

BEMとCADMAS-SURFの双方向結合による 不規則波動場解析

A STRICTLY COMBINED METHOD OF BEM AND CADMAS-SURF
FOR RANDOM WAVES CALCULATIONS

金 相昊¹・山城 賢²・吉田明徳³・上原 功⁴・山口 洋⁵
Sangho KIM, Masaru YAMASHIRO, Akinori YOSHIDA, Isao UEHARA
and Hiroshi YAMAGUCHI

- ¹正会員 九州大学大学院訪問研究員 工学研究院環境都市部門 (〒819-0395 福岡市西区元岡744)
²正会員 博(工) 九州大学大学院助教 工学研究院環境都市部門 (〒819-0395 福岡市西区元岡744)
³正会員 工博 九州大学大学院准教授 工学研究院環境都市部門 (〒819-0395 福岡市西区元岡744)
⁴正会員 若築建設株式会社 東京本社技術研究所 (〒153-0064 東京都目黒区下目黒2-23-18)
⁵正会員 博(工) 若築建設株式会社 東京本社技術研究所 (〒153-0064 東京都目黒区下目黒2-23-18)

The CADMAS-SURF, which was developed by Coastal Development Institute of Technology (CDIT), has prominent feature in its versatility, and has been applied to many problems on coastal engineering. Since a long duration of wave incidence are required for random wave calculations, the computational time using the CADMAS-SURF increases drastically and it seems to be practical problem. The gradual increase of the mean water level is also reported. To overcome these problems, a new method, which combines the CADMAS-SURF and Boundary Element Method (BEM), is presented. The validity of the combined model is confirmed by comparing numerical results with theoretical ones for wave propagations of Stokes' 5th order waves and random waves.

Key Words : BEM, CADMAS-SURF, VOF, numerical simulation, numerical dissipation, coupling

1. はじめに

VOF法に基づく数値波動水路(CADMAS-SURF)¹⁾は、これまでにその妥当性と有用性が多数報告されている。しかし、これを長時間に亘り安定した計算が要求される不規則波に適用する場合には、単に膨大な計算時間を必要とするだけでなく、平均水位の上昇が生じるなどの問題点が指摘されている。加えて、VOF法には波の伝播に伴い波高が減衰するといった問題も存在する²⁾。著者らは、これまでBEMとVOFを双方向に結合し、VOF単独での計算に比べ、同程度の精度を保ちつつ計算時間を大幅に短縮できる数値解析モデルを開発してきた^{3), 4)}。本研究では、CADMAS-SURFを不規則波に適用する際の問題を克服あるいは軽減することを目的に、CADMAS-SURFとBEMを双方向に結合したモデルを開発し、その計算精度について検証した。

2. 結合法の概略

(1) 物理量の交換

BEMとCADMAS-SURFを双方向に結合するため、図-1に示すように、沖側にBEM、岸側にCADMAS-SURFの計算領域を設置し、両者の計算領域をある幅で重複させた結合領域(Transmission Domain : 図ではT.D.と略記)を設ける。CADMAS-SURFでは入力境界において水平流速と鉛直流速が必要なため、BEM領域内(図-1中の○、■の位置)での速度ポテンシャルを求め、水平方向および鉛直方向の差分を取ってCADMAS-SURFの境界値とする。一方、BEMでは、境界条件として仮想境界上の速度ポテンシャル(ϕ)とその法線微分値(ϕ_n)、もしくは、いずれか一方が必要となる。速度ポテンシャルはCADMAS-SURFで算定される圧力と流速をもとにベルヌーイの圧力方程式から算定でき、ポテンシヤ

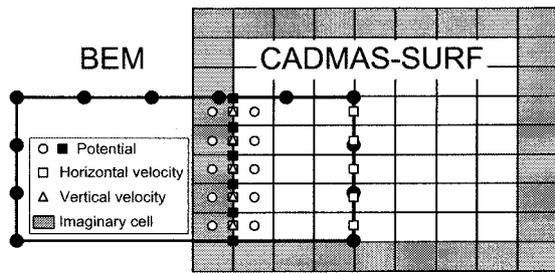


図-1 計算領域の結合

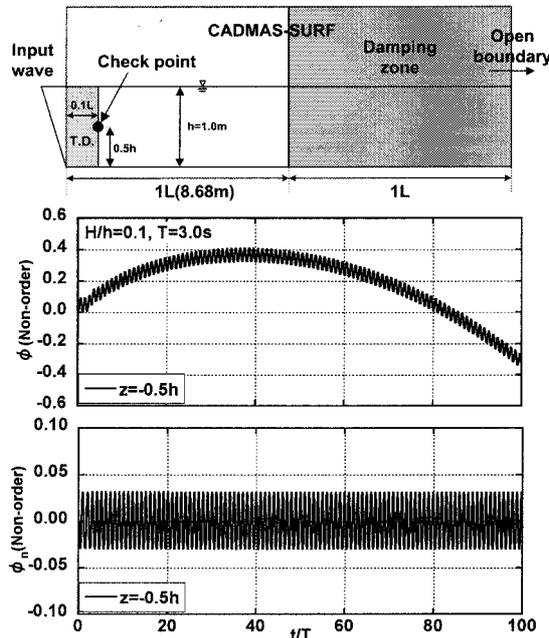


図-2 CADMAS-SURFの計算結果から求めた ϕ と ϕ_n の時系列

ルの法線微分値は、図のように境界が垂直な場合、CADMAS-SURFで算定される水平流速がこれに対応する。このようにして他方の計算結果から境界値を求めることで双方向の波動の伝播が可能となる。著者らは、この方法によりBEMとSOLA-VOFの結合解析法を提案した⁴⁾（具体的な方法については参考文献を参照されたい）。BEMとSOLA-VOFの結合では、BEMの境界値としてVOFの計算結果から算定した速度ポテンシャルとその法線微分値の両方を利用したが、CADMAS-SURFとの結合においては速度ポテンシャルの法線微分値だけを使っている。この理由は、CADMAS-SURFで求められる圧力と流速から算定した速度ポテンシャルが安定しないことによる。図-2は図中に示す計算領域において、CADMAS-SURFにより規則波 ($T=3s$, $H=0.1m$) を計算し、図中の●で示す位置での速度ポテンシャルとその法線微分値を求めたものである。ポテンシャルの法線微分値は定常であるのに対し、速度ポテンシャルは明らかに大きな変動を示している。このポテンシャルの変動はCADMAS-SURFで求められる圧力の計算誤差によるもので、BEMとの結合にお

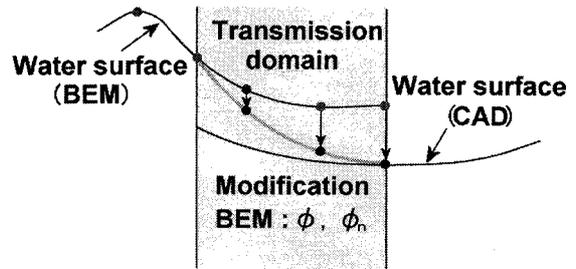


図-3 結合領域における水面の結合法

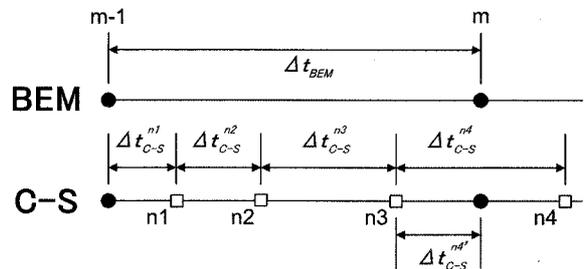


図-4 計算時間間隔

いては計算が破綻する原因の一つとなるため、本結合モデルでは利用していない。

(2) 水面の結合

図-3に示すように、BEMとCADMAS-SURFの計算領域が重複している部分では、それぞれの手法による2つの水面波形が得られる。2つの水面波形を滑らかに接続するため、結合領域の境界からの距離に応じた重みを考慮して平均した水面を求め、その水面にBEMの水面を合わせることにした。著者らが以前に開発したBEMとSOLA-VOFの結合解析法では、VOF関数 F を修正してVOFによる水面も修正していたが⁴⁾、CADMAS-SURFの場合、陽解法のSOLA-VOFと異なり、陰解法(SMAC法)で計算するため水面境界のVOF関数 F を人為的に修正すると境界条件が乱され計算が破綻しやすくなる。したがって、本結合解析法ではCADMAS-SURFによる水面は修正しないことにした。

(3) 計算時間刻み幅

BEMとCADMAS-SURFでは十分な精度で計算を行なうためのタイムステップが異なる。また、CADMAS-SURFは計算時間刻み幅を自動的に決定する。これらのことを考慮し、結合モデルでは計算時間間隔を図-4に示すように設定した。まず、BEMが $m-1$ ステップから m ステップへ計算時間間隔 Δt_{BEM} で更新する。次に、CADMAS-SURFがBEMの $m-1$ ステップから m ステップまで更新されるが、その際には自動的に時間刻み幅が決まるため、毎ステップ異なる計算時間間隔 (Δt_{C-S}^1 , Δt_{C-S}^2 , Δt_{C-S}^3 , Δt_{C-S}^4) で計算する。この時、単純に計算を続けるとCADMAS-SURFはBEMの m ステップを越えてしまう。そこで、BEMのタイムステップに合わせるよ

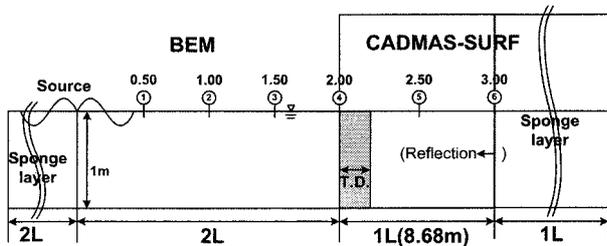


図-5 計算領域

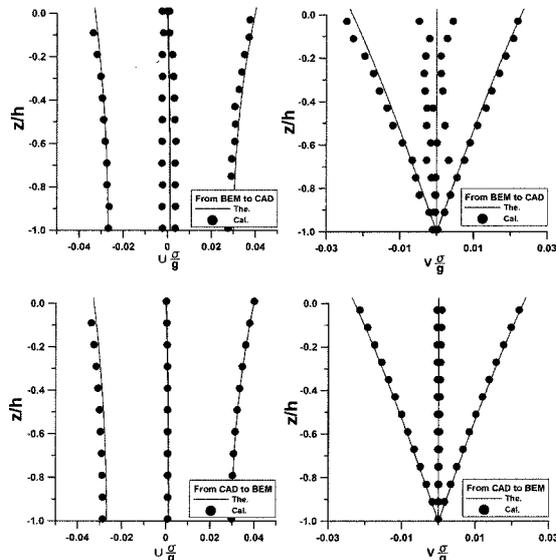


図-6 結合領域内での流速分布

うに計算時間間隔を調整する（図中の Δt_{C-S}^{n4} を $\Delta t_{C-S}^{n4'}$ に変更する）。このようにしてBEMのタイムステップで同期を取り、流速等の交換を行う。なお、同期を取る時間以外のCADMAS-SURFの計算（図中の $n1, n2, n3$ の時間）では、 $m-1$ ステップと m ステップの境界値を線形補間して境界条件とする。また、CADMAS-SURFの計算領域で生じる反射波をBEMの計算領域に滑らかに伝播させるため、CADMAS-SURFの計算が m ステップに達した後、BEMの m ステップでの計算を再度行なう。この方法は、過去に開発したBEMとSOLA-VOFの結合解析法と同じである。

3. 規則波による結合解析法の検証

(1) 計算条件

図-5に示す計算領域を設定し、結合モデルの妥当性について検証した。BEMの境界要素幅 Δs を $L/30$ 、CADMAS-SURFのセルのサイズを $\Delta x=L/120$ 、 $\Delta z=H/10$ （ L, H はそれぞれ入射波の波長と波高）とした。この要素とセルの大きさは、これまでの検討から、BEMとCADMAS-SURFをそれぞれ個別に計算した場合に、十分に妥当な結果が得られる設定となっている。入射波は第5次ストークス波の規則波

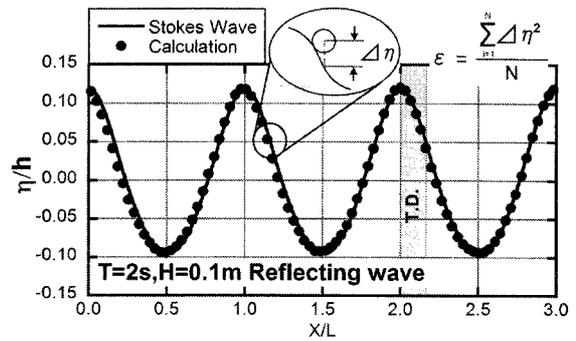


図-7 空間波形の比較

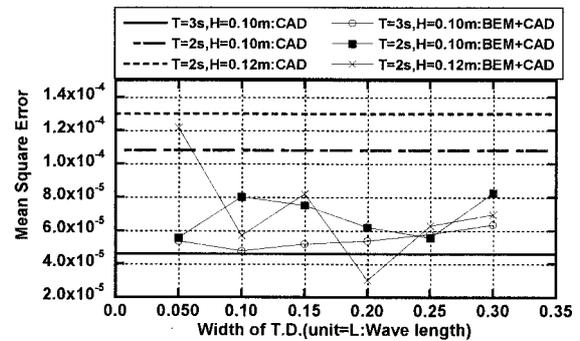


図-8 結合領域の幅による空間波形の自乗の誤差の変化

とした。BEMの計算時間間隔は $T/300$ で、CADMAS-SURFは自動時間刻みである。

(2) 結合領域の流速

図-6は第5次ストークス波（ $H=0.1m, T=2.0s$ ）の伝播における水平流速と鉛直流速の鉛直分布を、計算開始後10周期から11周期まで1/4周期ごとに示したもので、上図はCADMAS-SURFの入力境界においてBEMにより求めた流速であり、下図はBEMの仮想境界におけるCADMAS-SURFの流速である。上図をみると、BEMからCADMAS-SURFに渡される流速は、本来0となる位相で若干のばらつきがあるが、その点を除けば概ね妥当な分布となっている。一方、下図のCADMAS-SURFからBEMに渡される流速（実際にBEMに渡されるのは水平流速のみ）は、非常に滑らかで図中に示した理論値とほぼ一致している。両者を比較するとBEMによる流速の精度が多少劣っている。CADMAS-SURFに渡される流速は、BEM領域内の速度ポテンシャルから水平および鉛直方向に差分を取って求めているため、特に流速が小さい場合には誤差が生じやすいと考えられる。ただし、図-6上図に示すような若干の誤差を含む流速をCADMAS-SURFに渡しても、CADMAS-SURFの領域内では、波の進行に伴って波動下の流速分布は非常に滑らかなものとなる。したがって、図-6下図に示す流速分布は、比較的厳密な境界条件が必要であるBEMにとって十分な精度の境界値であると考えられる。

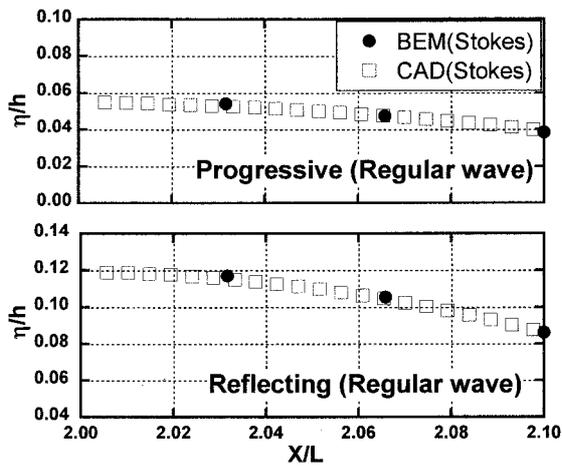


図-9 結合領域内の水面波形

(3) 結合領域の幅

結合領域の幅が計算精度に及ぼす影響について検討した。図-5の計算領域において、CADMAS-SURFの岸側境界を完全反射境界とし、波形勾配が異なる3種類の入射波 ($H=0.1\text{m}$, $T=3.0\text{s}$, $H/L=0.016$; $H=0.1\text{m}$, $T=2.0\text{s}$, $H/L=0.019$; $H=0.12\text{m}$, $T=2.0\text{s}$, $H/L=0.023$) について、結合領域の幅を $0.05L$ から $0.3L$ まで変化させ50T間計算した。図-7は $H=0.1\text{m}$, $T=2.0\text{s}$ の波において結合領域の幅を $0.1L$ に設定した場合の計算終了時の空間波形である。計算値は理論値に良く一致しており、空間波形から読み取った波高は入射波高の98%であった。この空間波形から、図中に示す式により理論値と計算値との自乗誤差 ε を求めた。なお、式中の $\Delta\eta$ は理論値と計算値との差であり、 N は計算点の数である。図-8に結合領域の幅に対する空間波形の自乗誤差を示す。図中には、計算領域全体をCADMAS-SURFのみで計算した場合の自乗誤差も示している。CADMAS-SURFの結果をみると入射波の波形勾配が大きくなるにつれ自乗誤差が大きくなり、誤差の程度は入射波高に対して7%から10%弱になっている。一方、結合解析法では結合領域の幅によって自乗誤差が変動しているが、本検討の範囲では $0.05L$ のケースを除けば変動の幅は小さく、CADMAS-SURFの計算結果と比べても、 $H=0.1\text{m}$, $T=2.0\text{s}$ と $H=0.12\text{m}$, $T=2.0\text{s}$ の場合は精度が良く、波形勾配が最も小さい $H=0.1\text{m}$, $T=3.0\text{s}$ の場合においてもCADMAS-SURFと大差はないといえる。

(4) 結合領域内の水面波形

本結合法では、前述の方法で結合領域内のBEMの水面波形を修正するが、CADMAS-SURFの水面波形は修正しない。この方法によりBEMとCADMAS-SURFの水面波形が一致する程度について検証した。図-9は、図-5の計算領域で $H=0.1\text{m}$, $T=2.0\text{s}$ の波を対象に、CADMAS-SURFの岸側境界を

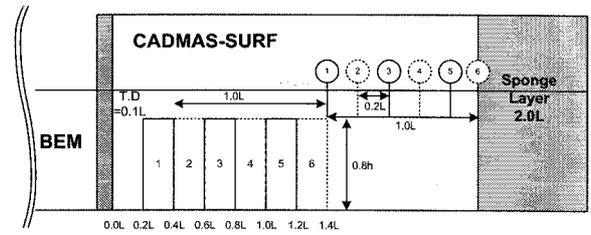


図-10 CADMAS-SURF領域内の潜堤の位置

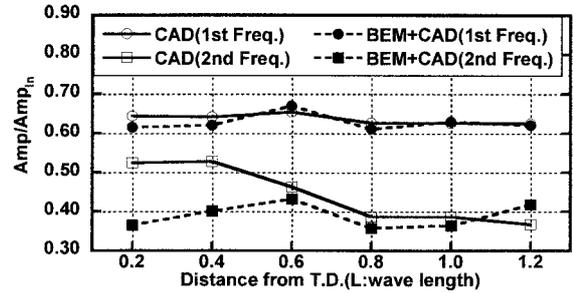


図-11 潜堤背後での各周波数成分の振幅

スポンジ層にした場合(一方向進行波)と完全反射境界にした場合について、それぞれ50周期間の計算を行ない、計算終了時の結合領域内における水面波形を示したものである。図より、BEMとCADMAS-SURFの水面は、進行波のみならず反射波が存在する場合においてもよく一致していることがわかる。各タイムステップにおけるBEMの水面の修正量は微量であるものの、長時間に亘り安定した計算を行なう上で十分に有効であるといえる。

(5) 結合領域の位置

本結合法は、VOF法の領域内で生じた渦の影響が発生地点から離れた場所では十分に小さく、そのような場所ではBEMとの結合が可能であろうという考えのもと構築されている。したがって、構造物を対象とする場合や計算領域内で砕波が生じる場合においては、結合領域の位置を適切に設定することが重要となる。もちろん、一概に最適な結合領域の位置を示すことは難しいが、ここでは結合領域の位置と計算精度の関係についての目安を得るため、図-10に示す計算領域を設け検討した。図にはCADMAS-SURFの計算領域が示されており、沖側には造波ソースと減衰領域を含むBEMの領域(全長 $4L$ のうち減衰領域は $2L$, 水深 $h=1\text{m}$)を結合領域 $0.1L$ で結合している。図に示すように、CADMAS-SURFの計算領域に幅 $0.2L$, 高さ $0.8h$ の矩形潜堤を設け、潜堤の位置を変化させて計算を行った。入射波は $H=0.1\text{m}$, $T=2.0\text{s}$ の規則波であり計算時間は $30T$ である。また、比較のためCADMAS-SURFのみでの計算も行った。

図-11は潜堤の岸側端から $1.0L$ 離れた位置における $15T$ から $30T$ までの水面変動よりFFT解析によって得られた基本周波数成分と倍周波数成分の振幅を比較したもので、横軸は結合領域の岸側端から潜堤の

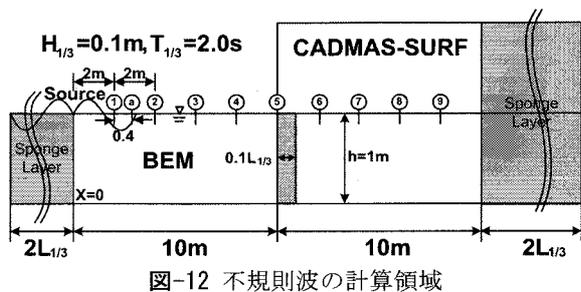


図-12 不規則波の計算領域

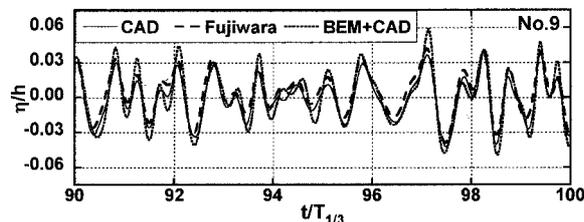


図-13 水面変動の比較(観測点⑨)

沖側端までの距離である。図に示す各成分波の振幅は潜堤から等距離の位置でのもので、本来、潜堤の位置が変わっても振幅の大きさは変わらないはずである。結合解析法の結果をみると、基本周波数成分と倍周波数成分は、ともに潜堤と結合領域の距離によって若干変動しているものの、その変動の幅は小さい。したがって、本計算での潜堤や入射波の条件においては、潜堤を結合領域から近い位置に設置した場合であっても、結合解析法は安定して計算ができていくといえる。なお、比較のため計算領域全体をCADMAS-SURFで計算した場合は、領域内の潜堤の位置を変えただけであるため、成分波の振幅の変動は小さいものと予測されたが、倍周波数成分の振幅が大きく変動する結果となった。この原因については現時点では不明であり、更なる検討が必要である。

4. 不規則波による結合解析法の検証

(1) 計算条件

不規則波に対する結合解析法の妥当性について検証するため、図-12に示す計算領域を設定し、 $H_{1/3}=0.1\text{m}$ 、 $T_{1/3}=2.0\text{s}$ のBretschneider-Mitsuyasu型スペクトルを有する不規則波を対象に $100T_{1/3}$ 間の計算を行なった。BEMの境界要素幅 ΔS は $L_{1/3}/30$ で、CADMAS-SURFのセルのサイズは $\Delta x = L_{1/3}/100$ 、 $\Delta z = H_{1/3}/10$ ($L_{1/3}$ 、 $H_{1/3}$ はそれぞれ有義波の波長と有義波高)とした。BEMの計算時間間隔は $T_{1/3}/250$ で、CADMAS-SURFは自動時間刻みである。また、比較のためCADMAS-SURFのみでの計算も行なった。ところで、CADMAS-SURFで不規則波を長時間に亘り計算すると、平均水位が上昇することが指摘されている。藤原らはこれに対処するため、造波ソ-

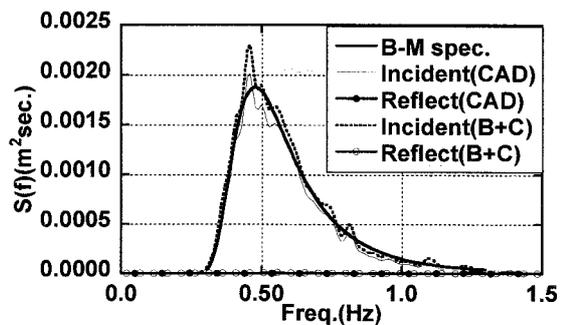


図-14 水面変動のスペクトル
(造波ソースから2mの位置)

スで流速を設定する際に、線形重ね合わせで算定した流速の鉛直分布のうち、静水面下の流速分布を、水面にまで引き伸ばして与えるとともに、予め質量輸送速度を差し引くという造波手法を提案した⁹⁾。そこで、本検討におけるCADMAS-SURFの計算では、藤原らの造波手法を用いた場合と藤原らの方法のうち質量輸送速度を差し引かずに行なった2種類の計算を行なった。

(2) 水面変動の比較

図-13は図-12に示す計算領域中の観測点⑨における水面変動を計算開始後 $90T_{1/3}$ から $100T_{1/3}$ について示したものである。結合解析法とCADMAS-SURFによる水面変動はほぼ同様であり、結合解析法の結果が若干大きい程度である。このことから結合解析法は不規則波に対しても安定して計算できることがわかる。

図-14は造波ソースから2mと2.4mの位置(図-12中の観測点①と②)での水面変動の時系列から入射波分離推定により求めた入射波と反射波のパワースペクトルを比較したものである。どちらの場合も反射波はほとんど存在しないことから、結合解析法においては結合領域からの反射もなく、BEMの計算領域からCADMAS-SURFの計算領域へ波が的確に伝播しているといえる。一方、入射波(岸側への進行波)については、結合解析法とCADMAS-SURFの両者とも、全体的には目標としたスペクトル形に近い形状となっている。本計算における入射波条件では非線形性が弱いため、十分な精度で計算が行なわれていれば、入射波のスペクトルは目標のスペクトルとほぼ一致することになる。したがって、この結果は結合解析法による不規則波の計算の妥当性を示すといえる。ただし、詳細にみると、0.4Hz付近でスペクトルにピークがみられ、その部分で結合解析法とCADMAS-SURFの差が認められる。

(3) 波高分布の比較

図-15に有義波高の空間分布を示す。2種類のCADMAS-SURFの結果はほぼ同じであり、有義波高は造波ソースから離れるにつれ減少する傾向にあ

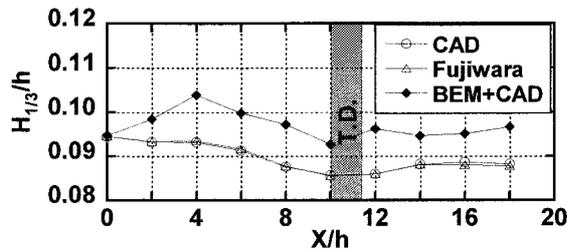


図-15 有義波高

る。しかし、単調に減少しているわけではなく増加する部分もあり、 $x/h > 14$ の領域ではほぼ一定値となっている。一方、結合解析法ではBEMの領域で一旦増加し、その後はCADMAS-SURFの結果と同様な変動の傾向がみられ、最終的にはほぼ一定となっている。結合解析法とCADMAS-SURFで有義波高の分布が同じような変動を示しているが、この変動の原因の一つとして、有義波高をゼロアップクロス法で算定したことが考えられる。図-13に示したように、結合解析法とCADMAS-SURFで水面変動には大きな違いがないため、ゼロアップクロス法による有義波高の空間的なばらつきが両者の結果に同じように現れたものと思われる。ただし、結合解析法のBEM領域内で有義波高が一旦増加している理由は別にあり、結合解析法の造波では、藤原らの方法のように静水面上の流速を縮小して与えるといった工夫をしていないためと考えられる。つまり、藤原らの報告にあるように、多数の周波数成分波について求めた流速を重ね合わせて不規則波の流速分布を作成することで、造波位置での水位が静水面より高い場合に、静水面上では過大な流速を与えていると考えられる。この点については引き続き検討が必要であるが、仮に、BEM領域での有義波高の増加がなかったとすると、結合解析法の結果はCADMAS-SURFの結果とほぼ同程度になるものと思われる。

(4) 平均水位上昇量および計算時間の比較

表-1は観測点⑨における平均水位の上昇量と計算所要時間を比較したものである。そもそも入射波の波高が小さく顕著な平均水位の上昇は生じていないが、2種類のCADMAS-SURFの計算を比べると、造波ソースにおいて質量輸送速度を予め差し引く手法の効果は明確である。また結合解析法では前述したように造波における特別な工夫はしていないものの、平均水位の上昇量は非常に小さい。また、本検討における計算条件での計算所要時間については、結合解析法の計算時間がCADMAS-SURFの1/4以下であり、非常に短時間で同程度の計算結果が得られているといえる。

表-1 水位上昇量と計算所要時間の比較

	$\Delta\eta/H_{1/3}$	Running time(hour)
CAD	$4.8 \times e-2$	21.83
Fujiwara	$1.5 \times e-3$	21.83
BEM+CAD	$6.9 \times e-3$	5.16

5. おわりに

本結合解析法は、造波ソースと沖側開境界を含む領域をBEMで計算することにより、CADMAS-SURFの計算領域を削減して、計算時間を大幅に短縮することができる。計算精度については、一定水深の計算領域における非線形規則波および不規則波の伝播を対象に検討した結果、CADMAS-SURFと同等の計算結果が得られることが確認された。また、計算精度に影響する結合領域の幅や位置などについての幾つかの重要な知見が得られた。さらに、CADMAS-SURFで不規則波の計算を行なう場合に問題となる平均水位の上昇に対しても、本結合解析法は造波方法に特別な工夫をすることなく軽減できることがわかった。ただし、本研究においては、結合解析法の基本的な性能を調べるため、単純な計算領域を設定し、比較的波高の小さな波を対象に検討を行っており、今後はより厳しい条件の波に対して検討を行う必要がある。さらに、護岸における越波など実用的な問題に対する適用性についての検討も必要である。また、造波ソースに与える流速の鉛直分布が計算精度に影響するため、流速分布の設定法についても、別途検討が必要であろう。それらの検討により得られた知見を蓄積することで、本結合解析法は不規則波を対象とする様々な問題に対し、有用な解析ツールになるものと期待される。

参考文献

- 1) (財)沿岸開発技術研究センター：数値波動水路の研究・開発、沿岸開発技術ライブラリー、No.12, 2001.
- 2) 山城 賢, 吉田明德, 古本裕一, 久留島暢之, 金 相 昊：VOF法による波動場解析の精度と適用性に関する検討, 海洋開発論文集, 第21巻, pp.271-276, 2005.
- 3) 鄺 曙光, 山城 賢, 吉田明德, 入江 功：BEMとVOFの結合解析法による構造物近傍波動場の解析, 海岸工学論文集, 第51巻, pp.31-35, 2004.
- 4) 金 相昊, 山城 賢, 吉田明德：BEM-VOF結合法の不規則波計算への適用性について, 水工学論文集, 第51巻, pp.1427-1432, 2007.
- 5) 藤原隆一：数値波動水路内で線形理論を用いて発生させた不規則波の特性および適用限界に関する一考察, 海岸工学論文集, 第52巻, pp.41-45, 2005.