

# パイプインパイプ断面を有する海洋 パイプラインの静水圧作用時における 簡易な座屈荷重評価式の検討

INVESTIGATION OF THE SIMPLIFIED EVALUATION METHODS FOR  
BUCKLING PRESSURE OF OFFSHORE PIPELINES WITH PIPE-IN-PIPE CROSS-  
SECTIONS UNDER EXTERNAL HYDROSTATIC PRESSURE

佐藤太裕<sup>1</sup>・嶋崎賢太<sup>2</sup>・蟹江俊仁<sup>3</sup>・三上 隆<sup>4</sup>  
Motohiro SATO, Kenta SHIMAZAKI, Shunji KANIE and Takashi MIKAMI

<sup>1</sup>正会員 博士（工学） 北海道大学大学院助教 工学研究科北方圏環境政策工学専攻  
(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

<sup>2</sup>学生会員 工学士 北海道大学大学院修士課程 工学研究科北方圏環境政策工学専攻  
(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

<sup>3</sup>正会員 博士（工学） 北海道大学大学院教授 工学研究科北方圏環境政策工学専攻  
(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

<sup>4</sup>フェローメンバー 工博 北海道大学大学院教授 工学研究科北方圏環境政策工学専攻  
(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

Structural pipe-in-pipe cross-sections have significant potential for application in offshore oil and gas production systems because of their property that combines thermal insulation performance with structural strength and self weight in an integrated way. Such cross-sections comprise inner and outer thin walled pipes with the annulus between them fully filled by a selectable filler material to impart an appropriate combination of properties. Structural pipe-in-pipe cross-sections can exhibit several different collapse mechanisms and the basis of the preferential occurrence of one over others is of interest. This paper presents a simplified evaluation method for predicting the elastic buckling behaviours of a structural pipe-in-pipe cross-section when subjected to external hydrostatic pressure. Results are presented to show the validity of the proposed simplified formulations for estimating the local and global buckling pressures.

**Key Words :** Pipe-in-pipe, deepwater, Hydrostatic pressure, buckling

## 1. はじめに

海洋でのエネルギー輸送を目的としたパイプラインは、特に大水深域において極めて大きな静水圧作用に対する耐崩壊性、石油やガスといった高温流動体に対する耐熱性や、水中で浮力と自重のバランスによる構造安定性といった性能が、非常に高い次元で要求される構造物である。

本研究で対象とする、内側と外側の鋼製の薄いパイプの間に比較的厚いコアを挟んだパイプインパイプ断面（図-1）は、合成断面として崩壊強度の増加、中間のコアによる断熱効果を期待できる点から、上述の要求性能に応える優れた構造形式であるといえる。このことから、近年の海洋開発の大水深化に伴うエネルギー資源輸送技術として、パイプインパイプ断面を採用したパイプラインの有効性が今日世界中で大きく注目されている。構造設計の面では極

大静水圧作用時の力学特性、特に座屈特性の把握が極めて重要であり、近年様々な角度から研究が進められている<sup>1), 2), 3)</sup>。

しかしこのような構造形式では、特に外側表面のパイプ厚に比べコア厚が大きな場合に外側パイプだけが崩壊に至る局部座屈のような、普通のパイプとは異なるパターンの崩壊挙動の存在が経験的に知られており、問題となっている。これは合成断面ゆえに起こることであり、構造力学的にも非常に興味深い現象である。またその崩壊モードは合成断面における鋼製パイプとコアの剛性や諸元の変化に対し、大きく変化することが予想される。上記の点を鑑み著者らのうちの一名が、英国クランフィールド大学との共同研究により、極めて柔軟でかつ厚いコアを有するパイプインパイプ断面の、静水圧作用により外側パイプのみが崩壊に至る局部座屈（図-2）と、断面が一体となっておこる全体座屈（図-3）につ

いて、それぞれの起こりうる条件や実際の座屈挙動に関する解析的な検討を行い、その結果を昨年公表した<sup>4)</sup>。この研究にて、局部座屈では外側パイプがコアに内側から支えられた、いわゆる弾性床上パイプのような挙動を示すこと、また全体座屈では合成断面全体が一体となって変形するモードとなることを2次元弹性論に基づく理論解の導出により明らかにした。本研究ではその複雑な定式化から適切な仮定を用いて発展させることにより、実際の基本構造設計段階において座屈荷重を高精度かつ簡易に評価するための実用的な座屈荷重算定式の提案を行うことを目的とする。

## 2. パイプインパイプ断面に発生する座屈現象について

### (1) パイプインパイプ断面

図-1は本研究で解析対象とするパイプインパイプ断面を示したものである。鋼製の内側、外側パイプに対して、ポリマー・セラミックなど様々な材質の部材を選択することにより、極大水深域や高温環境下での厳しい要求性能を満足することが可能となる構造形式である<sup>3)</sup>。一般に鋼製の内側及び外側パイプに比べ、中間のコアは厚く、柔軟なものを用いることが多い。これより本研究では厚肉のコアは等方性を有する弾性体（ヤング係数 $E_c$ 、ポアソン比 $\nu_c$ ）として厳密な弹性論の適用、外側、内側のパイプ（厚さ $h_1$ 、 $h_2$ ）はコア（厚さ $h_c$ ）に比べて非常に薄い弾性体（ヤング係数 $E_p$ 、ポアソン比 $\nu_p$ ）として薄肉リング理論を適用する、また非常に長いパイプラインとして、2次元平面ひずみ状態を仮定する。

### (2) 局部座屈と全体座屈

図-2(a)、(b)は文献1)により明らかになった静水圧作用時の局部座屈と全体座屈モードの一例を示したものである。これらは外側および内側のパイプ剛性に対するコア剛性の比、およびポアソン比は変わらず、コア厚のみが違う場合の比較である。図-2(a)に示すようにコア厚が比較的大きい場合には、内側パイプはほとんど変形せず、外側パイプのみが波数の大きいモードを有する座屈（局部座屈）を生じやすくなる。これはコアが弹性地盤のように挙動する”弾性床上リング（パイプ）”に似た座屈モードであるといえる。一方図-2(b)のようにコア厚が比較的薄い場合には、パイプ全体が一体となって座屈する全体座屈が起こりやすいことが確認されている。このようにパイプインパイプ断面はコア厚や、ここでは掲載していないがコア剛性のわずかな変化に伴い座屈モードが大きく変化する性質を有している。

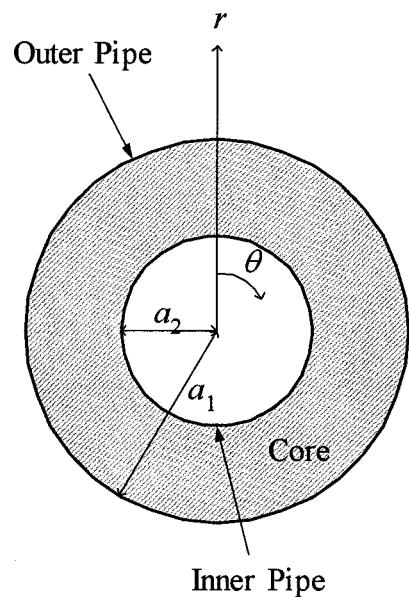
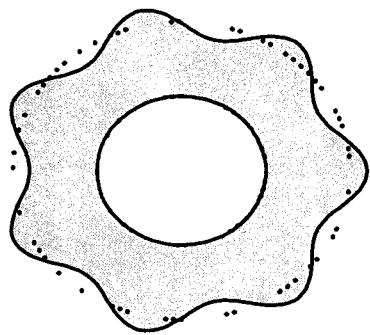
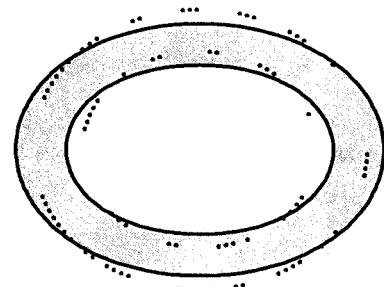


図-1 パイプインパイプ断面



(a) 局部座屈

$$(a_2/a_1 = 0.5, E_c/E_p = 10^{-4})$$



(b) 全体座屈

$$(a_2/a_1 = 0.7, E_c/E_p = 10^{-4})$$

図-2 局部座屈と全体座屈モード

### 3. 座屈荷重に関する簡易評価式の提案

図-3は内径/外形比  $a_1/a_2$  に対する断面の座屈荷重の変化を示したものである。 $E_c/E_p > 10^{-5}$ においては  $a_1/a_2$  が比較的小さい（コア厚が比較的厚い）場合に、 $a_1/a_2$  の変化によらず座屈荷重が変化しない。この範囲のコア厚においては、図-2(a)に対応する局部座屈が発生しており、このことはある程度以上のコア厚は、断熱作用に対する影響という観点を別にしても、弾性座屈においては過大な設計となることを示唆している。またコア厚が比較的薄い場合には、座屈波数が2となり、コア厚の減少と共に座屈荷重が減少することが読み取られる。これは図-2(b)の全体座屈に対応するものである。以上のこととは、局部座屈荷重はコアの厚さに無関係に決定されること、また局部座屈荷重を把握することは、コアと外側パイプの剛性の組み合わせにより得られるパイプインパイプ断面として最大の座屈荷重を把握することと等価であることを意味し、基本構造設計段階において非常に重要である。以下では、上述の特性に着目した局部座屈荷重を概略把握するための、簡易評価式の導出を試みる。また全体座屈については、コアと外側/内側パイプが一体となって変形することから、合成断面全体を一層のパイプとみなすことにより、局部座屈と同様に評価式の導出を検討する。

#### (1) 局部座屈

弾性床上リング理論に基づくパイプの座屈荷重は次式で表される。

$$q_{cr} = \frac{1}{12} \frac{n^2 - 1}{1 + \frac{1}{12} \left( \frac{h_1}{a_1} \right)^2} \frac{E_p}{1 - \nu_p^2} \left( \frac{h_1}{a_1} \right)^3 + \frac{1}{n^2 - 1} k \quad (1)$$

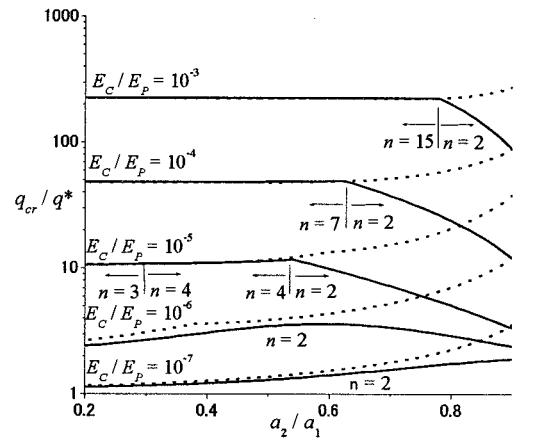
ここで  $k$  は弾性床上リングにおける地盤反力係数であり、この場合コアの半径方向剛性係数となる。これは文献1)にて得られた次式を用いる。

$$k = \frac{\tilde{d}_y}{d} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} d &= (1 + \nu_c)[(3 - 4\nu_c)^2 a_1^{4n+2} a_2^2 \\ &- \{8(2\nu_c^2 - 3\nu_c + 1) + n^2\} a_1^{2n+4} a_2^{2n} + 2(n^2 - 1) a_1^{2n+2} a_2^{2n+2} \\ &- \{8(2\nu_c^2 - 3\nu_c + 1) + n^2\} a_1^{2n} a_2^{2n+4} + (3 - 4\nu_c)^2 a_1^2 a_2^{4n+2}] \end{aligned} \quad (2b)$$

$$\begin{aligned} \tilde{d}_{11} &= E_c [\{1 - 2\nu_c + 2n(\nu_c - 1)\}(4\nu_c - 3) a_1^{4n+2} a_2^2 \\ &- \{8(1 - \nu_c) + n^2(4\nu_c - 5)\} a_1^{2n+4} a_2^{2n} \\ &+ 2(n^2 - 1)(2\nu_c - 3) a_1^{2n+2} a_2^{2n+2} \\ &+ \{8(2\nu_c^2 - 3\nu_c + 1) + n^2\} a_1^{2n} a_2^{2n+4} \\ &- \{2\nu_c - 1 + 2n(\nu_c - 1)\}(4\nu_c - 3) a_1^2 a_2^{4n+2}] \end{aligned} \quad (2c)$$

また内側にコアがない、すなわち外側パイプのみの座屈荷重は式(1)において  $k = 0$  とおいた次式となる。



$(h_1/a_1 = h_2/a_2 = 0.01, \nu_c = 0.4,$   
 $q_{cr}$  : パイプインパイプ断面の座屈荷重,  
 $q^*$  : 外側パイプのみの座屈荷重,  $n$  : 座屈波数)

図-3 座屈荷重

$$q^* = \frac{E_p}{4(1-\nu_p^2)} \frac{1}{1 + \frac{1}{12} \left( \frac{h_1}{a_1} \right)^2} \left( \frac{h_1}{a_1} \right)^3 \quad (3)$$

これらより正規化された座屈荷重は次式のように表される。

$$\frac{q_{cr}}{q^*} = \frac{n^2 - 1}{3} + \frac{k}{(n^2 - 1)q^*} \quad (4)$$

ここで、式(2)は非常に煩雑な形であるが、前述の通り、コア厚がある程度以上大きい場合パイプ剛性に寄与しないということから、以下の内空半径に対する極限をとった次式を考える。

$$k = \lim_{a_2 \rightarrow 0} k = E_c \frac{2n(\nu_c - 1) - 2\nu_c + 1}{4\nu_c^2 + \nu_c - 3} \quad (5)$$

ここで、座屈波数  $n$  は大きい整数であるという仮定を用いると、 $k$  はさらに次式のように変形される。

$$k = E_c \frac{2n(\nu_c - 1)}{4\nu_c^2 + \nu_c - 3} \quad (6)$$

また同様の理由から、 $n^2 - 1 \approx n^2$  と仮定すると、これらより座屈荷重、およびその無次元量はそれぞれ次式のように得られる。

$$q_{cr} = \frac{1}{12} \frac{n^2}{1 + \frac{1}{12} \left( \frac{h_1}{a_1} \right)^2} \frac{E_p}{1 - \nu_p^2} \left( \frac{h_1}{a_1} \right)^3 + \frac{E_c}{n} \frac{2(\nu_c - 1)}{4\nu_c^2 + \nu_c - 3} \quad (7)$$

$$\frac{q_{cr}}{q^*} = \frac{n^2}{3} + \frac{2\alpha}{3n} \quad (8)$$

ここで

$$\alpha = 12 \frac{E_c}{E_p} \frac{(\frac{a_1}{h_1})^3}{\frac{1}{12} \frac{(h_1)^2}{a_1}} \frac{\{1 + \frac{1}{12} (\frac{h_1}{a_1})^2\} (1 - \nu_p^2) (\nu_c - 1)}{4\nu_c^2 + \nu_c - 3} \quad (9)$$

である。弾性床上パイプの座屈荷重は、各座屈波数に対応する座屈荷重の最小値となり、このため次式

を満足する。

$$\frac{\partial(\frac{q_{cr}}{q})}{\partial n} = \frac{2}{3}n - \frac{2\alpha}{3n^2} = 0 \quad (10)$$

以上より、座屈荷重をとる座屈波数  $\hat{n}$  と、それに対応する座屈荷重  $\hat{q}_{cr}$  はそれぞれ以下の通り得られる。

$$\hat{n} = \sqrt[3]{\alpha} = \sqrt[3]{12 \frac{E_c}{E_p} (\frac{a_1}{h_1})^3 \frac{\{1 + \frac{1}{12} (\frac{h_1}{a_1})^2\} (1 - \nu_p^2) (\nu_c - 1)}{4\nu_c^2 + \nu_c - 3}} \quad (11)$$

$$\hat{q}_{cr} = \alpha^{\frac{2}{3}} q^* \quad (12)$$

## (2) 全体座屈

全体座屈では、合成断面が一体となって変形する。ここでは、合成断面に対して外側/内側パイプとコアを一層とみなした場合の曲げ剛性を用いて、全体座屈荷重の簡易な評価式について検討する。ここで例えば内側パイプと外側パイプの厚さが等しい場合、等価な曲げ剛性は次式で表される。

$$(EI)_{cw} = (EI)_{outer pipe} + (EI)_{core} + (EI)_{inner pipe} \\ = \frac{E_p}{1 - \nu_p^2} \left( \frac{h_1^3}{6} + \frac{h_c^2}{2} \right) + \frac{E_c}{1 - \nu_c^2} \frac{h_c^3}{12} \quad (13)$$

ここでは曲げ変形のみ考慮する場合に加え、中間のコアのせん断変形を考慮した次の2式について考える。

### (A) 曲げ変形のみ考慮

$$q_{cr}^{(A)} = \frac{3(EI)_{cw}}{R^3} \quad (14)$$

### (B) 曲げ変形とせん断変形を考慮した場合

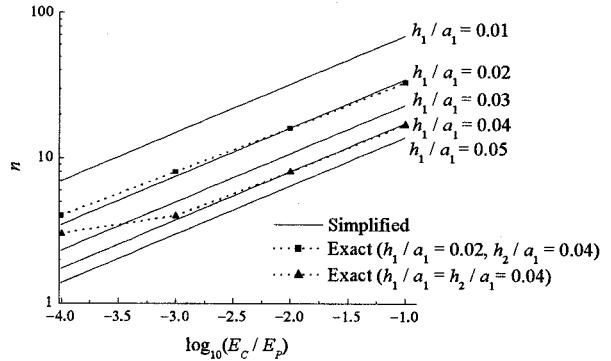
$$q_{cr}^{(B)} = \frac{3(EI)_{cw}}{R^3 \{1 + \frac{4(EI)_{cw}}{h_c G_c R^2}\}} \quad (15)$$

ここで  $G_c = E_c / 2(1 + \nu_c)$  (コアのせん断弾性係数) である。

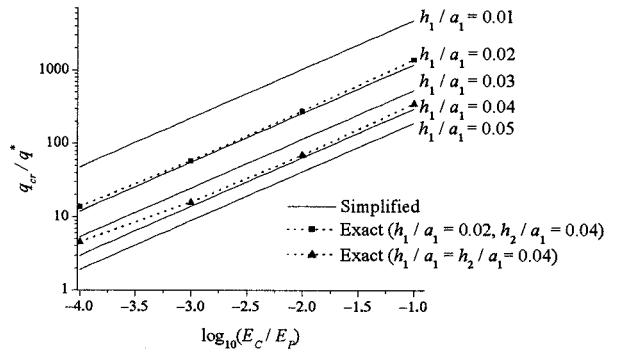
## 4. 簡易評価式の妥当性検証

### (1) 局部座屈

図-5 (a), (b) は局部座屈に関する文献1)により求められた座屈波数および座屈荷重の解析解と、本論文にて導出された簡易評価式(11), (12)との比較を行った結果である。簡易評価式による結果(直線)は、座屈波数、座屈荷重いずれにおいても、 $\log_{10}(E_c/E_p)$ の変化に対して、ほぼ線形であることがわかる。一方点線は文献4)により得られた解析解をプロットしたものである。簡易評価式の結果は、いずれも座屈波数が小さくなるという条件下、つまり外側パイプ剛性に対するコア剛性比が小さい、外側パイプ厚が厚い場合を除けば、この厳密な解析解のプロットと非常によく一致している。

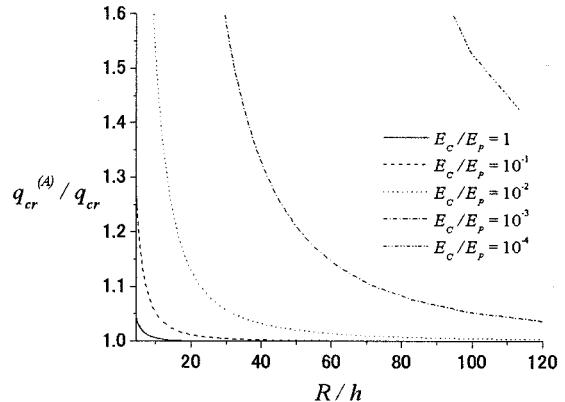


(a) 座屈波数の比較

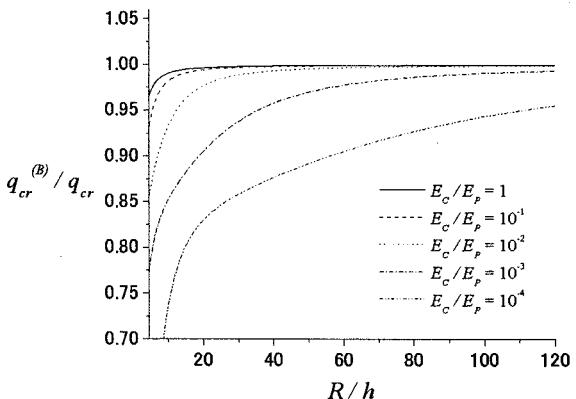


(b) 座屈荷重の比較

図-5 局部座屈に関する簡易評価式の精度比較



(a) 曲げ変形のみ考慮した場合



(b) 曲げ変形とせん断変形を考慮した場合

図-6 全体座屈に関する簡易評価式の精度比較  
(R = (a1 + a2)/2, h = h1 + h2 + hc)

る。このことから提案した評価式は上記の条件下において十分適用可能であるといえる。

## (2) 全体座屈

図-6 (a), (b) は全体座屈に関する簡易評価式の精度について検討を行ったものである。両図において、 $q_{cr}$  は文献 1)で得られた全体座屈荷重の解析解であり、縦軸は解析解に対する簡易評価式の比をとったものとなっている。まず図-6 (a) は曲げ変形のみ考慮した評価式に対するものであるが、厳密な解析解に比べ非常に大きな値をとることがわかる。特にコア剛性が大きい断面では、合成断面全体の厚さが相対的に薄い場合においてもその誤差は非常に大きいものである。一方、図-6 (b) は曲げ変形に加えてコアのせん断変形の影響も評価式に加えた結果である。この場合では図-6 (a) とは逆に厳密な解析解に比べ小さな値をとっている。しかしながらその誤差は図-6 (a) に比べて小さく、曲げ変形のみ考慮した評価式に比べ精度がいいことが確認される。以上より曲げ変形とせん断変形を考慮に入れた式(15)を用いることにより、特にコア剛性が大きい場合や、合成断面全体の厚さが相対的に薄いには、全体座屈荷重を十分評価可能であるといえる。

## 5. まとめ

本研究は、近年研究が進められているパイプインパイプ断面を有する海洋パイプラインの静水圧作用時の座屈荷重について、複雑な定式化から適切な仮定を用いて発展させることにより、実際の基本構造設計段階において高精度かつ簡易に評価するための実用的な算定式の提案を行うことを目的として行わ

れたものである。得られた知見をまとめると以下の通りである。

(1) 外側パイプのみの座屈（局部座屈）荷重の簡易評価式は、厳密な理論に基づく座屈荷重に対し、良好な精度で算定が可能であるだけでなく、座屈波数についても特に波数が大きい場合に精度よく算定できることを確認した。

(2) 全体座屈を簡易に評価する式では、合成断面全体の曲げ変形に加え、コアのせん断変形を考慮することにより、コアとパイプの厚さを合計した全体の肉厚に対し薄い場合、またコアが比較的固い場合において十分な精度を有していることが確かめられた。

今後は初期不整による座屈荷重の低下を定量的に評価するための解析を行う予定である。

**謝辞：**本研究は文部科学省科学研究費補助金若手研究 (B) (研究代表者：佐藤太裕、研究番号：18760615、平成 18~20 年度) により行われたことを付記し、関係各位に御礼申し上げます。

## 参考文献

- 1) BPP Technical Services LTD.: *Deep Water Pipe-in-pipe Joint Industry Project*, 2001.
- 2) Kyriakides, S.: Buckle propagation in pipe-in-pipe systems: Part I. Experiments, *Int. J. Solids. Struct.*, Vol.39(2), pp.351-366, 2002.
- 3) Kyriakides, S.: Buckle propagation in pipe-in-pipe systems: Part II. Analysis. *Int. J. Solids. Struct.*, Vol.39(2), pp.367-392, 2002.
- 4) 佐藤太裕, Patel, M. H. and Trarieux F. : 極めて柔軟かつ厚いコアを有するパイプインパイプ断面の静水圧による局部座屈特性, 応用力学論文集, Vol.9, pp.25-32, 2006.