

GPSブイ式波浪計を対象とした複合的な波向き 計算手法の提案

A DIRECTIONAL WAVE DATA ANALYSIS PROCEDURE FOR THE GPS BUOY

清水勝義¹・永井紀彦²・橋本典明³・岩崎峯夫⁴・安立重昭⁵・奥勇一郎⁶
Katsuyoshi SIMIZU, Toshihiko NAGAI, Noriaki HASHIMOTO, Mineo IWASAKI,
Shigeaki ADACHI and Yuichiro OKU

¹正会員 (独)港空研 海洋・水工部海象情報研究室長 (〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬3-1-1)

²フェロー 工博 (独)港空研 海洋・水工部長 (〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬3-1-1)

³フェロー 工博 九州大学大学院 工学研究院 環境都市部門 沿岸域環境学講座 教授
(〒819-0395 福岡市西区元岡 744)

⁴正会員 工修 (社)海洋調査協会 専務理事 (〒103-0023 東京都中央区日本橋本町2-8-6)

⁵正会員 工修 (株)カイジョーソニック 理事 (〒190-1222 東京都西多摩郡瑞穂町箱根ヶ崎東松原19-6)

⁶理博 (株)カイジョーソニック 技術部 (〒190-1222 東京都西多摩郡瑞穂町箱根ヶ崎東松原19-6)

The directional wave observation should be done with the measurements of one vertical and two horizontal components of wave motions. The covariance method was examined for the GPS buoy. The vertical position and horizontal speeds of buoy were dealt as the data. However, the covariance method did not always estimate wave directions correctly because those buoy motions have each delay according to the wave frequencies.

The wave direction without a sign defined in 0-180 degrees is possible to be estimated with the measurements of two horizontal components of wave motions. We tried to estimate unsigned directions for the GPS buoy with the Longuet-Higgins method and horizontal GPS buoy positions. To change unsigned direction to signed direction defined in 0-360 degrees, the covariance for the unsigned direction is computed and the sign of the covariance is added to the unsigned direction. It is proved that the combined method proposed in this paper gives proper directions.

Key Words : GPS buoy, Covariance, Wave gauge, Numerical filtering, Wave direction

1. はじめに

沿岸波浪観測網を津波監視にも機能拡張させるため、設置水深が 50m 以下の浅海域に限定される海底設置波浪計に替わって、より沖合での観測が可能な GPS ブイの全国沿岸への展開が計画されている。GPS ブイは、ブイ頂部に位置する GPS 受信機の下および水平 2 成分位置座標を、RTK-GPS 法によって cm 精度で毎秒計測することが可能であり、比較的周期の短い風浪から、周期の長い津波・高潮・潮汐まで、きわめて広範囲な周期帯の海面変動計測が可能である特徴を有している。しかし、波浪計としては、ブイ自体の周波数応答特性のため、ブイの動揺特性を考慮した波浪観測データの処理・解析システムの構築が必要である。

室戸岬沖に設置されたブイ^{1,2)}の GPS データを用いて共分散法により波向を計算したところ、必ずしも正しい波向が計算されない不安定性が認められた。

従来の共分散法では、水位と水粒子の水平速度成分との位相差が 0°か 180°であるとして、波向を求めている。しかし、ブイはその構造や重量、風などの影響を受けて動揺するので、その運動は必ずしも水

粒子の運動とは一致しない。そこで、ブイの諸元から、ブイの鉛直位置とブイの水平速度に関する理論的伝達関数を求め、ブイの位置の実データから求めた伝達関数と比較した。その結果、ブイの鉛直位置と水平速度との位相差は理論伝達関数におおむね一致するものの、周期帯別時系列データをみるとその位相差は必ずしも一定ではなく、従来の共分散法による波向計算では正確な結果が得られないことがわかった。本稿では、波向は構造物に対する波力の方向と考え、この問題を解決できる複合的な波向計算を提案した。

2. GPS ブイの理論的応答特性

(1) 水粒子垂直位置⇒ブイ垂直位置の理論伝達関数
波向きは、波の山における水粒子の進行方向である。従って、波向きの計測には、波の高さを計測する必要がある。GPSブイでは、ブイの上下動で、波高を計測する。ブイの波高に対する追従性を評価する特性は、ヒービングの特性である。ブイのヒービング特性を表す線形微分方程式は、式 (1)

で示されるとした。

$$\mathbf{M} \cdot \frac{d^2 \mathbf{Z}(t)}{dt^2} + \mathbf{C} \cdot \frac{d\mathbf{Z}(t)}{dt} = \mathbf{K}(\mathbf{W}_z(t) - \mathbf{Z}(t)) \quad (1)$$

ここで、右辺は、ブイに作用する波力で、 $\mathbf{Z}(t)$ は、ブイの垂直位置、 $\mathbf{W}_z(t)$ は、水粒子垂直位置。

$\mathbf{M}$ は、慣性質量、 $\mathbf{C}$ は、粘性係数、 $\mathbf{K}$ は、単位移動あたりの上下方向の復元力である。式(1)を、ラプラス変換して、表示すると、式(2)が得られる。

$$\mathbf{Z}(s) = \mathbf{G}_z(s) \cdot \mathbf{W}_z(s) \quad (2)$$

式(2)は、 $\mathbf{W}_z(s)$ を入力とし、 $\mathbf{Z}(s)$ を出力とした式で、 $\mathbf{G}_z(s)$ は、ブイのヒーピングの伝達関数を示す。周波数伝達関数 $\mathbf{G}(j\omega)$ は、 $s=j\omega$ を代入することにより得られる。ただし、 ω は、角周波数で、 j は、虚数単位である。

$$\mathbf{G}_z(j\omega) = \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{K}}} j\omega \right)^2 + \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{K}} \cdot (j\omega) + 1} \quad (3)$$

この特性を、固有振動数の値に関わらず、一般的に示すために、固有角振動数 ω_n との比で表される無次元角周波数 ω/ω_n を用いて一般化することができる。ただし ζ は減衰性係数で、式(4)で示される。図-1に式(3)の周波数応答特性を示す。

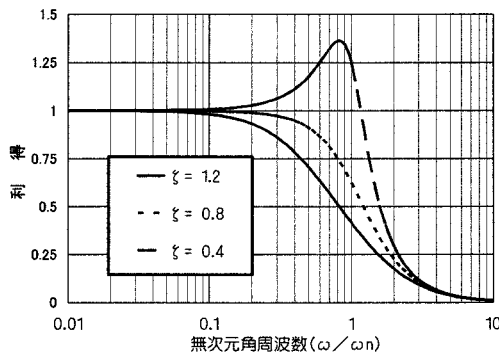


図-1 ヒーピングの周波数特性

$$\zeta = \frac{\mathbf{C}}{2\sqrt{\mathbf{M}\mathbf{K}}}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{\mathbf{K}}{\mathbf{M}}}, \quad T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (4)$$

室戸のGPSブイの定数は、文献²⁾に示されている図から、固有周期 T_n は、4.5秒、また、固有周期 T_n の利得が1.4となっていることから、 ζ は、0.36とした。

(2) 水粒子水平位置⇒ブイ水平位置の理論伝達関数
ブイの水平位置 (x,y) を用いて波向きを計測する。従って、水平方向の水粒子運動にブイが追従することが望ましい。この追従性を左右するのが、サージ

ング、スウエーイング特性である。係留系が運動に影響しないとすると、微分方程式は次のように表すことができる。ただし、 $\mathbf{M}$ は、ブイの質量、 $\mathbf{C}$ は、水平振動の減衰係数、 $\mathbf{F}(t)$ は、流れによりブイに働く力とする。

$$\mathbf{M} \cdot \frac{d^2 \mathbf{X}(t)}{dt^2} + \mathbf{C} \cdot \frac{d\mathbf{X}(t)}{dt} = \mathbf{F}(t) \quad (5)$$

外力 $\mathbf{F}(t)$ は、式(6)で示され、ブイと水粒子の水平方向の流速の差の2乗に比例し、本来非線形である。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(t) &= \mathbf{C}_u \cdot (\mathbf{U}_x(t) - \mathbf{V}_x(t))^2 \\ &\cong \mathbf{C}_u \cdot (\mathbf{U}_x(t) - \mathbf{V}_x(t)) \\ &= \mathbf{C}_u \cdot \left(\frac{d\mathbf{W}_{xy}(t)}{dt} - \frac{d\mathbf{X}(t)}{dt} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

そこで、 $\mathbf{F}(t)$ は、流速差により発生する力の比例定数 $\mathbf{C}_u$ を最大流速差（波高が大きいきとき大きくなる）に応じて変え、複数の微分方程式を用いることで、流速差に比例するとして線形化した。ここで、 $\mathbf{U}_x(t)$ は、水粒子の水平方向流速、 $\mathbf{V}_x(t)$ は、ブイの水平方向流速である。 $\mathbf{W}_{xy}(t)$ は、水粒子の水平方向位置、 $\mathbf{X}(t)$ は、ブイの水平方向位置である。

式(6)を用いて、式(5)をラプラス変換すると式(7)のように表される。

$$\mathbf{X}(s) = \frac{\mathbf{C}_u}{\mathbf{M} \cdot s + (\mathbf{C} + \mathbf{C}_u)} \cdot \mathbf{W}_{xy}(s) \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{C}$ は、 $\mathbf{C}_u$ に比べ小さいとし、時定数 T_n を、式(8)で表されるとすると、式(9)が得られる。

$$T_n = \frac{\mathbf{M}}{\mathbf{C}_u} \quad (8)$$

$$\mathbf{X}(s) = \frac{1}{T_n \cdot s + 1} \cdot \mathbf{W}_x(s) = \mathbf{G}_x(s) \cdot \mathbf{W}_{xy}(s) \quad (9)$$

ここで、 $\mathbf{G}_x(s)$ は、伝達関数で、周波数伝達関数 $\mathbf{G}_x(j\omega)$ は、次式で表される。

$$\mathbf{G}_x(j\omega) = \frac{1}{T_n \cdot j\omega + 1} \quad (10)$$

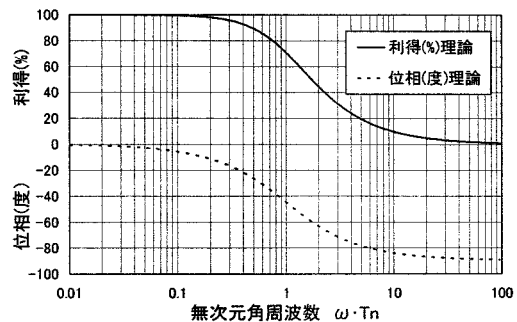


図-2 水粒子水平位置に対するブイの水平位置の周波数応答

これは、いわゆる一次遅れ系の伝達関数であり、
図-2に応答を示す。これは、低い周波数では、水粒子の位置とブイの位置が一致することを示している。

(3) 水粒子水平位置⇒ブイ水平速度の理論伝達関数

ブイの水平流速は、水平方向の位置を微分したものである。微分の伝達関数 $s=j\omega$ を乗じて、次の関係で示される。

$$G_v(j\omega) = \frac{j\omega}{T_n \cdot j\omega + 1} \quad (11)$$

ここで、 $G_v(j\omega)$ は、水粒子水平位置⇒ブイ水平速度の周波数伝達関数である。

(4) 水粒子垂直位置⇒水粒子水平位置の理論伝達関数

垂直水粒子運動の位置⇒水平水粒子位置の伝達関数は、次式で表される⁵⁾。

$$\begin{aligned} W_{xy}(j\omega) &= \frac{-j \cdot \sinh(kh)}{\cosh(kh)} W_z(j\omega) \\ &= G_w(j\omega) \cdot W_z(j\omega) \end{aligned} \quad (12)$$

ただし、 $W_z(j\omega)$ は、水粒子の垂直方向運動の位置、 $W_{xy}(j\omega)$ は、水粒子の波向方向の水平位置の複素振幅である。

(5) ブイ垂直位置⇒ブイ水平位置の理論伝達関数

式(3),(10),(12)を用いて、ブイ垂直位置⇒ブイ水平位置（波向き方向）の理論伝達関数が求められる。

図-3、図-4に、この周波数伝達関数を示す。ただし、ブイ水平位置は、波向き方向のブイ水平位置である。

また、図中の4個の時定数 T_n は、式(6)の線形化において、ブイと水粒子の速度差の最大が 1m/sec., 2m/sec., 3m/sec., 4m/sec.となる場合について、ブイの水中部形状、それに対応した抗力係数を用いて計算したもので、流速差が大きい場合ほど、時定数が小さくなっている。したがって、速度差の最大が 4m/sec.の場合の時定数は、0.36sec.となっている。

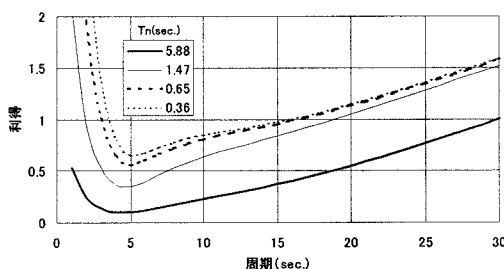


図-3 ブイ垂直位置⇒ブイ水平位置の周波数伝達関数 (利得)

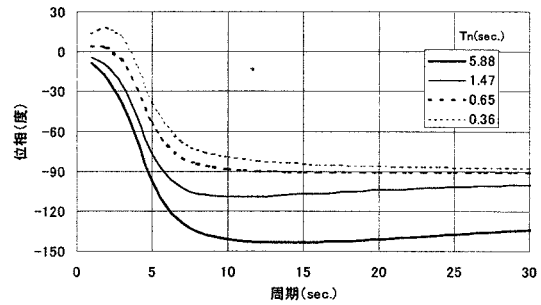


図-4 ブイ垂直位置⇒ブイ水平位置の周波数伝達関数 (位相)

(6) ブイ垂直位置⇒ブイ水平速度の理論伝達関数

式(3),(11),(12)を用いて、ブイ垂直位置⇒ブイ水平速度（波向き方向）の理論伝達関数が求められる。

図-5、図-6に、この周波数伝達関数を示す。

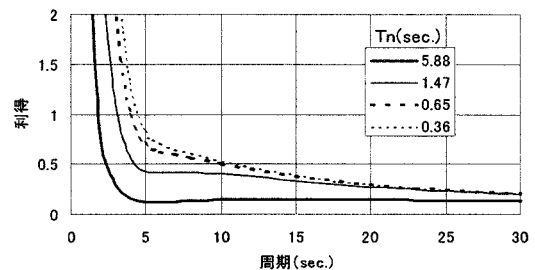


図-5 ブイ垂直位置⇒ブイ水平速度の周波数伝達関数 (利得)

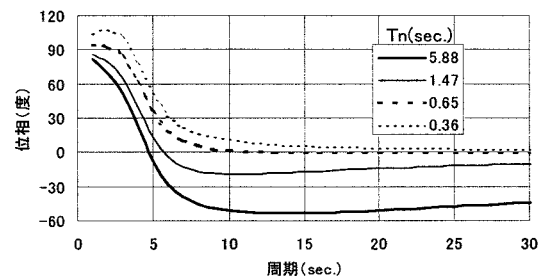


図-6 ブイ垂直位置⇒ブイ水平速度の周波数伝達関数 (位相)

3. 実 GPS 波浪計ブイの応答特性

実波浪計ブイの周波数応答の安定性を調べるために、高知のGPSブイ^{1,2)}のデータを用いて実データのスペクトル解析を行い、理論との比較を行った。

図-7に波高 ($H_{1/3}$) > 3mの場合のデータから得られたブイ垂直位置⇒ブイ水平位置の周波数伝達関数を示す。また、図-8にブイ垂直位置⇒ブイ水平方向速度の周波数伝達関数を示す。

得られた周波数伝達関数（図-7、図-8）と、理論伝達関数（図-3～図-6）を比較すると、傾向的には、ほぼ一致する。

これからわかるように、8秒以下では、位相が全く一定しないことがわかる。また、理論的な傾向と

一致するが、位相にも幅があり、これを代表する一本の曲線で表し、数値的に扱うことは、難しいと思われる。

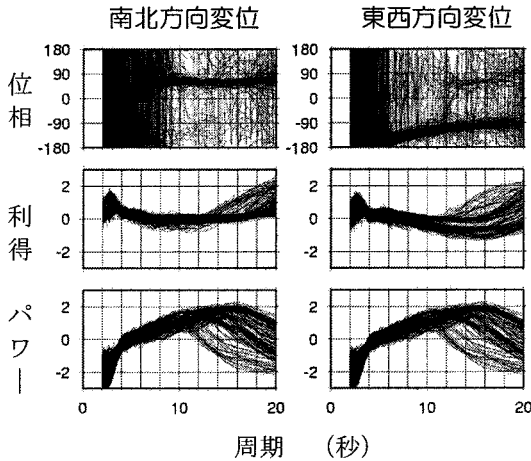


図-7 ブイ垂直位置⇒ブイ水平位置の周波数伝達関数（利得とパワーは、常用対数で表示）

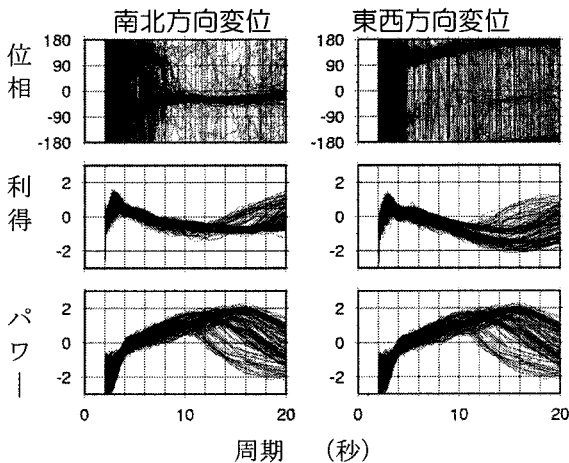


図-8 ブイ垂直位置⇒ブイ水平方向速度の周波数伝達関数（利得とパワーは、常用対数で表示）

4. 提案する波向き計算手法

(1) 提案する波向き計算法の原理

前節の解析から、正確な伝達関数を求め、位相補正を行って波向きを得ることは、難しいと思われる。そこで、位相に鈍感な手法を考案することにした。

提案する主波向きの計算は、周波数帯別に行う。そのため、まずブイの位置データ(X_{0i}, Y_{0i})を、対象とする周波数帯を通過域とするバンドパスフィルターを通過させ、ブイの位置データ(X_i, Y_i)を求める。次に、このブイの位置データ(X_i, Y_i)を用いて、 $0 \sim 360^\circ$ 間で、各方向の水平位置のパワー（2次モーメント）を計算すると、図-11の $P_{xx}(\theta)$ 得られる。パワーが最大となる方向は、 180° 差を持つ2つの方向が得られる。次に、位置データ(X_i, Y_i)から求めた流速とZ位置データを用い、ブイの垂直位置と水平流速のクロスパワー（共分散）を計算すると、

図-11の $P_{xx}(\theta)$ 得られる。

この値が最大となる角は、共分散法による波向き角である。波向きは、得られたパワー最大の2つの角度のうち、クロスパワーが正となる方向とする。ただし、Z位置データは、データの平均値からの値とするか、適当なローカットフィルターを通過させたものとする。

パワーの計算は、次の方法で計算する。基のデータのX-Y座標から、 θ 回転した新しい座標 $X'-Y'$ 上の位置データに変換し、その場合の X' 方向のパワーを計算する。（この場合、X軸の+方向を 0° と考えた場合。）座標 $X'-Y'$ の X' 方向の位置データを X'_i とすると、 θ 方向のパワー $P_{xx}(\theta)$ は、次式で求められる。

$$P_{xx}(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X'_i)^2 \quad (13)$$

この座標変換は、一般に使われている次式を用いる。

$$\begin{Bmatrix} X' \\ Y' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} \quad (14)$$

また、 θ 方向のクロスパワー $P_{zx}(\theta)$ は、 X'_i の時系列から速度に変換して V'_i をもとめ、次式で計算する。

$$P_{zx}(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z_i \cdot V'_i \quad (15)$$

(2) 提案手法の実データへの適用例

図-9、図-10は、周期6秒以下の帯域の位置データ(X, Y)をプロットしたもので、この帯域は、ブイの応答性の影響を大きく受ける帯域である。

この場合の各手法で計算した結果は、以下のとおりである。

- ① $P_{xx}(\theta)$ が最大で P_{zx} が+になる方向は、 34° で、
- ② $P_{zx}(\theta)$ が最大になる方向は、 21° で、
- ③ 共分散で求めた方向は、 21° で、
- ④ 最小二乗法と P_{xx} が+になる方向は、 23° であった。このデータから、上述の方法で各方向のパワーおよびクロスパワーを求めると図-11が得られる。ただし、正規化して図示してある。これらの図-9～11から、波向きは、図-9の波向きが正しい方向で、①の手法が正しい結果を与えると思われる。

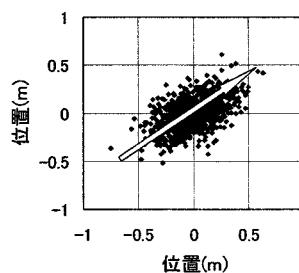


図-9 ①の波向き

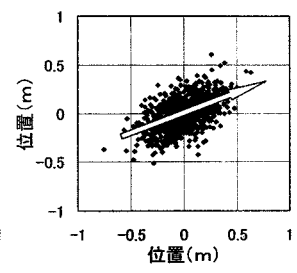


図-10 ②③の波向き

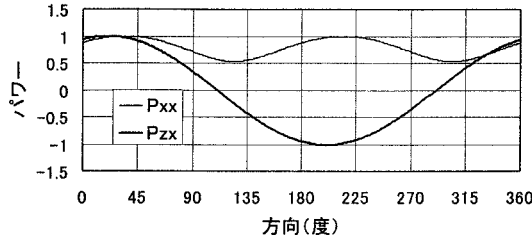


図-11 $P_{xx}(\theta)$ と $P_{zx}(\theta)$

(3) 主波向きの計算式

前節では、2次モーメント（パワー）の最大値を求めるため、 $0 \sim 360^\circ$ の間のパワーを全て計算し、その中の最大値を探した。しかし、Longuest-Higginsの方法を用いると、2次モーメントが最大となる角を直接求めることができる。

Longuest-Higginsの方法は、合田の文献³⁾中で紹介されている手法で、 180° の範囲で定義される波向きの計算手法である。このなかでは、方向スペクトルに対してパワー最大の方向を主波向きとして計算している。本報告で提案している方法は、この方向スペクトルのかわりに、ブイの水平方向座標値 $(X_i, Y_i)(i=1 \sim n)$ を用いるものである。

また、Longuest-Higginsは、2次モーメント最大の方角を主波向と呼んでいる。したがって、これにならって、計算式等を示すことにする。

2次モーメント（パワー）が最大となる方向、すなわち主波向きの方向は、式(13)を微分し、ゼロとすることで、式(16)が得られる。

$$\theta_p = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2P_{XY}}{P_{XX} - P_{YY}} \right) \quad (16)$$

$$\text{ただし, } P_{XX} = \sum_{i=1}^n X_i^2, \quad P_{YY} = \sum_{i=1}^n Y_i^2,$$

$$P_{XY} = \sum_{i=1}^n (X_i \cdot Y_i)$$

で、 (X_i, Y_i) は、座標変換しない生データである。

また、2次モーメントが最大となる角度 $\theta_{\max}$ と最小となる角度 $\theta_{\min}$ は、式(17)、(18)で示される。

$$\theta_{\max} = \theta_p \pm n\pi \quad (17)$$

$$\theta_{\min} = \theta_p \pm (2n+1)\pi/2 \quad (18)$$

さらに、2次モーメントの最大値 $P_{\max}$ と最小値 $P_{\min}$ は、式(19)、(20)で示される。

$$P_{\max} = \frac{1}{2}(P_{XX} + P_{YY}) + \frac{1}{2}\sqrt{(P_{XX} - P_{YY})^2 + 4P_{XY}^2} \quad (19)$$

$$P_{\min} = \frac{1}{2}(P_{XX} + P_{YY}) - \frac{1}{2}\sqrt{(P_{XX} - P_{YY})^2 + 4P_{XY}^2} \quad (20)$$

(4) 波の進行方向の決定

波の進行方向を求めるには、既に上述の手法で、主波向の方角 θ_p が求められたとする。この場合の波の進行方向の符号は、次式の符号を用いる。ただし、 $V_i(\theta_p)$ 等は、各波向き方向のブイの速度で、ブイの水平位置の元データ座標変換し、 θ_p 方向のブイの座標を求め、それを微分することにより求める。

$$S(\theta_p) = \sum_{i=1}^n V_i(\theta_p) \cdot Z_i \quad (21)$$

(5) 波峯長パラメータ

波峯長パラメータ³⁾は、波の方向集中度の指標となるもので、式(22)で示され、ブイの水平位置の分布が円形に近いものほど1に近くなる。

$$\lambda = \left\{ \frac{M_{\min}}{M_{\max}} \right\}^{1/2} \quad (22)$$

(6) 周波数帯の成分波形の抽出法

ある周波数帯の成分の波形を求める具体的方法に、①FFT（高速フーリエ変換）を用いる方法と、②デジタルフィルターを用いる方法がある。①の方法は、原波形をフーリエ変換し、必要な帯域（バンド）のみ残して、逆変換する方法である。この方法では、得られた波形の両端部分の波形は、正しくないため、削除する必要がある。この理論的削除範囲は、4. (1)で述べたバンドパスフィルターのインパルス応答の値がほとんどゼロになるまでの時間範囲である。一般に、矩形的なバンドパス特性は、非常に長いインパルス応答になる。単純に、①の方法を用いる場合、削除範囲を十分考慮する必要がある。

この問題を避けるため、②の方法を採用した。採用したデジタルフィルターは、いわゆるFIR（有限インパルス応答）型のデジタルフィルターを用いた。これは、一般に無限となるインパルス応答をウィンドウ関数で切り出し、有限インパルス応答に変えて用いるものである。従って、フィルター通過後の波形の両端部分の削除の長さは、有限インパルス応答の長さとなり、正しくない部分を正確に削除できる。この操作により、例えば、矩形バンドパスの応答は、肩が丸くなった矩形バンドパスになるが、これは、大きな問題とはならない。

5. 提案手法と共分散法の波向きの比較

実データを用いて波高の小さい場合から、大きい場合まで、各種の波向き計算法の比較を行った。一般に位置の散布図の視覚的判断による方向は、水平移動の二次モーメント（パワー）が最大になる方向

と一致した。

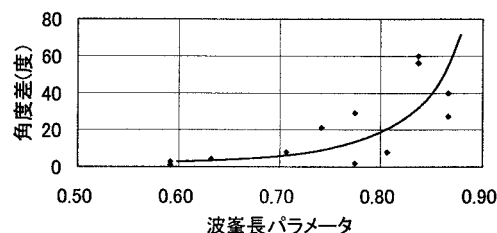


図-12 波峰長パラメータと提案手法と共分散手法の角度差の関係

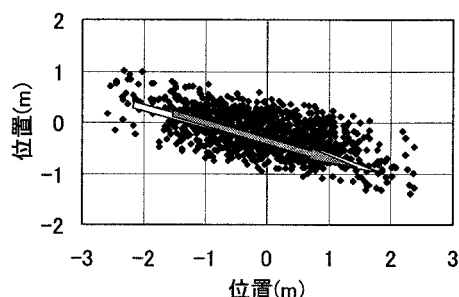


図-13 成分波高 2.9m, 波峰長パラメータ 0.59 の散布図
周期帯 (10~15sec.)

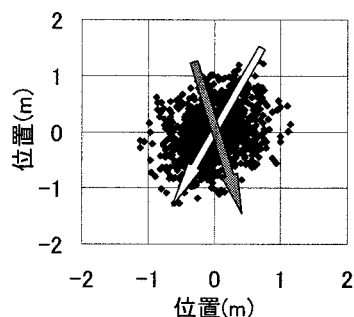


図-14 成分波高 1.28m, 波峰長パラメータ 0.87 の散布図
周期帯 (6~8sec.)

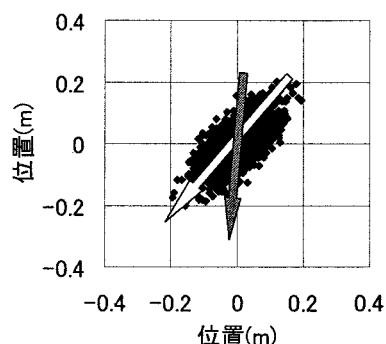


図-15 成分波高 0.26m, 波峰長パラメータ 0.69 の散布図
周期帯 (6~8sec.)

図-12 に、その周波数帯の有義波高が 0.5m 以上で、周期 8~30 秒を含む成分をプロットしたものを示す。この周期帯では、その波高が大きいと、波峰長パラメータが小さくなり、提案の手法の波向きと共分散波向きは、ほぼ一致するようになる。また、波峰長パラメータがおおよそ 0.7 以下の場合には、その波向きの信頼性が高いと思われる。

提案の方法と共分散手法により求めた波向きの比較例を図-13、図-14、図-15 に示す。ただし、塗りつぶしの矢印は、共分散手法による波向である。

図-9、図-15 は、周期 8 秒以下の成分の場合である。この帯域は、ブイの位相が大きく理論とずれる帯域である。したがって、波峰長パラメータが小さくても、提案の手法と共分散手法による結果にずれが生じている。しかし、これらの図から分るように、提案の手法による波向きが妥当と思われる。

6. おわりに

本稿では、波向は構造物に対する波力の方向と考え、以下の方法で波向計算を試みた。まず、観測データを周波数帯別に分離し、各周波数帯のブイの水平位置データから2次モーメントが最大となる方向を算出し、その方向を波による振動方向とした。

ここまでで各周波数帯の波向が 180° 内で計算できるが、波の進行・逆行の判別はできない。次に、波の進行・逆行の判別方法として、各周波数帯のブイの鉛直位置データとこの振動方向における水平速度データとの共分散を計算し、共分散値の符号を波向の符号とした。すなわち、共分散値は波の進行・逆行の判別方法としてのみ利用する。この複合的な波向計算手法により、従来の共分散法に比べて水平位置データの分布との整合性がある波向を計算することがわかった。さらに、2次モーメントの最大値と最小値の比を、周波数帯別波峰長パラメータと定義することにより、波向計算の信頼性を定量化することができた。提案した方法により、波高および周期が異なる場合について、波向を計算したところ、妥当な波向を算出できることが明らかになった。

参考文献

- 1) 清水勝義, 永井紀彦他: 沖合水面変動記録を用いた津波成分即時抽出法に関する研究, 土木学会, 海洋開発論文集, 第22巻, pp.523-528, 2006.
- 2) 清水勝義, 永井紀彦他: ブイ動揺特性を考慮した大水深波浪観測データ処理システムの構築, 土木学会, 海岸工学論文集, 第53巻, pp.1406-1410, 2006.
- 3) 合田良実: 共分散法を用いた波向推定方式の数値的検討, 港研報告, 第20巻 第3号, pp.53-92, 1981年9月
- 4) The National Data Buoy Center (NDBC): Nondirectional and Directional Wave Data Analysis Procedures, NDBC Technical Document 96-01, 1996.
- 5) 井島武士: 海岸工学, 朝倉書店, 36p., 1970