# 風荷重が作用する浮体式洋上風車の ロータ回転時における動揺解析

MOTION ANALYSIS OF A FLOATING OFFSHORE WIND TURBINE DURING THE ROTOR-ROTATION UNDER WIND LOADS

松熊秀和<sup>1</sup>•宇都宮智昭<sup>2</sup>•佐藤郁<sup>3</sup> Hidekazu MATSUKUMA, Tomoaki UTSUNOMIYA and Iku SATO

<sup>1</sup>学生会員 京都大学大学院 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂) <sup>2</sup>正会員 工博 京都大学准教授 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂) <sup>3</sup>正会員 工博 戸田建設 (株) アーバンルネッサンス部 (〒104-8388 東京都中央区京橋1-7-1)

In order to utilize the offshore wind energy, the wind turbine of a floating type is expected for its realization. This paper presents motion analysis of a floating offshore wind turbine due to wind loadings considering the effect of rotor-rotation. The horizontal axis downwind turbine is mounted on a floating foundation of a spar-type. The wind forces acting on the blades are calculated by the blade element momentum method. In order to account for the effect of finite amplitude motion of the floating body and the rotor-rotation, the multibody dynamics theory is employed. The dynamic analysis is made in time domain. The numerical results have shown that the transverse and rotational motion around the axis of the tower is generated due to the effect of gyro-moment of the rotor-rotation.

Key Words: Floating body, dynamic response, wind power generation, multibody dynamics

#### 1. はじめに

地球温暖化対策として風力発電が注目されている. わが国でも陸上での実用化が進んでいるが、今後更 なる導入拡大を図るには, 浮体式洋上風力発電の検 討が必要である. 本研究では、コンクリート製の円 筒スパー型浮体基礎を有する洋上風車に着目し、そ の風荷重に対する動揺解析をおこなう. 山口ら1)は ロータ回転時の波浪中浮体動揺について検討してお り、ロータ回転時には、ジャイロモーメントの作用 によりロータ非回転時にはあらわれないRollおよび Yaw方向の応答が生ずることを示している. しかし、 風荷重の評価はおこなっておらず、また、浮体動揺 に関して微小な調和振動が仮定されている.一方, 関田ら2)は、浮体動揺を模擬した強制動揺を風車模 型に与える実験から、相対風速の効果により風車に 作用する風荷重や発電出力が大きく影響を受けるこ とを示している. そこで本研究では、風車ロータの 回転および浮体動揺を考慮した上で洋上風車に作用 する風荷重を評価し、風車ロータ、ナセル、タワー +浮体基礎の3剛体(図-1)からなる系に対しての 応答解析をマルチボディダイナミクス理論に基づき おこなう.

本手法により,動揺の影響が加味された風荷重の 作用の元での浮体動揺を,有限振幅応答として時間 領域で解析できる. なお, ジャイロモーメントの浮体動揺への影響は自動的に取り込まれる.

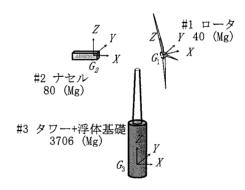


図-1 3剛体モデル

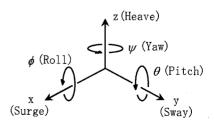


図-2 変位の呼称

# 2. 風車に作用する風荷重の評価

#### (1) 解析モデル

本研究では、解析モデルとして定格出力2MWクラスのダウンウインド型風車を搭載した単純円筒スパー型浮体を想定した。その概念図を図-3に示すともに、諸元を表-1に示す。ここで、係留索は重と位置Gに取り付けるものとした。ダウンウインド型風車を洋上風車に用いる利点としては、風車ロータ面が風上に対して傾いているので、ブレードがってタワーと接触する危険性が減少することががってタワーと接触する危険性が減少することが必ずられる。本研究では、図-4に示すようにティルト角を8度、すなわちロータ回転軸が水平面に対して8度傾いているとした。

解析モデルの全質量は、喫水が60mとなるよう3826Mgとした。また、それぞれの部分の質量は、風車ロータ40Mg、ナセル80Mg、風車タワー120Mg、浮体基礎3586Mgである。ナセルは、幅3m、高さ4m、長さ12mの角柱でモデル化し(図-4)、風車タワーは高さ60m、頂部径2.5m、基部径4.0mの円錐台とする.

R M G d K

図-3 解析モデル

表-1 解析モデル諸元

★ 解析モブル諸元		
空気密度 $ ho_a$	1.25kg/m³	
水密度 $ ho_{_{\!\scriptscriptstyle{w}}}$	1.025Mg/m <sup>3</sup>	
ナセル高さ h	66m	
ロータ半径 R	40m	
ブレード翼型	NACA4412	
タワー頂部径	2.5m	
タワー基部径	4. Om	
浮体直径 D	8.9m	
喫水 d	60m	
乾舷	4m	
排水体積 V <sub>d</sub>	3733m³	
重心高さ KG	25.07m	
メタセンタ高さ GM	5.01m	

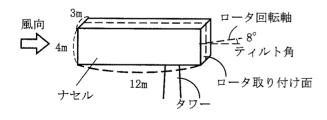


図-4 ナセル概要図

また、ブレードの翼形状は、図-5に示したものを想定した.断面形状は、流入角 $\alpha$ に対する揚力係数 $C_L$ および抗力係数 $C_D$ が図-6のように明示されていることからNACA4412を用いることにした.なお、ねじり角は根元から先端まで一定であるとした.

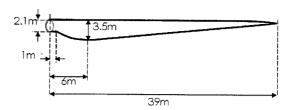


図-5 ブレードの翼形状

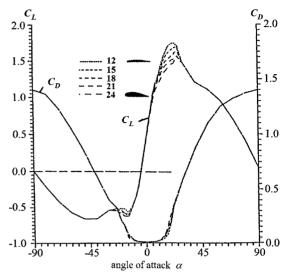


図-6 NACA4412-4424の $\alpha$ - $C_L$ ,  $C_D$  曲線<sup>3)</sup>

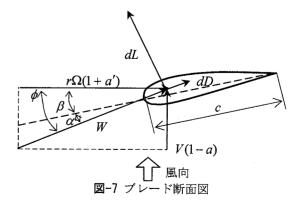
#### (2) 算出方法

翼素運動量理論 $^{45}$ に基づいて,定格出力が得られる風速が作用している定格時,および風車の安全確保のため発電を停止する直前の風速が作用しているカットアウト時における風荷重を算出した.また,その風荷重と,浮体の傾斜により発生する復元力が釣り合った状態における傾斜角(静的ピッチ $\theta$ )を算出した.

#### a) 風荷重の算出

ブレードの半径位置rにおける幅drの翼素に作用する風荷重の風向方向成分dTは,図-Tで示すように揚力dLおよび抗力dDの風向方向成分の合力で表され式(1)となる.式(1)で求められるdTを3枚のブレードについて,それぞれ足し合わせることにより全体の風荷重が求まる.

$$dT = \frac{1}{2} \rho_w W^2 (C_L \cos \phi + C_D \sin \phi) c dr \qquad (1)$$



なお,図-7で用いている記号は,Wはブレードに流入する相対風速, $\phi$ は相対風速とロータ回転面のなす角,cはブレード弦長,Vは無限遠上流の風速, $\Omega$ はロータの回転角速度, $\alpha$ は流入角, $\beta$ はねじり角(設定角), $\alpha$ は軸方向誘導係数, $\alpha'$ は接線方向誘導係数をそれぞれ表している.

ここで、誘導係数 a および a' の変化により、 $\phi$ 、 $C_L$ 、 $C_D$ 、W の値が変化するので、以下の翼素運動量理論から導かれる式(2)、(3) をニュートン・ラプソン法により a 、a' について解き、各翼素の風荷重を求めていく、

$$\frac{4a}{1-a} = \frac{\sigma}{\sin\phi} \left( C_L \frac{1}{\tan\phi} + C_D \right) \tag{2}$$

$$\frac{4a'}{1+a'} = \sigma \left( C_L \frac{1}{\cos \phi} - C_D \frac{1}{\sin \phi} \right) \tag{3}$$

$$\sigma = \frac{Bc}{2\pi r} \tag{4}$$

ただし、 $\sigma$ は局所ソリディティ、Bはブレード枚数である.

また, 風速の鉛直方向分布は次式で表されるベキ 法則で考慮した.

$$V(z) = V_h \left(\frac{z}{h}\right)^{0.1} \tag{5}$$

なお、 $V_h$ はナセル高さでの風速、zは海面からの高さ、hはナセル高さである。

#### b) 静的ピッチの算出

$$\theta = \frac{M_r + M_t}{\rho_w g V_d \overline{GM}} \tag{6}$$

ただし、g (=9.81m/s²)は重力加速度であり、 $\rho_w$ は 水密度、 $V_d$  は浮体による排水体積、 $\overline{GM}$  はメタセンタ高さでそれぞれ表-1の値を用いた.

### (3) 算出結果

表-2に示す定格時およびカットアウト時における 風車の稼動条件のもとでの風荷重と静的ピッチの算 出結果を表-3に示す.また,ロータおよびタワーに 作用する風荷重による転倒モーメントを表-4に示す. カットアウト時には,ピッチ制御によりブレードの 設定角を流入角が小さくなるように制御して,風を 逃がすようにしている. すなわち, 風車ロータの出力が, 定格時およびカットアウト時ともに2500kWになるようにした. ここで, ロータの出力とは, ロータが風より取り出すパワーのことである. 実際の風車ではこのパワーを電力に変換する際に, ギアボックスや発電機の効率により利用するパワーは減少する50. ここでは, それらの効率を合わせて80%とし,最終的な電気出力が2000kWになるようにしている.

各ブレード翼素が発生させるロータ回転方向のトルク dQ を式(7) より求め、式(8) より翼素ごとの出力 dP を求めて、それらを足し合わせたものをロータの出力とする.

$$dQ = \frac{1}{2} \rho_w W^2 (C_L \sin \phi - C_D \cos \phi) crdr \qquad (7)$$

$$dP = \Omega dO \tag{8}$$

表-3より、定格時においてカットアウト時よりも 風速が小さいにもかかわらず、大きい値が得られる ことがわかる. そこで、本研究では定格時における 浮体式洋上風車の動揺解析を行うこととした.

なお、定格時における静的ピッチは8.4度で、これは解析モデルのダウンウインド型風車で仮定したティルト角に近い値となっている。このとき、浮体の傾斜によってロータの受風面が風向に対しほぼ正対した状態となり、発電出力面からは有利となる.

表-2 風車の稼動条件

	風速 V(m/s)	回転数 (rpm)	設定角 β (度)
定格時	13	19.0	7. 7
カットアウト時	25	19.0	26. 0

表-3 洋上風車に作用する風荷重と静的ピッチ

	ロータに 作用する 風荷重(kN)	タワーに 作用する 風荷重(kN)	静的ピッチ <i>θ</i> (度)
定格時	259	17. 3	8. 4
カット アウト時	150	63. 8	6. 0

表-4 重心まわりのモーメント

	転倒モーメント M,(kNm)	転倒モーメント M,(kNm)
定格時	$2.63 \times 10^4$	$1.19 \times 10^3$
カット アウト時	1.52×10 <sup>4</sup>	$4.39 \times 10^{3}$

# 3. 浮体式洋上風車の動揺解析

#### (1) はじめに

第2章では、静的な状態での風荷重を求めたが、 実際は浮体動揺によって風車ロータに流入する風速 は変化していく、また、風力発電機はヨー制御によ りロータ面を風向に追尾させる機構をもつのが一般 的であるが、常に風上に対して正対しているわけで はなく、ある程度のずれを伴って運転している.

本章では、ヨー制御させずに風向・風速一定で定格風速の風(ナセル高さで13m/s;風速の鉛直方向分布は式(5)のベキ法則で考慮)が吹いている状況を想定し、定格時における浮体式洋上風車の動揺を解析する。ただし、初期風速を1m/s、初期ロータ回転数を1.0rpmとし、20秒後に定格風速13m/s、定格回転数19.0rpmに至るとする。また、風車ロータに作用する風荷重は、ロータ面に垂直に流入タワーに対する風荷重についても同様とする。解析にあたり構造物を剛体とみなして、マルチボディダイナミクス<sup>6</sup>に基づき、数値解析ソフトウェアMATLABを使用して解析プログラムを作成した。なお、本研究では波や潮流などの影響は考慮していない。

#### (2) 解析方法

解析モデルを図-1に示すように、3剛体モデルとして扱う.各剛体固定の座標軸は、初期状態における風向方向(Surge)をx軸正方向、風向に対して水平横向き(Sway)をy軸、鉛直方向(Heave)をz軸に設定した.

# a) 運動方程式

解析にあたっては、次式で示す拘束剛体系の運動方程式を用いる.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{\mathbf{r}}^{T} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}' & \mathbf{C}_{\mathbf{\theta}'}^{T} \\ \mathbf{C}_{\mathbf{r}} & \mathbf{C}_{\mathbf{\theta}'} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}' \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}^{\mathbf{A}} \\ \mathbf{n}'^{\mathbf{A}} - (\boldsymbol{\omega}' \times \mathbf{J}') \boldsymbol{\omega}' \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix}$$
(9)

ここで、 $\mathbf{r}$ , $\mathbf{\theta}'$ は各剛体固定枠の位置および姿勢を表すベクトル、 $\mathbf{v}$ , $\mathbf{\omega}'$ は各剛体固定枠の速度ベクトルおよび角速度ベクトルである。なお、 $\mathbf{\theta}'$ は $\mathbf{x}$ - $\mathbf{y}$ - $\mathbf{z}$ 変換の角 $\phi$ , $\phi$ , $\psi$ を用いて、 $\mathbf{\theta}' = [\phi \ \theta \ \psi]^T$ と定義する。また、 $\mathbf{M}$  は質量マトリックス、 $\mathbf{J}'$ は重心まわりの慣性マトリックスであり、 $\mathbf{f}^A$ , $\mathbf{n}'^A$  は外力および外トルクを表している。 $\mathbf{C}_\mathbf{r}$ , $\mathbf{C}_\mathbf{\theta}$  は各剛体間の拘束式ヤコビアンマトリックス、 $\mathbf{\lambda}$ はラグランジュ未定乗数、 $\mathbf{\gamma}$ は拘束式を2回微分して得られる拘束方程式を $\mathbf{C}_\mathbf{r}\dot{\mathbf{v}}+\mathbf{C}_\mathbf{\theta'}\dot{\mathbf{\omega}}'=\mathbf{\gamma}$ と表現したときの右辺である。

なお、解析モデルの拘束条件は、ロータとナセルが回転ジョイントで拘束されており、ナセルとタワーが固定ジョイントで拘束されている。回転ジョイントの回転軸ベクトルは、ティルト角が8度であるので、ロータ枠の座標系で $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ 、ナセル枠の座標系で $\begin{bmatrix} \cos 8^\circ & 0 & \sin 8^\circ \end{bmatrix}^T$ である。

運動方程式の解法について簡単に述べる. まず,式(9)  $\hat{\mathbf{v}}$  および $\hat{\mathbf{u}}'$  について解く.

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{M}^{-1} \left( \mathbf{f}^{A} - \mathbf{C}_{\mathbf{r}}^{T} \lambda \right)$$

$$\dot{\omega}' = \mathbf{J}'^{-1} \left( \mathbf{n}'^{A} - \widetilde{\omega}' \mathbf{J} \omega' - \mathbf{C}_{\theta'}^{T} \lambda \right)$$
(10)

これを式(9)に代入して $\lambda$ について解くと式(11)となる.

$$\lambda = \left(\mathbf{C}_{\mathbf{r}}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}_{\mathbf{r}}^{T} + \mathbf{C}_{\theta'}\mathbf{J}'^{-1}\mathbf{C}_{\theta'}^{T}\right)^{-1}\left[\mathbf{C}_{\mathbf{r}}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}^{A} + \mathbf{C}_{\theta'}\mathbf{J}'^{-1}\left\{\mathbf{n}'^{A} - \mathbf{\omega}'\times(\mathbf{J}'\mathbf{\omega}')\right\} - \gamma\right]$$
(11)

ここで $\omega'$ は積分できないので、 $\theta'$ の時間微分 $\theta'$ に式(12)により変換し、これを積分して $\theta'$ を求めながら計算を行うことになる.

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}' = \frac{1}{\cos \theta} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \phi \cos \theta \\ 0 & \cos \phi \cos \theta & -\sin \phi \cos \theta \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}' \quad (12)$$

数値シミュレーションでは、各時間ステップで $\lambda$ を式(11)により評価し、式(10)と式(12)より $\dot{\mathbf{r}}$ 、 $\dot{\mathbf{v}}$ 、 $\boldsymbol{\theta}'$ 、 $\boldsymbol{\omega}'$ をMATLABの数値積分関数(ode45)を用いて積分して、時々刻々の浮体式洋上風車の運動を得る.b) 慣性マトリックス

ここでは3剛体, すなわち, ロータ, ナセル, タワー+浮体基礎それぞれの重心まわりの慣性モーメントを示す. 慣性マトリックスは, x軸, y軸, z軸まわりの慣性モーメントを対角成分としてもつ3×3行列である.

ロータ: 
$$\left[1.13 \times 10^4 \quad 5.67 \times 10^3 \quad 5.67 \times 10^3 \right]$$
 (Mgm²)  
ナセル:  $\left[1.67 \times 10^2 \quad 1.07 \times 10^3 \quad 1.02 \times 10^3 \right]$  (Mgm²)  
タワー+浮体基礎:  $\left[2.30 \times 10^6 \quad 2.30 \times 10^6 \quad 4.29 \times 10^4 \right]$  (Mgm²)

# c)係留力

係留力の簡易的な評価として, Surge, Sway, Yaw 方向に線形バネが取り付いたものとして評価する. それぞれのバネ係数は以下のとおりである.

#### d)付加質量・付加慣性モーメント

タワー+浮体基礎の質量マトリックスと慣性マトリックスには、付加質量と付加慣性モーメントを考慮して、それぞれの成分に加えておく.

Surge (Sway) 付加質量は、円柱断面に対する付加質量係数  $C_a = 1.0$  を仮定して次式で得られる.

$$a_{11} = a_{22} = \rho_w C_a (\pi D^2 / 4) d = 3826 \text{ (Mg)}$$
 (13)

ここで、 $\rho_w$  は水密度、D は浮体直径、d は喫水であり、**表-1**の値を用いている.

Heave付加質量は、円筒底面に付加した半球の付加水質量として算出される.

$$a_{33} = \rho_w \frac{2}{3} (\pi D^3 / 8) = 189.2 \text{ (Mg)}$$
 (14)

Pitch(Roll)付加慣性モーメント (重心まわり) は、次式で求まる、ただし、 $\overline{BG}$ 。は浮心とタワー +浮体基礎の重心との距離を表しており、7.93(m)

$$a_{44} = a_{55} = \rho_{w} C_{a} \left( \pi D^{2} / 4 \left( \overline{BG}_{3}^{2} d + \frac{1}{12} d^{3} \right) \right)$$

$$= 1.388 \times 10^{6} (\text{Mg})$$
(15)

#### (3) 解析結果

以上の解析方法により, 浮体式洋上風車のロータ 回転時における浮体の動揺を時間領域で解析した。 また, 同様にロータに作用する風荷重, ロータ中心 に対する相対風速, ロータの出力についてそれぞれ の時間変動を算出した.

浮体基礎の重心位置における並進動揺量を図-8に 示す.

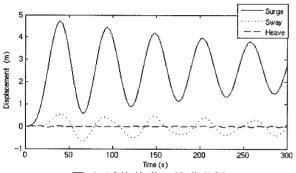


図-8 浮体基礎の並進動揺

本研究では、波浪については考えず静水中である と仮定しているので、Heave方向への応答はほとん ど出ていない. なお,解析モデルのHeave固有周期 は、以下の式で与えられる.

$$T_{Heave} = 2\pi \sqrt{\frac{M + a_{33}}{\rho g A}} = 30.0(s)$$
 (16)

ここで、M は解析モデルの全質量3826Mg、A は浮 体の水線面積62.21m2である.

また、風向を一定としているのでSway方向にはあ まり動いていない. Surge方向には最大で約5mの変 位があり、また、周期約50秒で振動していることが わかる. これは、次式で求められるSway方向および Surge方向の固有周期とほぼ等しい.

$$T_{Surge} = 2\pi \sqrt{\frac{M + a_{11}}{K_B}} = 54.9(s)$$
 (17)

本研究の解析時間では定常状態に至っていないが、 振動中心が2m~3mあたりであり、これは線形バネで 仮定した係留力と風荷重の静的な釣り合い位置にほ ぼ近い値となっている.

ついで、浮体基礎の回転動揺であるが、Pitchに ついて、図-9より十分時間がたった後には第2章で 算出した静的ピッチとほぼ一致する値になっている ことがわかる.一方、RollとYawであるが、最初の 動揺でやや大きな応答が出ているものの、その後は 動揺が小さくなっていることがわかる. このYaw方 向の変位は、浮体が傾斜することにより、 ジャイロ モーメントの影響が出ているものと思われる。また、 動揺の様子も定常的な振動をしているとは言えない。 Roll方向には振幅約2度で振動しており、周期は約 30秒である. これについても次式で求まるRoll方向 の固有周期と合致する結果が得られている.

$$T_{Roll} = 2\pi \sqrt{\frac{I_1 + a_{44}}{\rho_w g V_d GM}} = 32.2(s)$$
 (18)

ここで、I、は解析モデルのRoll方向に対する慣性 モーメントで $3.56 \times 10^6 \text{ Mgm}^2$ である。

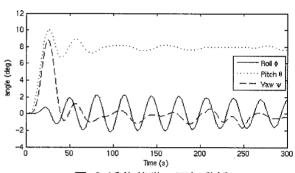


図-9 浮体基礎の回転動揺

ロータ中心に流入する風速は、浮体動揺により変 化するが、図-10よりそれほど大きく変化していな いことがわかる.ここで、ロータ中心に流入する風 速は、定格風速とロータ中心位置での速度の風速方 向成分との差により求めた、当然のことであるが、 ロータに作用する風荷重は、相対風速の変化にとも なって同じように変化する. また、図-12からロー タ出力はおよそ2300kW~2500kWで変動していること がわかる. 相対風速はほぼ13m/sで安定しており、 仮にこれがロータ面に垂直に流入していれば2500kW の出力が得られるが、浮体動揺のため最大で8%程 度出力が低下している.

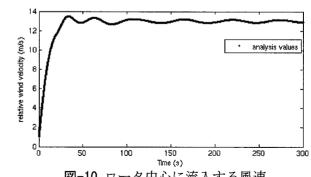
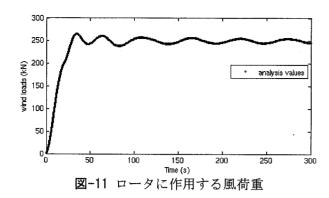
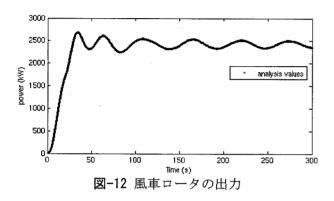


図-10 ロータ中心に流入する風速





# 4. 結論

本研究では、マルチボディダイナミクスを用いて、数値解析ソフトウェアMATLABにより静水状態における浮体式洋上風車の動揺解析プログラムを作成した。その結果、浮体は風向方向に対する変位・回転(Surge、Pitch)だけでなく、それ以外の方向への変位・回転(Sway、Roll、Yaw)も発生することが確認できた。特にこれらの動的応答は、浮体が傾斜するとき、風車ロータの回転によりジャイロモーメントが発生し、まずYaw方向に対して大きな応答を示し、風車ロータ面が風上に垂直でなくなることから、続いてSway、Roll方向への運動が始まると考えられる。

これらのことから,浮体式洋上風車の動揺解析を 行う場合には,風車ロータの回転を考慮することが,

浮体式洋上風力発電の成立性を検討する上で重要で あると思われる.

本研究では、定常風を仮定したが実際は風速,風向ともに絶えず変化している.また、今回は係留系を線形バネにより近似したが、実際の係留系は複雑な非線形反力特性を有している.今後はこれらの影響もふまえて考慮していく必要がある.さらに、実際の浮体式洋上風車の動揺を解析し、その設計を行うためには波浪、風力、潮流力が同時に作用する場合の動的応答を評価する必要がある.

今後は、本解析で用いた動的解析手法の妥当性を 検討した上で、上記に示した内容を考慮した新たな 手法を開発していかなければならない.

# 参考文献

- 1) 山口雄嗣, 村井基彦, 井上義行: 風車の回転を考慮 した SPAR 型洋上風力発電施設の波浪中動揺に関する 研究, 日本船舶海洋工学会講演会論文集, 第 4 号, pp. 279-282, 2007.
- 2) 関田欣治, 臼井慧介, 宮島省吾, 矢後清和, 大村優太: 浮体式風力発電の回転・並進動揺による風荷重と発電量影響に関する模型実験, 海洋開発論文集, 第23巻, pp. 997-1002, 2007.
- 3) Gasch, R. and Twele, J.: Wind Power Plants, p.143, James&James, 2002.
- 4) 大川豊, 宮島省吾, 鈴木英之, 関田欣治, 日根野元裕: 浮体式洋上風力発電による輸送用代替燃料創出 に資する研究, 平成17年度運輸分野における基礎的 研究推進制度研究成果報告書, pp. 2-86 - 2-96, 2003
- 5) 牛山泉: 風車工学入門 基礎理論から風力発電技術 まで,pp. 29-32,66-68,87-99,森北出版株式会社, 2002.
- 6) 日本機械学会: コンピュータダイナミクスシリーズ 3 マルチボディダイナミクス(1)—基礎理論—, pp. 53-58, 72-73, 106-110, 122-126, 181-184, コロナ社, 2006.