

GPSブイ式波浪計を対象とした複合的な 波向き計算手法の改良

AN IMPROVEMENT OF DIRECTIONAL WAVE DATA ANALYSIS PROCEDURE FOR THE GPS BUOY

清水勝義¹・橋本典明²・岩崎峯夫³・安立重昭⁴・額田恭史⁵
Katsuyoshi SIMIZU, Noriaki HASHIMOTO, Mineo IWASAKI, Shigeaki ADACHI
and Kyousi NUKADA

¹正会員 (独)港空研 海洋・水工部海象情報研究室長 (〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬3-1-1)

²フェロー 工博 九州大学大学院 工学研究院 環境都市部門 沿岸域環境学講座 教授
(〒819-0395 福岡市西区元岡 744)

³正会員 工修 (社)海洋調査協会 専務理事 (〒103-0023 東京都中央区日本橋本町2-8-6)

⁴正会員 工修 (株)カイジョーソニック 理事 (〒190-1222 東京都西多摩郡瑞穂町箱根ヶ崎東松原19-6)

⁵ 工修 (株)エコー (〒110-0014 東京都台東区北上野2-6-4)

The GPS buoy can measure the coordinates of the vertical and horizontal position of the receiver equipped at the top of the buoy by the RTK-GPS method to an accuracy of centimeter every second. In the previous paper, we proposed a method for estimating the representative wave direction from the GPS information. In the method, first, the observed time series data were separated into components, then, the predominant direction is derived from the horizontal displacement having the maximum power, and finally the representative wave direction is determined with reference to the sign of the covariance value between the vertical displacement and horizontal velocity. Although this method can estimate wave direction in the full range of 360 degree, it has drawback in its computation time. In this paper, we therefore proposed a more efficient method in which the above numerical operations are carried out in frequency domain without applying inverse FFT. We applied this method to the observed data and discussed its adequacy and applicability.

Key Words : GPS buoy, covariance, wave gauge, numerical filtering, wave direction

1. はじめに

GPSブイ式波浪計が, 水粒子運動に必ずしも追従しないため¹⁾, 複合的な波向き計算の手法が提案されている²⁾. これは, 観測データを周波数帯別に分離し, 各周波数帯のブイの水平位置データからパワーが最大となる方向を算出し, その方向における水平速度データと垂直位置の共分散を計算し, 共分散値の符号を波向きの符号とし, 360度で定義される波向きを求める手法である.

現在, 日本の沿岸の配置されている海象計及びGPSブイ式波浪計データは, 集中処理されて, 海象情報は, リアルタイムに発信されている. このような, システム環境では, できる限り高速な波向き計算手法が要求される.

そこで, 本研究では, 逆FFT演算を全く行うことなく, 時系列データを用いて行われているパワーが最大となる方向を求める計算と共分散計算とを, 周波数ドメインで計算し, この複合的な波向き計算手法の高速化を行った. さらに, この波向き計算手法の妥当性について, 高波浪時における実際の観測データを元に検証を行った.

2. 改良した複合的な波向き計算手法

(1) 実波浪計ブイの位相の周波数応答

波向き計測は, 位相のずれを基に計測する. そこで, 東北地方整備局の宮城県中部沖のGPSブイ式波浪計の実データを用いて, スペクトル解析を行い, 位相のずれを調べた.

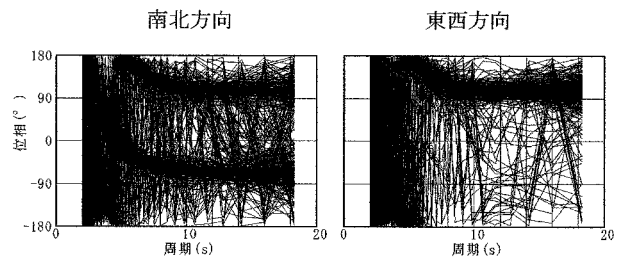


図-1 宮城県中部沖GPSブイの位相応答特性

図-1に波高($H_{1/3}$) > 3mの場合のデータから得られたブイ垂直位置とブイ水平位置の位相の周波数応答特性を示す. この図から分かるように, 周期5秒以下の領域では, 位相ずれが+または-90度から離れる現象が見られる. また, 周期10秒以上の領域でも,

位相の値は、一定値に近くなるが、幅をもち必ずしも90度になっていないことが分かる。これらは、単純な共分散計算で波向きを求めることが難しいことを示している。

(2) 180度波向きの計算

主波向きは、次の手法で計算できる。ブイの水平移動動揺の中心を中心とする座標で、ブイの位置 (X_i, Y_i) が n 個の時系列データで示されているとする。このブイの位置データ (X_i, Y_i) は、デジタルフィルタ等で、ある周波数帯域に制限された場合の位置であってもよい。

このとき、2次モーメント（パワー）が最大になる方向を波向きの方向とする。具体的には、元の X, Y 座標から θ 回転した座標上の X 軸方向の2次モーメントが最大となれば、その X 軸方向が主波向きの方向となる³⁾。

回転角 θ 回転した座標の X 軸方向の2次モーメント $M_{XX}(\theta)$ は、次式で表される。

$$M_{XX}(\theta) = \sum_{i=1}^n X_i^2(\theta) \quad (1)$$

ただし、 $X_i(\theta)$ は、 θ 回転した座標での X 座標値である。

式(1)は、座標変換しない元の座標すなわち、0度回転した座標の X, Y 座標値 $X(0), Y(0)$ を用いた、座標変換の式(2)を用いて、式(3)で表される

$$X_i(\theta) = X_i(0)\cos(\theta) + Y_i(0)\sin(\theta) \quad (2)$$

$$M_{XX}(\theta) = \cos^2(\theta) \cdot M_{XX}(0) + \sin^2(\theta) \cdot M_{YY}(0) + 2 \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) \cdot M_{XY}(0) \quad (3)$$

2次モーメント $M_{XX}(\theta)$ が最大（極大）、最小（極小）になる角度 θ_p は、式(3)を θ で微分した値がゼロとなる条件を用いて式(4)が得られる。

$$\theta_p = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2M_{XY}(0)}{M_{XX}(0) - M_{YY}(0)} \right) \quad (4)$$

ただし、

$$M_{XX}(0) = \sum_{i=1}^n X_i^2(0), \quad M_{YY}(0) = \sum_{i=1}^n Y_i^2(0), \\ M_{XY}(0) = \sum_{i=1}^n \{X_i(0) \cdot Y_i(0)\}$$

である。

角度 θ_p がモーメント最大（極大）の方向か、最小（極小）になる方向か不明なため、式(3)をさらに θ で微分し、 θ に θ_p を代入すると式(5)が得られる。

この値 A が正なら、モーメント最小の方向を、負なら最大の方向を示す。したがって、正の場合は、

90度異なる方向になる。その結果、モーメント最大の角度を $\theta_{\max}$ とすると式(6)で表される。

$$A = -2 \cos 2\theta_p \cdot (M_{XX}(0) - M_{YY}(0)) - 4 \sin 2\theta_p \cdot M_{XY}(0) \quad (5)$$

$$\theta_{\max} = \theta_p \quad (A < 0), \\ \theta_{\max} = \theta_p \pm 90^\circ \quad (A > 0) \quad (6)$$

(3) 360度波向きの計算理論

式(6)で示される $\theta_{\max}$ 方向は、波の振動方向で、波の進行方向を必ずしも示さない。波向きは、波高が高いときの水粒子の進行方向であるため、高さ方向の位置 Z の情報を用いて、進行方向を定めことができる。すなわち、 $\theta_{\max}$ 方向の次の共分散値を用いて判断することができる。

理論的に、 x, y 方向の位置と z 方向の位置は、位相が90度異なっているため、共分散値は、何れの場合も0となり、位相の違いを検出できない。このため、垂直か水平変位のどちらかの変位を90度位相をずらす必要がある。このため、一般の波向計は、水平位置を微分して90度ずらした値になる水平流速と垂直変位の共分散計算が行われる。

ここでは、垂直位置 Z の位相を90度遅らすことにする。垂直位置 Z の位相を90度遅らせたものを Z_{-90} とすると、

回転角 $\theta_{\max}$ 回転した座標の x 軸方向上での90度位相遅らせた垂直変位 Z_{-90} と水平変位 X の共分散 $M_{-90ZX}(\theta_{\max})$ は、式(7)で示される。

$$M_{-90ZX}(\theta_{\max}) = \sum_{i=1}^n Z_{-90i} X_i(\theta_{\max}) \quad (7)$$

式(7)に式(2)を代入すると、

$$M_{-90ZX}(\theta_{\max}) = \sum_{i=1}^n Z_{-90i} X_i(\theta_{\max}) \\ = \cos(\theta_{\max}) \cdot \sum_{i=1}^n Z_{-90i} X_i(0) + \sin(\theta_{\max}) \cdot \sum_{i=1}^n Z_{-90i} Y_i(0) \\ = \cos(\theta_{\max}) \cdot M_{-90ZX}(0) + \sin(\theta_{\max}) \cdot M_{-90ZY}(0)$$

したがって、360度波向き（進行方向）を ϕ とすると、次式(8)で示される。

$$\phi = \theta_{\max} \quad (M_{-90ZX}(\theta_{\max}) > 0), \\ \phi = \theta_{\max} \pm 180^\circ \quad (M_{-90ZX}(\theta_{\max}) < 0) \quad (8)$$

(4) 位相90度遅らす計算

周波数領域では、時系列データが、複素正弦状波の和で表される。このため、この正弦状波の複素振幅を90度位相遅らせればよい。複素振幅 A と位相-90度遅れた複素振幅は、位相をずらす伝達関数を乗じて、式(9)で示される。ただし、 j は、虚数で j を掛けると90度位相進み、 $-j$ を掛けると90度遅れる。

$$\begin{aligned} B \cdot e^{j\omega t} &= (b - aj) \cdot e^{j\omega t} \\ &= -j(a + bj) \cdot e^{j\omega t} = -jA \cdot e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (9)$$

(5) 周波数領域でのパワーの計算

複素フーリエ係数を求めるFFTプログラムは、時系列データを、複素正弦波 $C \cdot e^{j\omega t}$ とその共役複素正弦波 $C^* \cdot e^{-j\omega t}$ ($\omega = 0 \sim \pi / dt$) の和に分解する。ただし、 C^* は、 C の共役複素数である。

ここで、 C は、複素振幅と呼ばれる。得られた複素振幅を $C(f_i)$ とすると、式(10)が成立する。ただし、周波数 f_i は $f_i = i/n/dt$ (Hz) ($i=0, \dots, n/2$) で、 n はデータ数で、 dt はサンプリング時間間隔で、 P は全パワーを示す。

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \\ &= |C(f_0)|^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n/2-1} |C(f_i)|^2 + |C(f_{n/2})|^2 \end{aligned} \quad (10)$$

ただし、

$$\begin{aligned} C(f_i) &= a_i + b_i j \quad \text{で表されると、} \\ |C(f_i)| &= \sqrt{a_i^2 + b_i^2}, \quad |C(f_i)|^2 = a_i^2 + b_i^2 \end{aligned}$$

である。

したがって、ある周波数帯 $i=1 \sim m$ の2次モーメント $M_{xx}(0)$ と $M_{yy}(0)$ は、次式で表される。

$$\begin{aligned} M_{xx}(0) &= 2 \cdot \sum_{i=1}^m |C_x(f_i)|^2 \\ M_{yy}(0) &= 2 \cdot \sum_{i=1}^m |C_y(f_i)|^2 \end{aligned} \quad (11)$$

(6) 周波数領域での共分散の計算

複素フーリエ係数を求めるFFTプログラムで得られた複素振幅で、データ X_i から得られたものを $C_x(f_i)$ とし、データ Y_i から得られたものを $C_y(f_i)$ とすると、式(12)が成立する。ただし、周波数 f_i は、 $f_i = i/n/dt$ (Hz) ($i=0, \dots, n/2$) で、 n はデータ数で、 dt はサンプリング時間間隔で、全クロスパワーを P とする。

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_i = C_x(f_0) \cdot C_y(f_0) \\ &+ \sum_{i=1}^{n/2-1} (C_x(f_i) \cdot C_y(-f_i) + C_x(-f_i) \cdot C_y(f_i)) \\ &+ C_x(f_{n/2}) \cdot C_y(f_{n/2}) \end{aligned} \quad (12)$$

したがって、ある周波数帯 $i=1 \sim m$ の共分散 $M_{xy}(0)$ 、 $M_{xz}(0)$ と $M_{yz}(0)$ は、次式で表される。ただし、 $C_x(f_i)$ と $C_y(f_i)$ は、座標回転しない元の座標での座標値の時系列 X_i と Y_i から求めたものである。

$$\begin{aligned} M_{xy}(0) &= \sum_{i=1}^m (C_x(f_i) \cdot C_y(-f_i) + C_x(-f_i) \cdot C_y(f_i)) \\ M_{-90zx}(0) &= \sum_{i=1}^m (C_x(f_i) \cdot C_{-90z}(-f_i) + C_x(-f_i) \cdot C_{-90z}(f_i)) \\ M_{-90zy}(0) &= \sum_{i=1}^m (C_y(f_i) \cdot C_{-90z}(-f_i) + C_y(-f_i) \cdot C_{-90z}(f_i)) \end{aligned} \quad (13)$$

(7) 波峰長パラメータの計算

波峰長パラメータ γ は、次式で示される。従って、前述の関係式を用いれば、周波数ドメインで計算できる。

$$\gamma = \sqrt{\frac{A-B}{A+B}} \quad (14)$$

ただし、 A, B は、次のとおりである。

$$\begin{aligned} A &= (M_{xx}(0) + M_{yy}(0)) \\ B &= \sqrt{(M_{xx}(0) - M_{yy}(0))^2 + 4M_{xy}(0)} \end{aligned}$$

(8) 具体的計算法のフロー

計算の高速性を考えFFTで時系列を周波数領域で表し、逆変換することなく計算する新しい波向き計算のフローを図-2に示す。

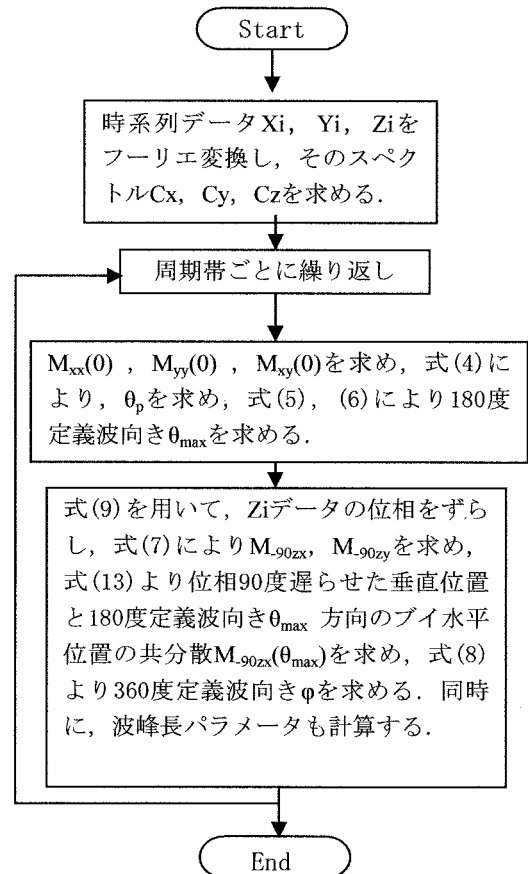


図-2 改良した手法の計算フロー

3. 観測結果への適応

ここでは、図-3に示す東北地方整備局の宮城県中部沖(水深144m)および岩手県南部沖(水深204m)のGPSブイ式波浪計への適応例を示す。

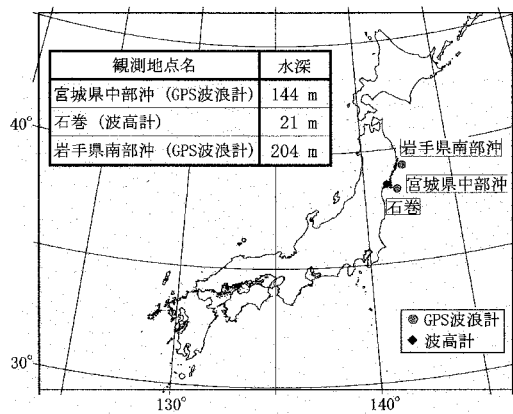


図-3 GPS ブイ式波浪計の設置位置

(1) 新しい手法の検証

新しい計算手法の妥当性を調べるため、ブイの水平位置の散布図と計算された波向きを図-4に例示する。なお、この場合の8~10sの周期帯の有義波高は3.5mで、波峰長パラメータは0.37である。この図から、波の振動方向は、正しく計算されていると判断される。

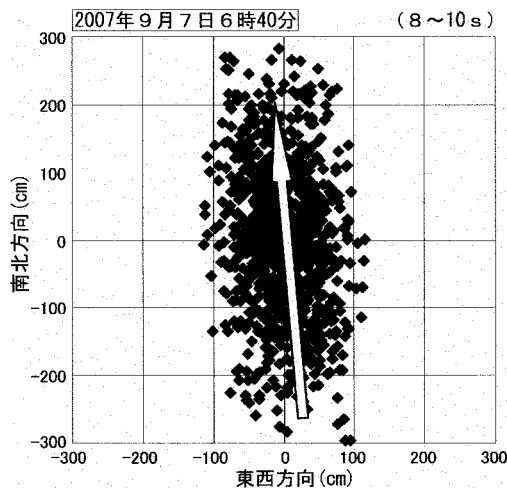


図-4 ブイ位置の散布図と波向きの計算結果

(2) 台風 0709 号

図-5に台風0709号の経路を示し、図-6に台風0709号接近時の宮城県中部沖および岩手県南部沖観測点における周波数帯別波向きの経時変化を示した。また、比較のために、近傍の観測地点である石巻(海底設置型海象計)の結果についても示した。図-6から、9月7日正午頃の高波浪時に石巻では碎波により波向きが観測できてないのに対し両GPSブイ式波

浪計では連続的に計測できている。

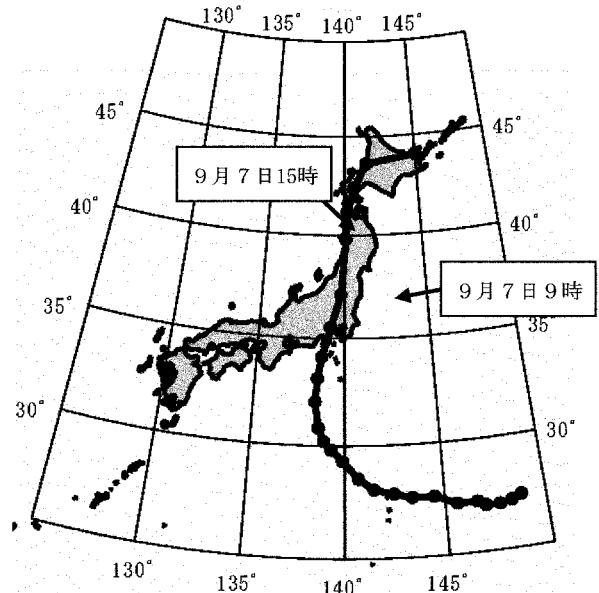


図-5 台風0709号の経路

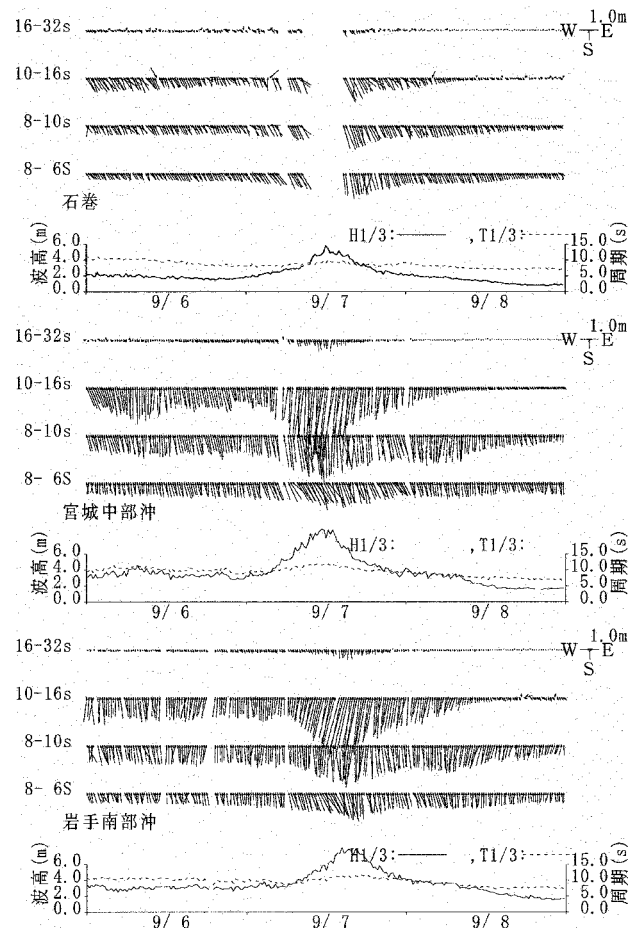


図-6 周波数帯別波浪時系列

(3) 方向スペクトルの形状に関する検討

方向スペクトルのエネルギー分布幅に関する指標としては、Longuet-Higgins が提案した波峰長パラメータ γ や合田が提案した平均分散角 θ_k 等が

ある。小舟，橋本，佐々木らは， θ_k と γ の関係から光易型方向関数の方向集中度 $S_{\max}$ を推定する方法を示し，野島崎冲海域の方向スペクトル特性を検討している⁴⁾。図-7 は，小舟らの方法により θ_k と γ の関係を求めたものである。図中の●印は単峰型の方向スペクトルでの θ_k と γ の関係を示している。また，曲線Aは有義波波高が等しいけれども波向が異なる風波 ($S_{\max}=10$) が重なった双峰型の方向スペクトル，Bは風波 ($S_{\max}=10$) と有義波波高が風波の 1/2 のうねり ($S_{\max}=100$) が重なった双峰型の方向スペクトル，Cは風波 ($S_{\max}=10$) と等しい有義波波高のうねり ($S_{\max}=100$) が重なった双峰型の方向スペクトルについて，方向差 θ_d を 0° から 180° まで変化させた場合の θ_k と γ の関係を示している。ただし，いずれの数値計算においても，各波群の有義波周期を 10 秒として計算した。

図-8 と図-9 は，ブイ運動の 3 成分の観測結果から求めた θ_k と γ の関係を示したものである。図-8 は $H_s=2\sim 3\text{m}$ の場合，図-9 は $H_s>6\text{m}$ の場合を図示している。波高が比較的小さい $H_s=2\sim 3\text{m}$ の場合には，図中に示した $\theta_k-\gamma$ 曲線を包絡線として，観測値はその右側にばらついているが，有義波波高が大きくなるとそのばらつきも小さくなり，図-7 に示した単峰性方向スペクトルの曲線に近い範囲に集まっている。

最大有義波高を記録した 9 月 7 日 11 時 20 分の θ_k と γ の関係は，図-9 中●印の位置にあり，光易型方向関数において $S_{\max}=14$ に相当する。

4. おわりに

従来の手法²⁾で周期帯別波向き計算を行う時，FFT でブイの位置データを周波数領域で表し，周期帯数回の逆 FFT を行い，各周期帯別に，ブイ位置の時系列データを求め，パワー最大の方向を求める。さらに，周期帯ごとに，微分演算により水平速度の時系列データを求め，共分散計算を求める。

この過程を高速化するため，逆 FFT 演算と時系列の微分演算を全く行うことなく，同等の計算全てを周波数ドメインで計算し，波向きを求める新しい手法を開発した。この改良により，波向の演算時間がおよそ 4 分の 1 に短縮することが出来た。

また，波向計算の高速化以外でも以下の特徴をもっている。

- ① 90度位相をずらす部分では，微分を用いず，直接90度ずらす伝達関数を用いた。このため，波向きが周期の短い方に偏ることが回避できた。
- ② 波峰長パラメータも高速に計算でき，1つの波

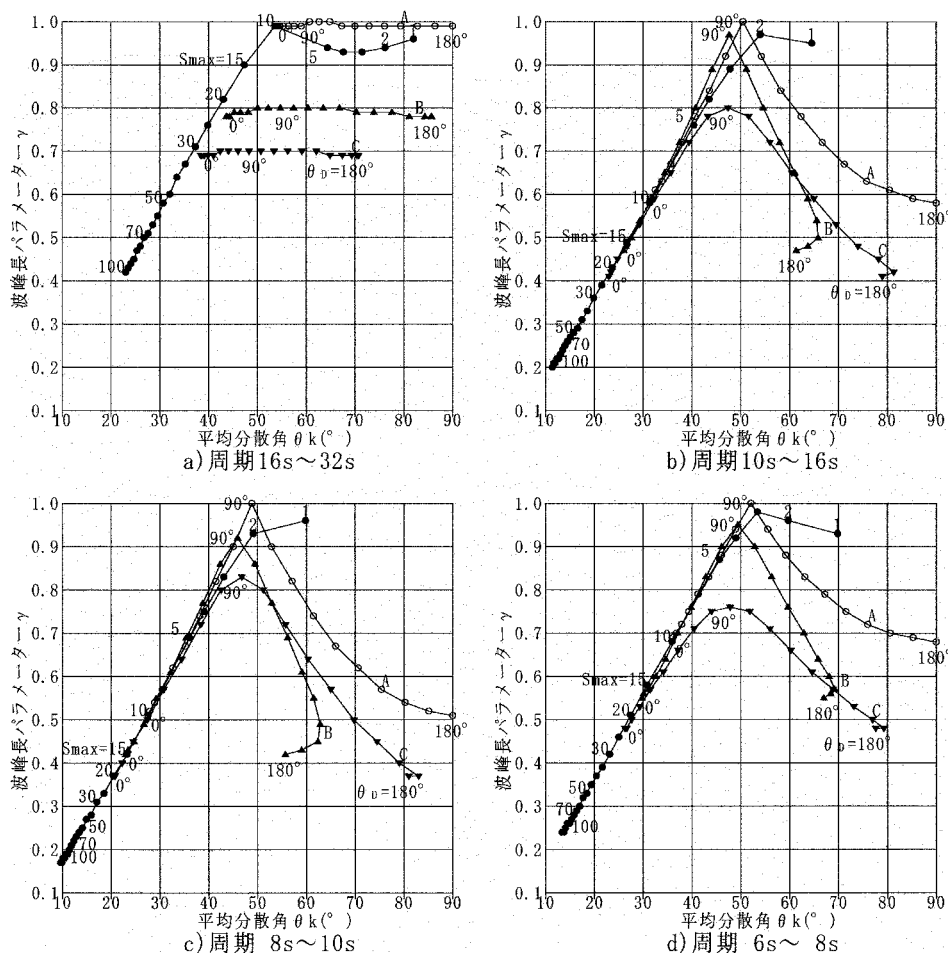


図-7 θ_k と γ の関係 (光易型方向分布関数)

向きとして表現可能である境界を示す判断基準として取り扱える。

③ いわゆる直記式波浪計に使われている，水平流速・垂直位置を用いる共分散波向き計算にも応用でき，周期帯別共分散波向きも高速に計算できる。

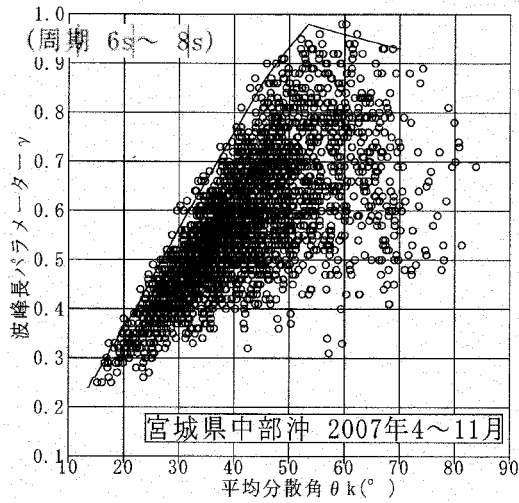


図-8 θ_k と γ の関係(観測結果： $3.0\text{m} > H_s > 2.0\text{m}$)

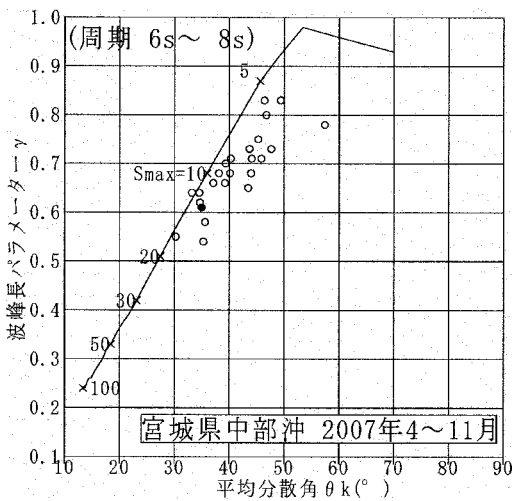


図-9 θ_k と γ の関係(観測結果： $H_s > 6.0\text{m}$)

謝辞：本研究では，国土交通省東北地方整備局が設置したGPSブイ式波浪計により観測されたデータを活用させて頂いた．ここに感謝の意を表します．

参考文献

- 1) 清水勝義，永井紀彦，里見茂，李在炯，久高将信，藤田孝：ブイ動揺特性を考慮した大水深波浪観測データ処理システムの構築，土木学会，海岸工学論文集，第53巻，pp.1406-1410，2006.
- 2) 清水勝義，永井紀彦，橋本典明，岩崎峯夫，安立重昭，奥勇一郎：GPSブイ式波浪計を対象とした複合的な波向き計算手法の提案，海洋開発論文集，第23巻，pp.231-236，2007.
- 3) 合田良実：共分散法を用いた波向推定方式の数値的検討，港研報告，第20巻 第3号，pp53-92，1981年9月.
- 4) 小舟浩治，橋本典明，佐々木弘：野島沖海域の波浪特性，土木学会，海岸工学論文集，第32巻，pp.124-128，1985.