面上で砕波を発生させる実験により、斜降渦の海底面への到着が底質の移動に支配的であることを確認している。浮遊砂濃度の水深方向の分布については、柴山ら²⁾が底質を浮遊させる起動力によって砕波帯内を3つの要素に分割し、各要素における水深方向の浮遊砂濃度の分布を、基準点濃度と拡散係数を用いて定量的に推定する方法を提案している。浮遊砂濃度の平面2次元的な分布については、宇野ら³⁾が均一に砂を敷き詰めた一様勾配斜面上の砕波帯内において、浮遊砂雲の平面的な分布状況をCT型濁度計を用いた実験により考察している。波と流れの共存場の浮遊砂濃度については、鶴崎ら⁴⁾が水深を一定に固定した移動床実験により、浮遊砂濃度を計測し、漂砂量フラックスを評価している。また、数値モデルによる浮遊砂濃度の検討については、鈴木ら⁵⁾が底質の巻き上げと移流を考慮

できる底質浮遊モデルを構築し、このモデルに3次元LESによる砕波帯内の流速場を与え、砕波による浮遊砂濃度の時空間変動をシミュレートしている。このように、底質の浮遊現象や浮遊砂濃度の分布に関しては、多くの研究が行われ、幾つかの重要な知見が得られている。しかし、その大部分は一様斜面上での砕波による底質の浮遊濃度を砕波点近傍域で検討した研究や一様斜面上における砕波帯の内と外での浮遊砂濃度を個別な実験により評価した研究である。したがって、平衡断面に漸近した海浜地形を対象に、砕波帯周辺の広範囲において、波の伝播に伴う浮遊砂濃度の時空間分布を実験的に検討した研究は少なく、平衡断面上での砕波に伴う浮遊砂濃度の分布状況については、不明な点が多い。

本研究は、実際の海の砕波帯で生じている底質の浮遊現象を解明するための基礎的な位置づけであり、平衡断面に漸近した海浜地形を対象に砕波帯周辺における広範囲な浮遊砂濃度の時空間分布を移動床実験により検討する。さらに、浮遊砂濃度の分布形態と $k-\epsilon$ モデルによる速度場を関連づけて考究する。

2. 移動床水理実験と数値計算

(1) 浮遊砂濃度の分布を検討する実験

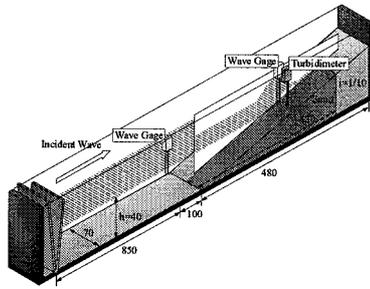
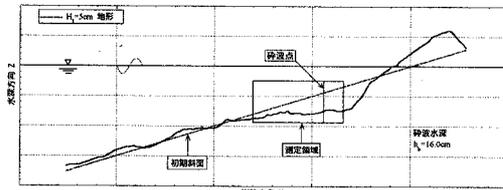
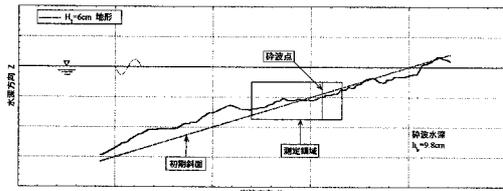


図-1 実験水槽(単位:cm)

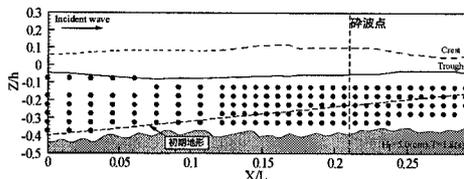


(a) ケース1

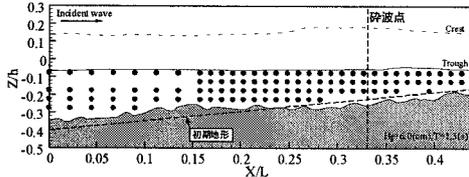


(b) ケース2

図-2 海浜の平衡縦断面



(a) ケース1



(b) ケース2

図-3 浮遊砂濃度の計測点

実験は、図-1 に示す片面ガラス張りの 2 次元造波水槽(長さ 18.0m, 幅 0.7m, 高さ 1.0m)を用いて行った。水深 $h=40$ cm の水槽内に、外枠をアクリル板で作成した一様勾配斜面(勾配 $\tan \beta = 1/10$)を設置した。実験波は、石川県徳光海岸の沖合 1.5km に設置された超音波式波高計の 2003~2004 年の観測記録に基づいて決定した。観測記録から造波機の造波許容条件を考慮して、実験波には春期と秋期の有義波を選定した。春期と秋期の有義波諸元を算定すると、それぞれ有義波高 $H_{1/3} = 1.25$ m, 有義波周期 $T_{1/3} = 9.0$ s と $H_{1/3} = 1.5$ m, $T_{1/3} = 6.5$ s になる。フルードの相似則により実験縮尺を 1/25 とすると、実験波

は春期が波高 $H_f = 5.0$ cm, 周期 $T = 1.8$ s(以降ケース 1 とする), 秋期が $H_f = 6.0$ cm, $T = 1.3$ s(ケース 2)となる。規則波と不規則波の実験では、不規則波実験がより実現象の再現性が高いが、本研究は平衡断面上での浮遊砂濃度の分布状況を検討するための基礎的段階である。したがって、実験波は両ケースともに規則波とした。砕波形式は、ケース 1 と 2 とともに Plunging 砕波であり、砕波水深 h_b は、ケース 1 が約 16.0cm, ケース 2 が約 9.8cm である。移動床実験において、砂粒子の粒径と質量に相似則を成立させることは困難であるが、本研究では既往の研究³⁾と同じ中央粒径 $d_{50} = 0.3$ mm のケイ砂を底質とし、アクリル製の海底勾配模型の内部全域に敷き詰めた。海浜の平衡断面形状を分類する無次元係数 C は、ケース 1 で堆積型の $C = 3.8$, ケース 2 で中間型の $C = 5.9$ である。図-2 に海浜の縦断面形状と浮遊砂濃度の測定領域を示す。浮遊砂濃度の測定は、一様斜面に実験波を 24 時間造波し、海浜形状が平衡断面に漸近した後に行った。浮遊砂濃度の計測には、光ファイバー径が 2mm の光学式濁度計(KENEK 製: PMT5-50)を用いた。計測対象波は、造波機の始動から第 7 波目~第 11 波目の波とし、光学式濁度計により 100Hz の時間間隔で濃度のデータを収集した。測定範囲は、図-3 に示すように水深 16cm の静水面を原点として、水平方向は原点から岸側に 95cm, 鉛直方向は波谷レベル以深から砂面の 1cm 上方とした。なお、図中の破線と実線は、それぞれ波峰と波谷のレベルを、黒丸は計測点を示す。計測点の間隔は、岸沖方向に砕波点近傍で 2cm, 水深方向で 1cm とした。計測点の総数は、ケース 1 の場合で約 170 点となる。濃度の測定と同時に、容量式水位計で水面変動も計測した。後述の図-4 と図-6 で用いた浮遊砂濃度と水位の値は、造波開始後の第 7 波目~第 11 波目までの 5 波による位相平均値を採用した。

(2) 砕波の数値シミュレーション

浮遊した砂の移流・拡散・沈降過程と波内部の流速の関係を検討するには、浮遊砂濃度の計測の実験と同時に流速計測が必要である。しかし、濃度計測と同時に実験による流速計測が困難であったために、本研究では砕波の数値計算を行った。紙面制約上、図示できないが砕波点での実験と計算による水面変動は一致していた。功刀⁶⁾により考案された MARS 法は、VOF 法を応用した自由界面の解法である。MARS 法は流体体積率の輸送方程式を Navier-Stokes 方程式と連立させて解く VOF 法の Donor-Acceptor 法に基づく厳密な界面の体積保存に加えて、計算格子内の界面勾配を 1 次関数として近似する line-segment 関数の導入により、界面形状の正確な捕獲と輸送、および格子界面内での流体率の連続性が考慮可能となった多相流の直接解析手法である。この MARS 法を自由界面の解法として $k-\epsilon$ モデルによる砕波の数値計算を実施した。岸沖方向を x , 水深方向を z とする直交座標における多相流の連続式、運

動方程式, 体積率輸送式を式(1)~(4)に示す.

$$\frac{\partial(F_1 + F_2)}{\partial t} + \frac{\partial F_1 u}{\partial x} + \frac{\partial F_1 w}{\partial z} + \frac{\partial F_2 u}{\partial x} + \frac{\partial F_2 w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{F_1 \rho_1 + F_2 \rho_2} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left([\nu] + \nu_t \right) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left([\nu] + \nu_t \right) \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\sigma \kappa n_x}{\bar{\rho}} \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -g - \frac{1}{F_1 \rho_1 + F_2 \rho_2} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left([\nu] + \nu_t \right) \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left([\nu] + \nu_t \right) \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\sigma \kappa n_z}{\bar{\rho}} \quad (3)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial t} + \frac{\partial F_1 u}{\partial x} + \frac{\partial F_1 w}{\partial z} - F_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (4a)$$

$$F_1 + F_2 = 1.0 \quad (4b)$$

$$\bar{\rho} = (\rho_1 + \rho_2) / 2 \quad (5)$$

ここに, t は時間, F_1 と F_2 は気相と液相の流体体積率, u, w は x, z 方向の流速, P は圧力, ρ_1 と ρ_2 は気相と液相の密度, ν は動粘性係数, σ は表面張力係数, κ は界面の曲率, n_x と n_z は x, z 方向の界面法線ベクトルである. ν_t は渦動粘性係数であり, 式(6)で与えられる.

$$\nu_t = C_k \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + w \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\nu + \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (\nu + \nu_t) \frac{\partial k}{\partial z} \right\} + P_k - \varepsilon \quad (7)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + w \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\nu + \nu_t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (\nu + \nu_t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right\} + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (8)$$

$$P_k = \nu_k \left\{ 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (9)$$

ここに, k は乱れエネルギー, ε は乱れエネルギーの逸散率である. C_k と $C_{\varepsilon 1}$ および $C_{\varepsilon 2}$ は乱流モデルの係数であり, それぞれ, 0.09, 1.44, 1.92とした. 数値計算では波条件と計算領域を実験と同じ諸元で設定し, 水深データには実験による地形情報を与え, 海浜の縦断面形状を考慮した速度場を算定した.

3. 浮遊砂の濃度分布

(1) 春期波浪を想定したケース1

砕波帯周辺でのケース1の浮遊砂濃度の実験結果を図-4に示す. 図中のハッチ部は海浜の平衡縦断

面形状を, 破線は造波開始前の初期斜面を, 白丸の中心は容量式水位計で計測した水表面の座標を示す. 海浜の縦断面形状は岸沖方向に1cm間隔で砂面の高さを計測し図化した. 入射波が砕波するときの時刻は, $t/T=0.522$ である. 図-5に k - ε モデルより算定した波内部の速度場を示す.

図-4(a)は, 波頂部が計測領域の $X/L \cong 0.0$ に到達した時刻の浮遊砂濃度の空間分布である. 波前脚部から岸側の $0.08 \leq X/L \leq 0.14$ の $Z/h \leq -0.3$ の領域では, 約 $3g/l$ の砂が浮遊している. 図-5(a)の同領域では, 他の領域よりも比較的大きな約 $20cm/s$ の沖方向の流れが生じており, この沖方向の流れが約 $3g/l$ の砂の浮遊領域の発生に寄与したものと考えられる. 図-4(b)は, 波頂部が $X/L \cong 0.08$ に到達した時刻の浮遊砂濃度の空間分布である. 底面近傍の約 $3g/l$ の砂の浮遊域は, 図-4(a)と比較して岸方向に $X/L \cong 0.16$ まで拡大している. また, 約 $1g/l$ の浮遊砂濃度のコンター線の鉛直方向の上限は図-4(a)では $Z/h \cong -0.25$ であったが, 図-4(b)では $Z/h \cong -0.2$ となり, 約 $1g/l$ の砂の浮遊域が上昇していることが判る. この砂の浮遊域の上昇には, 紙面の制約上, 図示できないが $0.08 \leq X/L \leq 0.15$ で発生していた岸側斜め上方向の流れが影響している. 図-4(c)は, 図-4(b)から約 $0.12s$ 後の波頂部が計測領域の $X/L \cong 0.16$ に到達した時刻の浮遊砂濃度の空間分布である. 海底面近傍の浮遊砂濃度が約 $3g/l$ の領域は, 波の伝播に伴って $X/L \cong 0.19$ まで拡大している. また, 約 $1g/l$ の浮遊砂のコンター線の上限は図-4(b)とほぼ同じ $Z/h \cong -0.2$ であり, 水深方向の浮遊砂の拡大は, この時刻において顕著ではない. 図-4(c)と同時刻の流速分布を示した図-5(b)より, 海底面近傍の約 $3g/l$ の浮遊砂の濃度域の岸方向への拡大は, 波峰中心部の $0.14 \leq X/L \leq 0.19$ の底面近傍で発生している岸方向の流れによるものであると推察できる. 図-4(d)は, 砕波瞬時の時刻の浮遊砂濃度の空間分布である. 波峰中心部から波前脚部にかけての $0.21 \leq X/L \leq 0.29$ では底面近傍で高濃度に浮遊する砂が確認できる. 特に, $X/L \geq 0.23$ では約 $5g/l$ 以上の浮遊砂の高濃度域も出現している. 図-4(d)と同時刻の砕波瞬時の流速分布を図-5(c)に示す. 同図より, $0.21 \leq X/L \leq 0.25$ の海底付近の流れは岸方向であり, $X/L \cong 0.27$ では波の伝播に伴う岸方向の流れと戻り流れが合流して上昇流が発生している. 約 $5g/l$ を超える高濃度の浮遊砂域の発生には, このような岸方向の流れと上昇流が支配的であると考えられる. 図-4(e)は, 砕波瞬時から約 $0.08s$ 後の時刻の浮遊砂濃度の空間分布である. 図-4(d)の砕波瞬時と同様に, 砕波直後の時刻においても波峰中心部から岸側の $X/L \geq 0.25$ の範囲で, 約 $5g/l$ の高濃度の砂が浮遊している. 図-4(f)は, 砕波瞬時から約 $0.7s$ 後の時刻の浮遊砂濃度の空間分布である. 同図において, 砕波瞬時と砕波直後に出現していた $X/L \geq 0.25$ の浮遊砂の高濃度域は確認できない. さらに, $X/L \geq 0.05$ の約 $1g/l$ のコン

ター線も砕波時と比較して底面に接近している。砕波瞬時からの低濃度化には、波内部の流速分布が関係している。図-4(f)と同時刻の流速分布を示した図-5(d)では、沖側斜め下方向の流れが卓越しており、この沖側斜め下方向の流れにより浮遊した砂の沈降が促進され、低濃度になったものと考えられる。

(2) 秋期波浪を想定したケース 2

砕波帯周辺でのケース 2 の浮遊砂濃度の分布の実

験結果を図-6 に示す。入射波が砕波するときの時刻は $t/T=0.5$ である。また、図-7 に $k-\varepsilon$ モデルにより算定した波内部の速度場を示す。

図-6(a)は、波頂部が $X/L \cong 0.00$ 付近に到達した時刻の浮遊砂濃度の空間分布である。波峰中心部より岸側の $0.0 \leq X/L \leq 0.4$ では、約 1g/l の低濃度の砂が浮遊している。図-6(b)は、図-6(a)から約 0.18s 後の波頂部が $X/L \cong 0.11$ 付近に到達した時刻の浮遊砂濃度の空間分布である。波峰中心部の

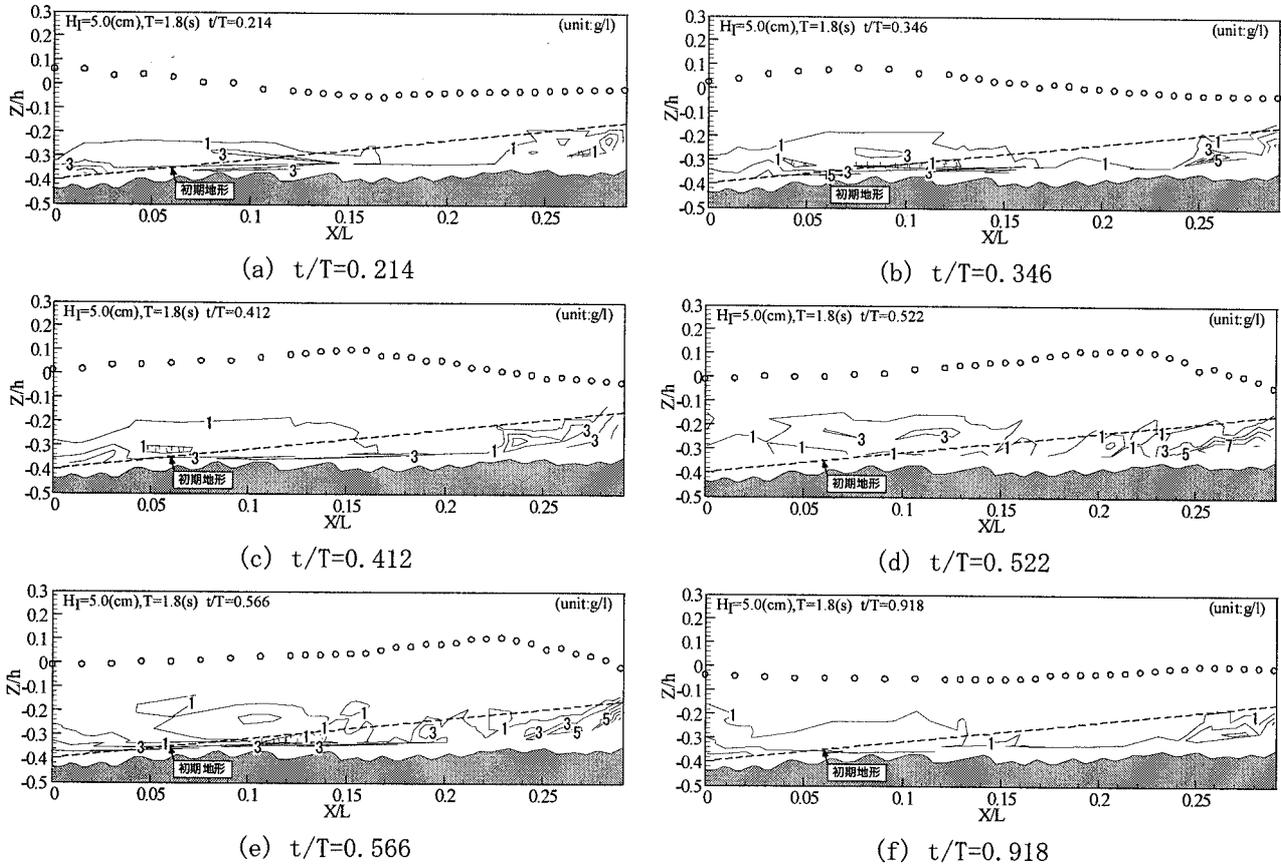


図-4 ケース1の砕波に伴う浮遊砂濃度の時空間分布

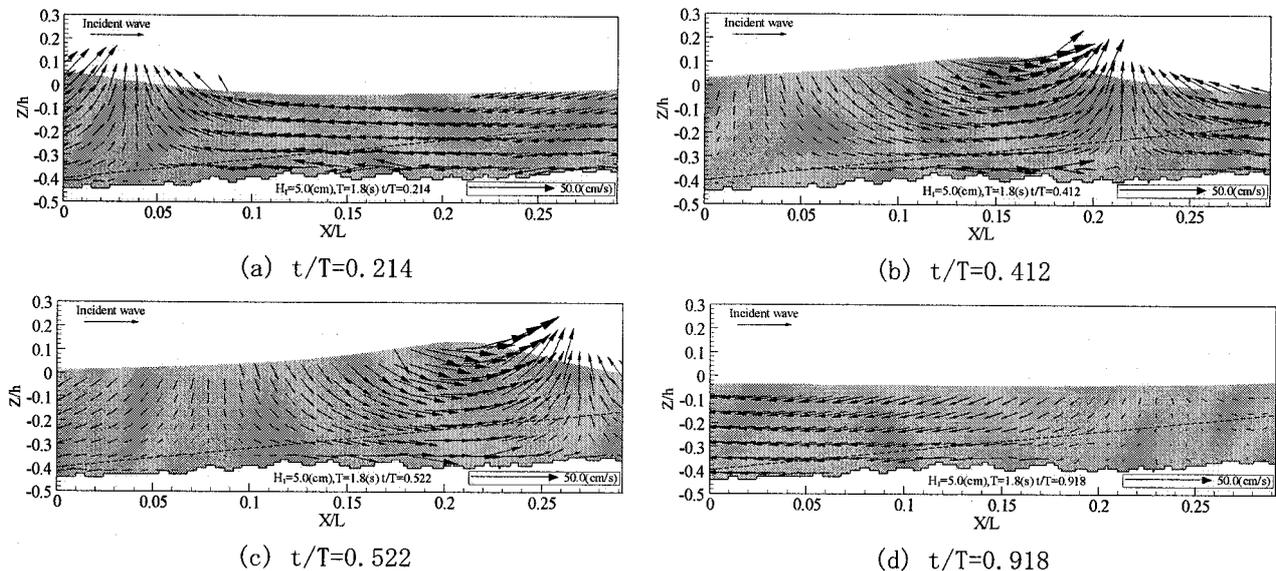
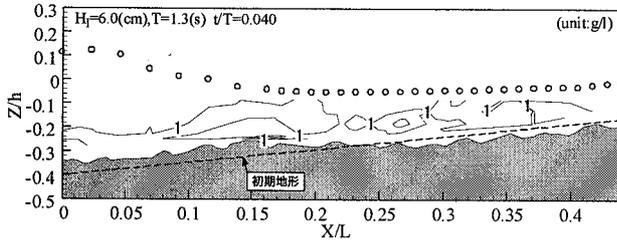


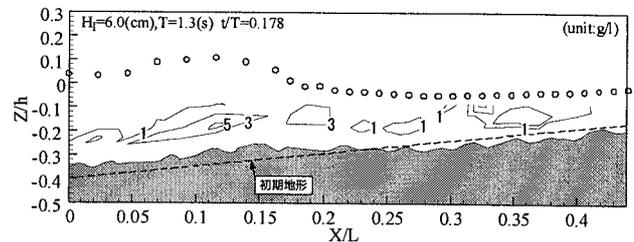
図-5 ケース1の海浜の縦断形状を考慮した流速分布

0.05 ≤ X/L ≤ 0.15 の底面付近で高濃度の砂が浮遊している。図-7(a)に同時刻の流速分布を示す。同図から高濃度の砂が浮遊していた領域では、岸方向の比較的大きい約 23cm/s の流速が発生している。図-6(c)は、波頂部が X/L ≈ 0.19 付近に到達した時刻の浮遊砂濃度の空間分布を示している。図-6(b)の 0.05 ≤ X/L ≤ 0.15 で出現していた浮遊砂の高濃度域が波の伝播とともに、0.14 ≤ X/L ≤ 0.21 に移流しながら拡大していることが判る。これには、図-7(b)

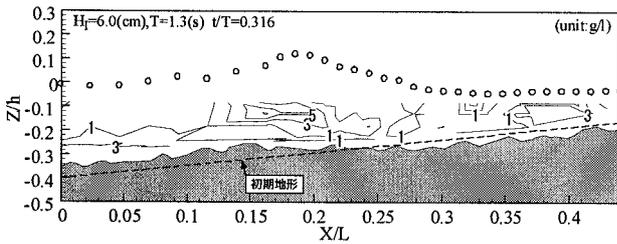
の 0.14 ≤ X/L ≤ 0.21 で発生している岸方向の流速分布が影響している。図-6(d)は、砕波瞬時の時刻の浮遊砂濃度の空間分布である。0.26 ≤ X/L ≤ 0.36 の波峰では、X/L ≤ 0.16 の波谷よりも浮遊砂濃度が高い。特に、X/L ≈ 0.35 では約 7g/l の浮遊砂の高濃度域が発生している。この高濃度域の発生には、図-6(d)と同時刻の図-7(c)の X/L=0.35 付近での上昇流が関連していると推測できる。図-6(e)は、砕波瞬時から約 0.06s 後の時刻の浮遊砂濃度の空間分



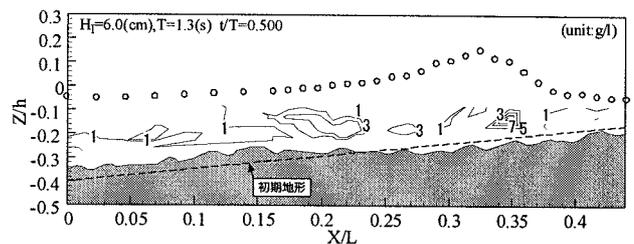
(a) t/T=0.040



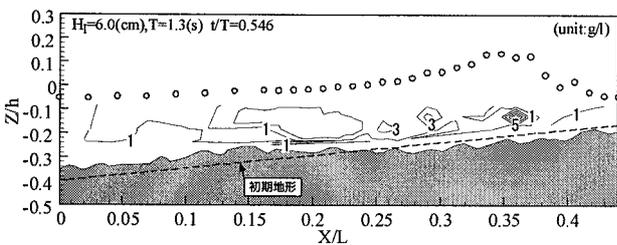
(b) t/T=0.178



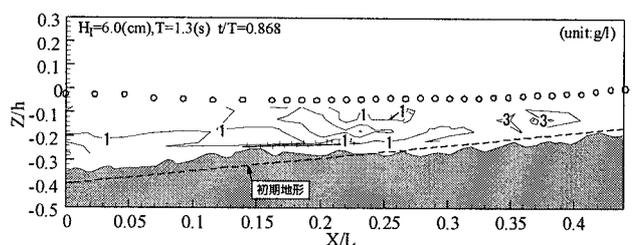
(c) t/T=0.316



(d) t/T=0.500

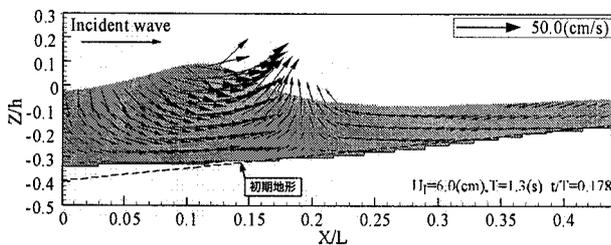


(e) t/T=0.546

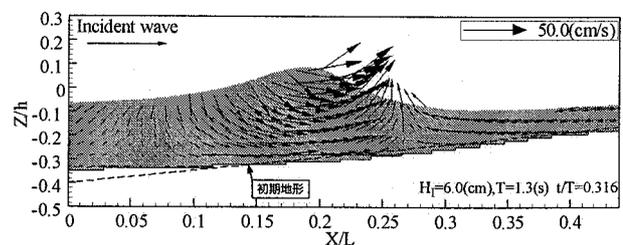


(f) t/T=0.868

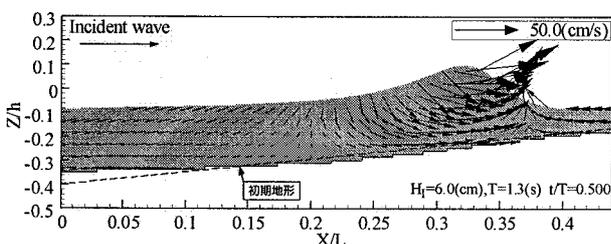
図-6 ケース2の砕波に伴う浮遊砂濃度の時空間分布



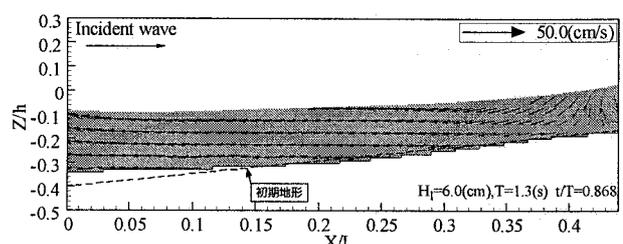
(a) t/T=0.178



(b) t/T=0.316



(c) t/T=0.500



(d) t/T=0.868

図-7 ケース2の海浜の縦断形状を考慮した流速分布

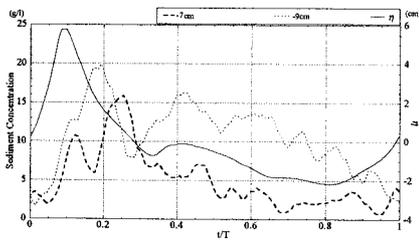
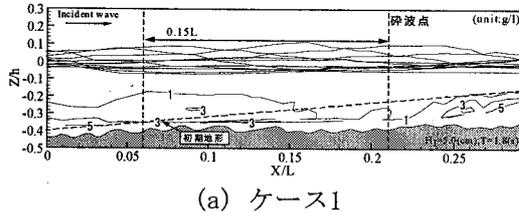
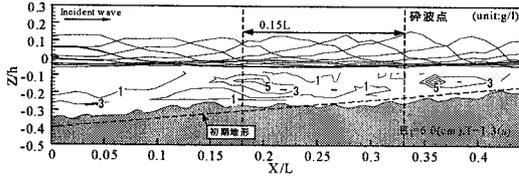


図-8 水位と浮遊砂濃度の変動の関係



(a) ケース1



(b) ケース2

図-9 時間平均した浮遊砂濃度の空間分布

布である。砕波直後においても波峰の中心部で高濃度の浮遊砂の発生域が維持されている。図-6(d)は、砕波瞬時から約 0.48s 後の時刻の濃度の空間分布である。この時刻において、砕波瞬時に砕波直後に出現していた約 5g/l を超える高濃度域は確認できない。同時刻の流速分布を図-7(e)に示す。X/L=0.35 付近では沖側斜め下方向の流れが発生しており、この沖側斜め下方向の流れにより砕波瞬時に高濃度に浮遊していた砂が着底したものと考えられる。

既往の研究⁷⁾では、一様斜面上の砕波点近傍での浮遊砂濃度の時空間分布が報告されており、砕波により突入した水塊により、砂が高濃度に浮遊することが確認されているが、浮遊砂濃度と流速分布との関連は検討されていない。本研究では、浮遊砂濃度の時空間分布と波内部の流速分布の関係を検討し、浮遊砂濃度の分布は、波の伝播に伴う波峰中心部での岸向きの流速分布や砕波後の波頂部後方での沖側斜め下向きの流速分布などに依存することが判明した。すなわち、波前脚部より岸側で戻り流れが生じている時刻では、図-6(a)に示すように浮遊砂濃度も約 1g/l と低濃度である。波が伝播し、図-7(a)に図示したように波峰中心部の $0.05 \leq X/L \leq 0.15$ の流速の増加に伴い、同領域の底面せん断力が増加することによって、図-6(b)に示す約 5g/l の高濃度の砂が浮遊する。この高濃度域は、図-7(b)に示す波峰中心部での流速場と同方向に浮遊砂雲を形成しながら、図-6(c)の $0.15 \leq X/L \leq 0.22$ の範囲に移流・拡大する。その後、図-6(d)の砕波時には、図-7(c)の波前脚部で生じる上昇流により、約 7g/l の浮遊砂の高濃度域が出現する。

(3) 水位と浮遊砂濃度の変動の関係

ケース2における水面変動と浮遊砂濃度の関係を図-8に示す。なお、同図は $X/L=0.21$ での水面変動に伴う濃度変化を図示したものである。図中の実線は水位を示し、2つの破線はそれぞれ、水深が $Z=-7\text{cm}$ 、 -9cm での浮遊砂濃度の時間波形である。浮遊砂の濃度は、水面の変動に同調するように変化する。底面近傍の $Z=-9\text{cm}$ の浮遊砂濃度のピークは、水位のピークよりも位相差 $t/T \approx 0.1$ の遅れで出現した。

(4) 時間平均した浮遊砂濃度の空間分布

図-9(a), (b)は、波1周期にわたって時間平均した浮遊砂濃度の空間的な分布を図示したものである。なお、図中のハッチ部は海浜の縦断面形状であり、 $Z/h > -0.1$ の実線は、水面波形を時間間隔 $t=0.08\text{s}$ で図化したものである。同図より、両ケースの計測領域全域において、水面から底面に近づくにつれて、浮遊砂が層状に分布し、底質が移動する底質流動層の存在が確認できた。この底質流動層は、図-4と6においても確認できるか、時間平均することにより、砕波点から約 0.15 波長沖側の領域で高濃度となることが判った。

4. おわりに

本研究では、平衡縦断面上での砕波に伴う浮遊砂濃度の分布特性、および波内部の流速場と浮遊砂濃度の分布形態の関連を検討した。そして、浮遊砂の移流・拡散・沈降には、入射波の伝播に伴う波峰中心部での岸向きの流れ、砕波後の波頂部後方で発生する沖側斜め下向きの流れが影響することを確認した。今後、地形変化が生じる過程における底質の移動や漂砂分布量を検討したい。

参考文献

- 岡安章夫, 敦賀仁, 松川祐, Nimal Wijayarathna, 片山裕之: 画像解析による斜降渦の特性とその分布について, 海岸工学論文集, 第47巻, pp.141-145, 2000.
- 柴山知也, M. P. R. Jayaratne: 砕波帯内浮遊砂量の評価法, 海岸工学論文集, 第51巻, pp.386-390, 2004.
- 宇野喜之, 岡安章夫, 小林智尚, 島谷学: CT型濁度計による砕波帯内底質巻き上げに関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第49巻, pp.431-435, 2002.
- 鶴崎賢一, 松永信博, 戸谷昭浩, 檀田操, 池畑義人: 波・流れ共存場における浮遊砂フラックスの定量的評価, 海岸工学論文集, 第53巻, pp.451-455, 2006.
- 鈴木崇之, 岡安章夫, 柴山知也: 砕波による時空間的浮遊砂濃度変動の数値シミュレーション, 海岸工学論文集, 第51巻, pp.381-385, 2004.
- 功刀資彰: 自由界面を含む多層流の直接数値解析法, 日本機械学会論文集B編, 第63巻, 609号, pp.1576-1584, 1997.
- 佐藤慎司, 本間基一, 柴山知也: 砕波による底質の巻き上げ量の評価に関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第36巻, pp.279-283, 1989.