

海氷の一軸圧縮強度と荷重ピーク値の 確率分布について

A STATISTICAL DISTRIBUTION FUNCTION OF BOTH UNIAXIAL
COMPRESSIVE STRENGTH OF SEA ICE AND PEAK IN ICE LOAD

竹内貴弘¹・木岡信治²・寺島貴志³・河合孝治⁴・赤川敏⁵
Takahiro TAKEUCHI, Shinji KIOKA, Takashi TERASHIMA
Takaharu KAWAI and Satoshi AKAGAWA

¹正会員 工博 八戸工業大学工学部環境建設工学科 (〒031-8501 八戸市妙大開88-1)

²正会員 工博 (独) 寒地土木研究所 (〒062-8602 札幌市豊平区平岸1条3丁目1-34)

³正会員 工博 (株) クマシロシステム設計 (〒060-0807 札幌市北区北7条西2丁目8)

⁴正会員 工修 (社) 寒地港湾技術研究センター (〒060-0807 札幌市北区北7条西2丁目8)

⁵正会員 工博 北海道大学大学院工学研究科 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

The strength of natural sea ice has a lot of scatter due to variations in its growing process. For engineering purposes, it is necessary to understand this strength randomness. The uniaxial compressive strength of natural sea ice at Lake Saroma was analyzed statistically to find an appropriate probability density function that would fit the strength data. Furthermore, peaks occurring in subsequent ice load data obtained in medium scale field indentation tests carried out by the JOIA project were analyzed statistically, since it had been found that each peak load was due to flaking failure of ice in an independent ice failure zone. From a Chi square test for goodness of fit, it was found that both uniaxial compressive strength and peak load fit a log-normal density function with 3 parameters. From this, a method for generating strength and peaks of ice load based on ice failure in the brittle condition can be developed.

Key Words : Sea ice, strength, peak load, ice load

1. はじめに

海氷の物性値には多くのばらつきがある。海岸・海洋構造物の設計に際しては、氷厚や強度が非常に重要となるためそれらのばらつきの程度を把握することが工学的には重要となる。氷厚に関しては、木岡ら¹⁻³⁾がオホーツク海においてADCPおよび音響氷厚計 (IPS) を併用することで海氷の厚さ分布についての現地計測を実施し、それらの解析結果から再現方法を提案している。また、強度に関する報告はこれまでに多数あり⁴⁻⁷⁾、中でも正木ら⁷⁾は、オホーツク海とサハリンの海氷強度のばらつきの違いの要因の一つに、海氷の成長速度をあげている。海氷は成長過程で積雪による断熱効果、気温変動による気泡や融解などの影響を受け、強度を決定するための不確定要素が非常に大きい。また、構造物と海氷の相互作用下で発生する氷荷重は、海氷の複雑な破壊現象に起因して発生し、氷の強度と密接に関係している。したがって、海氷の強度についても複数

のデータから検討し、それらのばらつきを考慮したモデル化を行うことが妥当で、さらに、データを再現できることで例えばモンテカルロシミュレーションなどが可能となる。

以上から、本研究では、著者らが以前現地で実施した一軸圧縮試験結果を基に推定した確率密度関数と中規模野外試験で得られた氷荷重データ (特にピーク値) の確率密度関数を比較検討し、氷の破壊に起因した強度の最適な確率密度関数を決定することを目的とした。

2. 現地海氷盤の強度特性

竹内ら⁸⁻⁹⁾は、2シーズンに亘り北海道佐呂間湖で現地の平坦氷板 (柱状氷) を用いた一軸圧縮試験を行った。歪速度は 10^{-2} (1/s) のオーダーであり、brittle rangeに相当する。この試験で用いた氷の供試体は、測線上約15cmの間隔で水平方向に得られ

た直径10cmで高さ20cmの円筒形供試体である．また，供試体の破壊様式は，せん断と縦割れである．これらをまとめると表1のようになる．変動係数の違いは，3月の供試体の方が，海水中に融解によってできる気孔等が多く存在していたためと思われる．図1(a)，(b)は，供試体の採集方向距離と一軸圧縮強度との関係を示している．この程度の距離であっても強度は非常に変動し大小さまざまとなる．

表1 一軸圧縮試験

年月	測線上距離 (m)	平均値 (MPa)	変動係数	サンプル数 (N)	氷温 (°C)
1994. 3	約19	1.52	0.29	133	約-1.8
1995. 2	約38	1.23	0.26	256	約-1.7

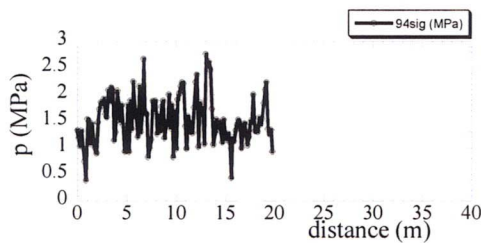


図-1 (a) 供試体の採集方向距離と一軸圧縮強度との関係 (1994. 3の場合)

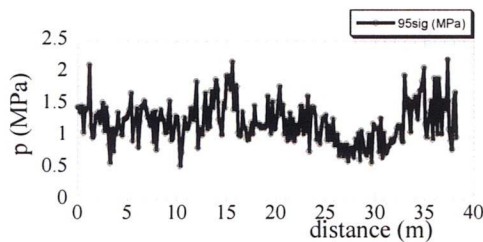


図-1 (b) 供試体の採集方向距離と一軸圧縮強度との関係 (1995. 2の場合)

図2(a)(b)は一軸圧縮試験の頻度分布を，また，表2はここで用意した確率密度関数を示す．統計解析に用いたデータ総数 (N) とヒストグラムの本数(n) との関係は，Sturgesの公式(1)を適用して決めた．

$$n = 1 + \log_2 N \quad (1)$$

表3はこれらのデータを用いた適合度の検定結果である．ここでは，適合度の判定は χ^2 検定とし，自由度 ϕ は(2)式で求め，危険率 α は通常用いられる0.05とし $\chi^2_{(\phi, 0.05)}$ を求めた．

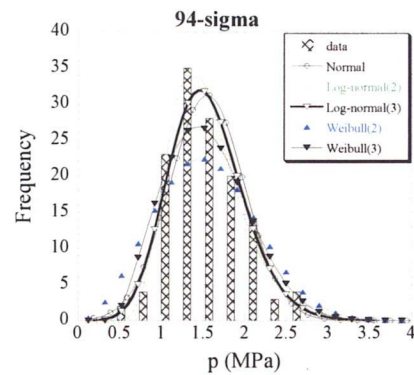


図-2 (a) 一軸圧縮強度のヒストグラム (1994. 3の場合)

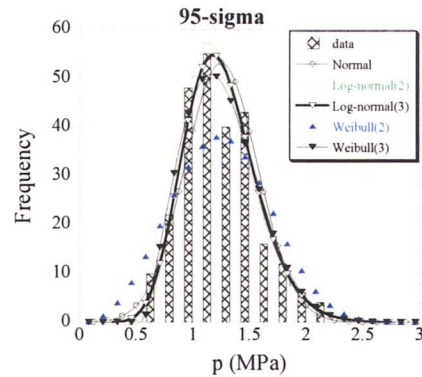


図-2 (b) 一軸圧縮強度のヒストグラム (1995. 2の場合)

表2 用いた確率密度関数

確率密度関数 (p. d. f.)	
正規分布 (normal distribution)	2 母数
$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right\}$	平均 μ_x 分散 σ_x
対数正規分布 (log-normal distribution)	2 母数
$f_{l2}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \frac{1}{x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right\}$ $y = \ln x$	平均 μ_y 分散 σ_y
対数正規分布 (log-normal distribution)	3 母数
$f_{l3}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \frac{1}{(x-a)} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right\}$ $y = \ln(x-a)$	平均 μ_y 分散 σ_y a
ワイブル分布 (Weibull distribution)	2 母数
$f_{w2}(x) = \frac{a}{b^a} x^{a-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{b}\right)^a\right\}$ ($0 \leq x < \infty; a > 0, b > 0$)	a, b
ワイブル分布 (Weibull distribution)	3 母数
$f_{w3}(x) = \frac{a}{b-c} \left(\frac{x-c}{b-c}\right)^{a-1} \exp\left\{-\left(\frac{x-c}{b-c}\right)^a\right\}$ ($c \leq x < \infty; a > 0, b > c \geq 0$)	a, b, c

表3 適合度の検定結果（一軸圧縮強度）

n	N	p. d. f. 括弧内は母数	χ_0^2	$\chi^2_{(\phi, 0.05)}$
9	133	Normal dist. (2)	12.1	12.59
		Log-normal (2)	12.0	12.59
		Log-normal (3)	6.8	11.07
		Weibull (2)	26.4	12.59
		Weibull (3)	11.9	11.07
10	256	Normal dist. (2)	18.5	14.07
		Log-normal (2)	10.2	14.07
		Log-normal (3)	7.4	12.59
		Weibull (2)	39.7	14.07
		Weibull (3)	8.3	12.59

$$\phi = (n - 1) - (\text{推定した母数の数}) \quad (2)$$

また、それぞれ用意した確率密度関数とデータをもとに χ_0^2 を計算した。表3から、 $\chi^2_{(\phi, 0.05)} > \chi_0^2$ を満たす場合その確率密度関数が適合と考えると、対数正規分布 (3)、次に、対数正規分布 (2) などが適合し、もっとも近似度が高いのは対数正規分布 (3) であった。

3. 貫入試験の荷重ピークの確率特性

(1) 破壊モードと荷重ピークの関係

竹内ら¹⁰⁾は、JOIA プロジェクトで実施した中規模野外試験から、構造物と海氷の相互作用時の海氷の破壊形態を示した。Brittle 条件下における海氷の破壊形態は図3のようになる。さらに、赤川ら¹¹⁾は、中規模野外試験データから、継続氷荷重作用時に発生する brittle 条件下での独立破壊領域の破壊がフレーキングに相当し、この破壊は継続氷荷重の各ピークに相当していることを示した。これは、氷圧力の可視化ができる平面圧力パネルセンサーの画像から明らかにされた。図4は、貫入速度 V が 30mm/s で氷厚 h が 21cm、一軸圧縮強度が 1.0MPa、計測速度が 10ms/frame で brittle 領域の条件 ($V/h > 10^{-3}$ (1/s)) で得られたものである。上図は継続氷荷重時の frame 番号と独立破壊領域の関係を、下図は独立破壊領域の1サイクル間に平面圧力パネ

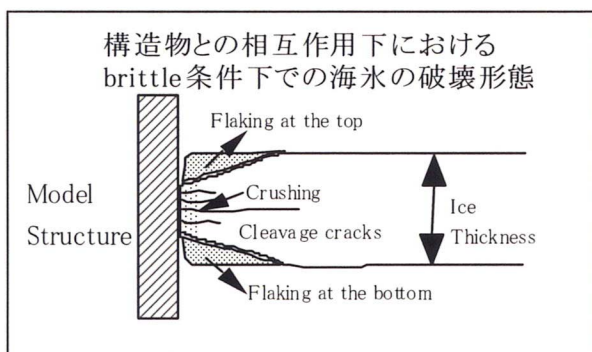


図-3 brittle条件下での海氷の破壊形態

ルセンサーが捉えた圧力である。ピーク荷重は flaking により発生している。また、この独立破壊領域の大きさ（幅）にはばらつきがあるものの、ほぼ氷厚の大きさ程度と考えられている。

以上から、brittle 条件下の中規模野外試験データの継続氷荷重時の各ピークは、氷の flaking 破壊と関係しているため ($V/h > 10^{-3}$) の条件を満たすこと、および、独立破壊領域の大きさが氷厚程度であり、中規模野外試験では構造物模型表面に取り付けたロードセル計測用のセグメントパネルが幅 10cm であるため、試験時の氷厚が 10cm 付近、20cm 付近であることなどを考慮し、表4の試験ケースでえられた継続氷荷重時の各ピーク値の確率分布特性を検討することとした。データの各行間隔に相当する貫入量の1ステップは 0.3mm で、3 ケースで統一している。また、図5(a)～(c)が時刻歴（継続荷重部分）の例である。

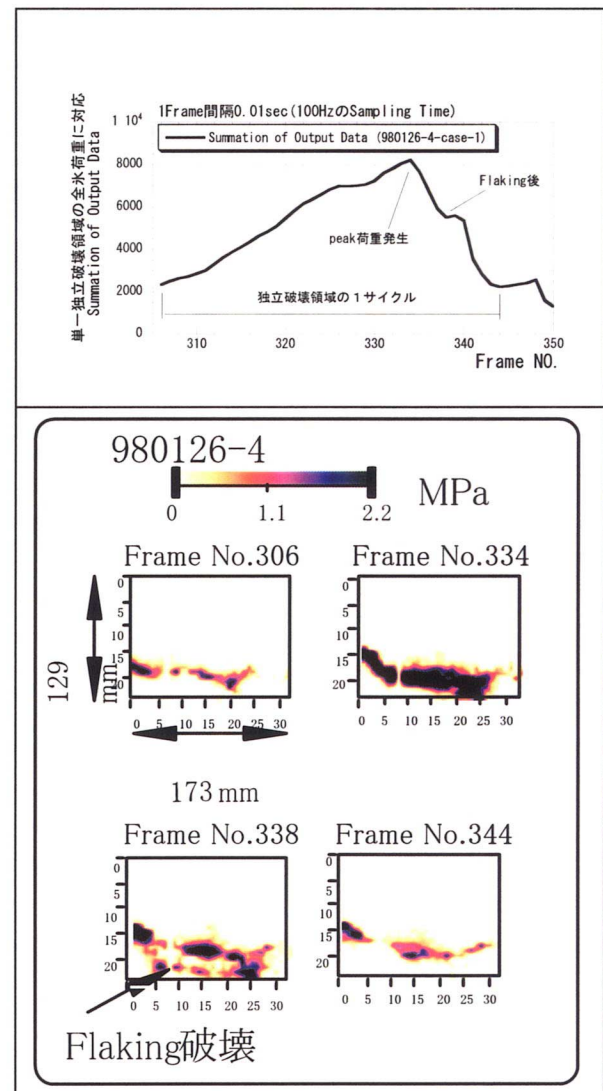


図-4 flaking破壊とピーク荷重および平面圧力パネル画像

表 4 試験ケースの条件

	W (m)	h (cm)	σ_c MPa	V (mm/s)	V/h (1/s)	解析に用いた 入力データ
CASE1	1.5	9.5	2.53	30	3.2* 10-1	3065行 ×13列
CASE2	3	11.5	1.26	30	2.6* 10-1	1716行 ×27列
CASE3	3	20	2.76	6	3*1 0-2	3121行 ×12列

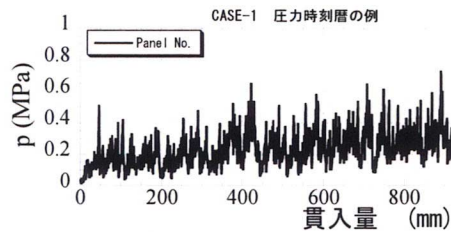


図-5(a) 時刻歴（継続荷重部分）の例(CASE-1)

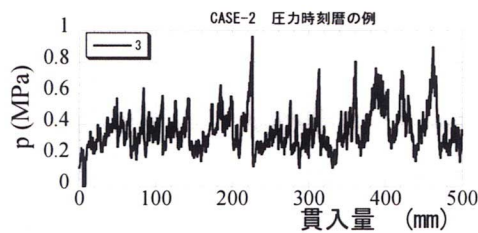


図-5(b) 時刻歴（継続荷重部分）の例(CASE-2)

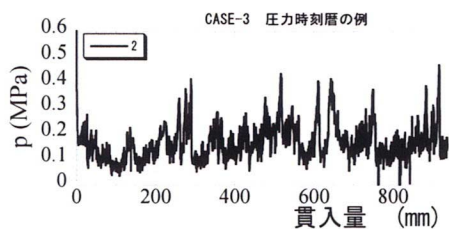


図-5(c) 時刻歴（継続荷重部分）の例(CASE-3)

(2) 荷重ピークの確率分布

用意した確率密度関数は、一軸圧縮強度の場合と同様である。仮に図 5(a)～(c)のデータから荷重ピーク値を取り出さずにそのままのデータを用いて適合度の検定を試みると表 5（例 CASE3 の場合）の結果となり、どれも $\chi^2_{(\phi, 0.05)} > \chi_0^2$ を満たさず最適な確率密度関数を見つけることが出来なかった。

もし仮にある分布に従えば容易にデータを再現できると思われる。しかし、そのままのデータはサンプリング時間間隔でも変化するためあまり意味を持たない。

表 5 適合度の検定結果（ピーク値を用いない場合）

n	N	p. d. f.	χ_0^2	$\chi^2_{(\phi, 0.05)}$
17	37452	Normal dist.(2)	973517.2	23.7
		Log-normal(2)	388.3	23.7
		Log-normal(3)	65.5	22.6
		Weibull(2)	5664.9	23.7
		Weibull(3)	10451.6	22.6

次に、これらのピーク値に適合度の検定を試みた結果が表 6 となる。CASE2 と CASE3 の両方において、対数正規分布 (3) が $\chi^2_{(\phi, 0.05)} > \chi_0^2$ を満たす。CASE1 ではどの確率密度関数も $\chi^2_{(\phi, 0.05)} > \chi_0^2$ を満たさなかったが、やはり対数正規分布 (3) が他に比較して最も近似度が高いことが分かる。ここで用いたデータは CASE1 の場合には 12 列（個）の時刻歴から抽出したピークを 1 列にして解析したものであるが、其々 12 列に対して適合度検定を実施しその平均を取った値は 13.7 ($= \chi_0^2$) でこのとき 14.1 ($= \chi^2$) となる。さらに、ピーク値を取り出しヒストグラムを書いたものが図 6(a)～(c)であり、左に歪む形状を示している。これらからも対数正規分

表 6 適合度の検定結果（ピーク値）

CASE 1				
n	N	p. d. f. 括弧内は母数	χ_0^2	$\chi^2_{(\phi,0.05)}$
14	7952	Normal dist.(2)	735.7	19.7
		Log-normal(2)	1554.5	19.7
		Log-normal(3)	27.3	18.3
		Weibull(2)	1201.7	19.7
		Weibull(3)	1309.4	18.3

CASE 2				
n	N	p. d. f. 括弧内は母数	χ_0^2	$\chi^2_{(\phi,0.05)}$
15	9271	Normal dist.(2)	1927.6	21.0
		Log-normal(2)	2288.8	21.0
		Log-normal(3)	11.3	19.7
		Weibull(2)	1159.9	21.0
		Weibull(3)	699.4	19.7

CASE 3				
n	N	p. d. f. 括弧内は母数	χ_0^2	$\chi^2_{(\phi,0.05)}$
15	8603	Normal dist.(2)	33817910.8	21.0
		Log-normal(2)	70.8	21.0
		Log-normal(3)	18.1	19.7
		Weibull(2)	1438.8	21.0
		Weibull(3)	2536.3	19.7

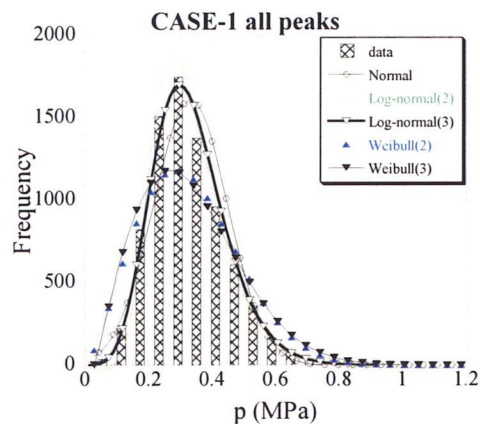


図-6 (a) ピーク荷重のヒストグラム (CASE-1)

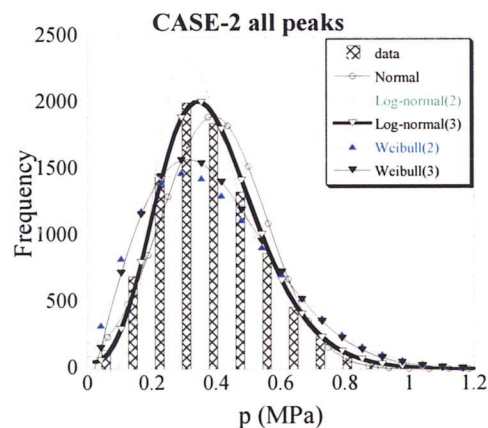


図-6 (b) ピーク荷重のヒストグラム (CASE-2)

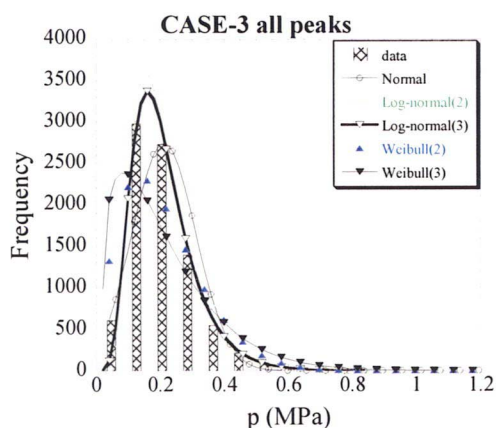


図-6 (c) ピーク荷重のヒストグラム (CASE-3)

布 (3) が最もデータ (data) に適合していることが分る。

以上、適合度の高い3母数対数正規分布で推定された母数推定値を其々まとめると表7となる。

表 7 3母数対数正規分布の母数推定値 (MPa)

MPa	μ_y	σ_y	a	μ_x	σ_x	σ_c
1994. 3	1.212	0.131	-1.872	1.515	0.447	
1995. 2	0.694	0.157	-0.796	1.230	0.320	
CASE1	-0.614	0.209	-0.229	0.324	0.117	2.53
CASE2	-0.309	0.213	-0.370	0.381	0.162	1.26
CASE3	-1.528	0.404	-0.034	0.201	0.099	2.76

結論

1) 北海道佐呂間湖の平坦氷板 (柱状氷) を用いた試験結果から、一軸圧縮強度の確率分布を表現するには、3母数対数正規分布が最も近似度が高いことが知られた。また、2母数対数正規分布は、近似度が低くなるが、検定結果からは適合と判断された。

2) Brittle 条件下の独立破壊領域における氷荷重データのピーク値が flaking 破壊に対応するとの知見¹¹⁾に基づき用意したピーク値は、3母数対数正規分布で概ね近似可能である。これは、実海氷の一軸圧縮強度の確率分布と同様であり、氷の破壊に起因した荷重データからも3母数対数正規分布の適合度の高さが確認された。

以上から、主に3母数対数正規分布などに基づくデータを発生することで、ばらつきの大きい海氷の強度特性を考慮した検討が可能となった。今後は、他の氷荷重データの検討も含め、さらに精度の高いデータの再現手法に関する検討が必要である。

謝辞: 本研究は (社) 日本海洋開発産業協会のプロジェクとして平成 5 年度~12 年度までに実施されたなかの中規模野外試験でえられたデータを使用した。

参考文献

- 1) Kioka, S., Yamamoto, Y., Honma, D. and Sakikawa, M.: Analysis and Simulation of Sea Ice Draft Profile on Okhotsk Sea Coast of Hokkaido, *Proc 17th IAHR International Symposium on Ice*, Vol.1, pp.191-198, 2004a.
- 2) Kioka, S., Yamamoto, Y., Honma, D. and Sakikawa, M. and Nishita, M.: Simulation Method of Ice Bottom Topography, *Proc 6th ISOPE PACOMS-2004*, pp.96-102, 2004b.
- 3) Kioka, S., Yamamoto, Y., Sakai, S., Takeuchi, T.: ANALYSIS OF ICE BOTTOM TOPOGRAPHY ON

OKHOTSK SEA COAST OF HOKKAIDO -
OBSERVATION RESULTS IN 2004-, *Proc 18th*
IAHR International Symposium on Ice, Vol.1, pp.309-
316, 2006.

- 4) Michel, B.: *Ice Mechanics*, Les presses de
l'Universite, Laval Quebec. 1979.
- 5) Saeki, H., Nomura, T., and Ozaki, A.: Experimental
study on the testing methods of strength and
mechanical properties for sea ice, *Proc 5th IAHR*
International Symposium on Ice, Part 1, pp.135-150,
1978.
- 6) Weeks, W.F. and Cox G.F.N.: The mechanical
properties of sea ice: A status report, *OCEAN*
SCIENCE and ENGINEERING, 9(2), pp.135-198,
1984.
- 7) 正木孝治, 竹内貴弘, 松下久雄, 酒井雅史, 佐
伯浩: 海氷の一軸圧縮強度について, 寒地技術論
文・報告集, Vol.12, pp.516-521, 1996.
- 8) 竹内貴弘, 赤川敏, 岩井俊之, 西尾伸也, 桂
豊: 現地海氷盤の強度分布特性について, 寒地技
術シンポジウム講演論文集, pp.403-406, 1994.
- 9) 竹内貴弘, 赤川敏, 岩井俊之: 現地海氷盤の強
度分布特性について, 海洋開発論文集 (土木学
会), VOL.11, pp.241-245, 1995.
- 10) 竹内貴弘, 赤川敏, 河村宗夫, 酒井雅史, 勝
井秀博, 松下久雄, 中沢直樹, 寺島貴志, 平山健
一, 佐伯浩: 氷荷重に関する中規模野外実験にお
ける構造物と氷盤の相互作用について (その
3), 海洋開発論文集 (土木学会), VOL.14,
pp.423-428, 1998.
- 11) 赤川敏, 中沢直樹, 酒井雅史, 寺島貴志, 竹内
貴弘, 佐伯浩: 氷海構造物と海氷の相互作用に伴
う継続氷荷重時のピーク荷重を発生する卓越氷破
壊モード, 寒地技術論文・報告集, Vol.16,
pp.175-182, 2000.