

ソリトン分裂と砕波を伴う津波の変形と 作用波圧に関する数値計算

NUMERICAL SIMULATION OF TSUNAMI DEFORMATIONS AND FORCES WITH BREAKING OF DISPERSIVE SOLITON WAVES

平山克也¹・高山知司²・安田誠宏³・平石哲也¹

Katsuya HIRAYAMA, Tomotsuka TAKAYAMA Tomohiro YASUDA and Tetsuya HIRAISHI

¹正会員 博(工) (独)港湾空港技術研究所 海洋・水工部 (〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬3-1-1)

²フェロー 工博 京都大学名誉教授 (財)沿岸技術研究センター 沿岸防災技術研究所 所長
(〒102-0092 東京都千代田区隼町3-16 住友半蔵門ビル6F)

³正会員 博(工) 京都大学助教 防災研究所 沿岸災害研究分野 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

It was reported in the model experiments conducted by Yasuda et al.¹⁰⁾ that the Indian Ocean tsunami penetrating the Andaman Sea coast was deformed and dispersed to soliton waves by the characteristics of the coastal cross section. In this paper, the numerical simulations using a Boussinesq type wave transformation model are conducted to reproduce the tsunami deformation, breaking and runup of dispersive soliton waves or pressure on the sea wall measured in their model experiments. The nonlinearity and dispersion of Boussinesq equation can estimate the generation and the development of dispersive soliton waves. The vertical gradient of pressure as the breaker index for wind waves is also available for solitons. The pressure equation given with Boussinesq approximation can evaluate the impulsive wave force on the vertical wall caused by breaking and runup of solitons.

Key Words : *Tsunami, dispersive soliton, breaking, wave force, Boussinesq model*

1. はじめに

断面水路を用いた津波の変形・遡上に関する実験的研究などにより, 2004 年 12 月に発生したインド洋大津波のうち, 珊瑚礁が広がるアンダマン海沿岸を襲った津波波形は, ソリトン分裂により短周期化したのち, 砕波による衝撃波圧を伴って遡上した可能性があることが指摘されている。

ここで, 数値計算においてソリトン分裂波を取り扱うためには, 波の分散性を考慮できる基礎方程式を用いる必要がある。また, 珊瑚礁や海岸地形などの極浅海域を伝播・遡上する津波の変形計算には, 波の非線形性を考慮することが一般的である。したがって, 本研究で行う津波の伝播・変形計算には, この両者に対応できるブシネスク方程式を基礎式に用いた, 波浪変形計算モデルを適用することとした。

このうち, 平山・平石¹¹⁾²⁾は, 風波やうねりを対象として, 乱流モデルに基づく砕波モデルと, 越流公式を援用した遡上モデルを組み込んだブシネスクモデル (NOWT-PARI Ver5.2) を開発した。本研究では, このモデルを海岸リーフ地形上の津波の伝播・変形計算にもほぼそのまま適用して, ソリトン分裂と砕波を伴う津波変形の再現性を検証した。さ

らに, ブシネスク近似された圧力方程式が遡上波にも適用できることを仮定して, 陸上構造物へ作用する波圧の変動波形を算定し, その再現性を検証した。

2. 再現計算の方法

(1) 計算手法

a) ブシネスク方程式

分散特性の補正項が導入された Madsen et al.³¹⁾によるブシネスク方程式のうち, 断面 2 次元波浪場に対するものを式(1), (2)に示す。ここで式(2)の左辺第 3 項が非線形項, 右辺が分散項である。さらに式(2)には, 底面摩擦項 (左辺第 4 項) および砕波による運動量拡散項 (左辺第 5 項) が付加されている。ここに, η は水位, P は水路軸方向の流量フラックス, h は静水深, $D(=\eta+h)$ は全水深, g は重力加速度, f は底面摩擦係数, ν は渦動粘性係数である。

連続式

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{D} \right) + \frac{f}{2} \frac{P}{D} \left| \frac{P}{D} \right| - \nu_t \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \\ = \left(B + \frac{1}{3} \right) h^2 \frac{\partial^3 P}{\partial x^2 \partial t} + \frac{1}{3} h \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} \\ + Bgh^2 \left(h \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + 2 \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

なお、本研究で実際に用いたブシネスクモデルの基礎式は、平面2次元波浪場に対して導出された透水層内のブシネスク方程式である（平山・平石⁴⁾）。しかし、すべての計算格子で空隙率 $\lambda=1$ としたので、ここでの記述は省略した。また、開境界に設けた高次スポンジ層内ではエネルギー減衰項（平山・平石⁵⁾）が付加されるが、造波境界に反射波が達するまでに計算を終了したので、記述は同じく省略した。

b) 砕波・遡上モデル

砕波による波高減衰は式(2)左辺第5項の運動量拡散項によって算定されるが、渦動粘性係数 ν_t は乱流方程式の解である乱れエネルギーから算定される。

砕波判定には、灘岡ら⁶⁾が提案した水表面の鉛直方向圧力勾配式にブシネスク近似を導入して得た式(3)を用いた。ここで、砕波判定のしきい値： ctf は0.5以上1.0未満とする。すなわち、灘岡ほか⁶⁾は自由表面における鉛直オイラー方程式から出発して、鉛直方向圧力勾配式を厳密に誘導するとともに、砕波点近傍で鉛直方向圧力勾配が1から急激に減少し、0となるところで砕波が生じることを砕波実験により確認している。そして、これを弱非線形のブシネスクモデルに適用した大山・長谷部⁷⁾は、 $ctf=0.5$ 程度に緩和する必要があることを示した。したがって、灘岡ら⁶⁾の厳密式に対してブシネスク近似が導入された式(3)では、少なくとも $ctf=0.5$ 以上に緩和する必要があることが示唆される（平山・原⁸⁾）。

$$-\frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial z} \bigg|_{z=\eta} = 1 - \frac{1}{g} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{D} \right) - \frac{D}{g} \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \left(\frac{P}{D} \right) \quad (3)$$

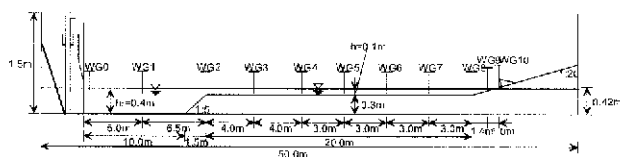


図-1 模型断面図（リーフ水深 $h=10\text{cm}$ のとき）

表-1 再現計算のケース一覧

リーフ水深 h [cm]	津波種元(沖) H [cm]	T [s]	海底地形	差分条件	砕波判定	堤体波圧 の測定点
3	3	20	リーフ崖 勾配1/5	$\Delta x=5\text{cm}$ $\Delta t=5\text{ms}$	鉛直方向 圧力勾配 しきい値	(静水面から の高さ)
3	3	30				
5	3	20				
5	3	30				
10	3	20	リーフ長 20m	または、 $\Delta x=10\text{cm}$ $\Delta t=10\text{ms}$	0.5 または、 0.7	$z=3\text{cm}$ $z=6\text{cm}$ $z=8\text{cm}$
10	5	20				
20	3	20	海浜勾配 1/20			
20	3	30				
20	5	20				
30	3	20				
30	3	30				
30	5	20				

ところで、風波やうねりを対象とした砕波計算では、ブシネスク方程式の弱非線形性による判定精度の低下を補うために、水平床上で算定した合田⁹⁾による砕波限界波高の下限値を超えた基本波を式(3)による砕波判定の対象としていた。しかし本研究では、津波の基本波とともに、ソリトン分裂した個々波の砕波をも取り扱う必要があることからこれは用いず、砕波判定は式(3)のみで行うものとした。

一方、遡上モデルでは、まず、水で覆われた水域格子と全水深が十分に小さい陸域格子との間の水位差 D_{flow} を越流公式に代入して、越流フラックスを算定する。そして、連続式の計算によって各計算格子の水位が更新されると水塊の遡上・流下が完了し、新たな水陸境界が設定されるものとした。

c) 波圧算定式

海浜を遡上した津波により堤体に作用する波圧の算定には、これが遡上波にも適用できることを仮定して、式(4)に示すブシネスク近似された圧力方程式を用いた。すなわち、この式から任意の深さ z での波圧が算定できるほか、これを水底面 $-h$ から水表面 η まで積分すれば、堤体に作用する全波圧の算定も可能である。なお、これを水表面において z 方向に微分すると、砕波判定に用いた鉛直方向圧力勾配の算定式(3)が得られることがわかる。

$$p(z) = \rho g(\eta - z)$$

$$+ \rho \left\{ z \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{D} \right) + \frac{1}{2} (2zh + z^2) \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \left(\frac{P}{D} \right) \right\} \quad (4)$$

(2) 計算条件

再現計算の対象とした津波の変形・遡上実験は安田ほか¹⁰⁾によって実施された。すなわち彼らは、長さ $50\text{m} \times$ 幅 $1.0\text{m} \times$ 深さ 1.5m の造波水路に、沖から勾配 1/5 のリーフ岸、長さ 20m のリーフフラット、勾配 1/20 の海浜からなる裾礁地形を縮尺 1/100 で再現した模型を用い、ソリトン分裂波の発生や発達、消滅の機構を明らかにするとともに、ソリトン分裂によって生じた短周期波の変形過程と波力との関係性を明らかにした。このうち再現計算では、リーフ上水深を $h=3, 5, 10, 20, 30\text{cm}$ 、津波振幅を $a=3, 5\text{cm}$ 、津波周期を $T=20, 30\text{s}$ と変化させたときに、模型上の各地点で観察された津波波形と、防潮堤を模擬して汀線上 2cm の位置に設置された、堤体模型の堤脚上 $d=1, 4, 7\text{cm}$ の高さに作用した波圧の時間変動波形を再現することを試みた。リーフ上水深を 10cm としたときの模型断面図を図-1に示す。

ここで、実験でソリトン分裂が生じたときに観察された個々波の周期は水深 10cm に対して 0.5s 程度であったため、この再現計算で設定する差分格子間隔は、これらの波長の $1/8$ 程度となるよう $\Delta x=5\text{cm}$ とし、差分時間間隔は $\Delta t=5\text{ms}$ とした。ただし、比較のために $\Delta x=10\text{cm}$ 、 $\Delta t=10\text{ms}$ とした計算も行った。また、ソリトン分裂波の砕波判定に用いる鉛直方向圧力勾配のしきい値は、通常の風波に対して用いる

$ctl=0.5$ としたが、ソリトン分裂波の周期が短いことによる碎波判定精度の低下を考慮して $ctl=0.7$ としたケースも行った。なお、長いリーフ上を伝播する際に重要と思われる底面摩擦係数は、後述する検討結果に基づき、今回は $f=0$ とした。

一方、海浜を遡上した津波により堤体に作用する波圧は、堤体直前の差分格子で得られる水位と代表流速を式(4)に代入して、実験で波圧が計測された $z=d+2=3, 6, 9\text{cm}$ の高さに作用した波圧を算定した。これら計算ケースを表-1 に示す。

3. 再現計算の結果

(1) 水深の違いによる津波の変形・波力の再現性

a) $ctl=0.5$, $\Delta x=5\text{cm}$, $\Delta t=5\text{ms}$ とした場合

$a=3\text{cm}$, $T=30\text{s}$ の津波が $h=5\text{cm}$ を伝播した場合の再現計算で得られた、津波伝播波形と鉛直方向圧力勾配の時刻歴を実験結果とともに図-2 に示す。

このとき計算で再現されたソリトン波形は、実験結果と同様に WG4 付近で碎波しかけ、WG5 では碎波減衰していることが、鉛直方向圧力勾配が 0.5 を下回る時刻歴からも確認できる。ただし計算では、WG5 で段波先端が通過して約 5s 後に、実験結果にはない波形の振動がみられる。また、WG8 にかけての段波先端の通過時刻を比較すると、計算された段波の伝播速度は実験結果よりも若干速く、反射波による水位変動も実験結果より早く出現している。

そこで、底面摩擦係数を仮に $f=0.01$ まで増大させて計算したところ、段波速度は実験結果とよく一致した。しかし、同じ条件で計算した $h=10\text{cm}$ のときのソリトン分裂波の伝播速度は、逆に実験結果よりも遅く、また、鉛直方向圧力勾配の時刻歴からは実験結果と同様に WG9 付近まで碎波が生じていないことが確認されたので、これは底面摩擦を過大に考慮したために生じた減速であったことが疑われた。したがって $h=5\text{cm}$ のとき、段波の伝播速度が実験結果よりも若干速く計算された原因は、碎波による段波先端の減速を未だ十分に再現できていないことにあると思われる。なお、実現象に反してリーフ上で $f=0$ とする妥当性は検証できていないが、模型実験ではリーフ天端を比較的滑らかな材質で整形したことが、少なからず影響しているものと思われる。

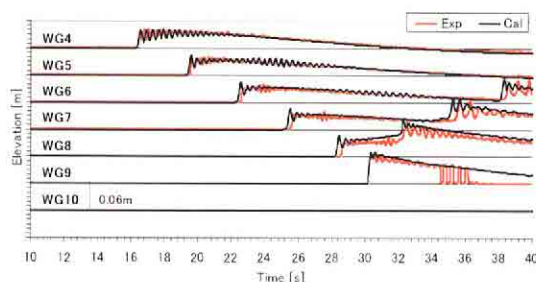
b) $ctl=0.7$, $\Delta x=5\text{cm}$, $\Delta t=5\text{ms}$ とした場合

$a=3\text{cm}$, $T=30\text{s}$ の津波がそれぞれ $h=5, 10, 20\text{cm}$ を伝播した場合の再現計算で得られた、津波波形と鉛直方向圧力勾配の伝播時刻歴を図-3 に、堤体へ作用する波圧の時間変動を図-4 に示す。

$h=5\text{cm}$ とした図-3 (a) では、計算されたソリトン波形は、 $ctl=0.5$ とした図-2 や実験結果と同様に、WG4 付近で碎波しかけ、WG5 では碎波減衰していることが、計算波形だけでなく、鉛直方向圧力勾配が 0.7 を下回る時刻歴からも確認できる。ところが、 $ctl=0.5$ とした計算結果のうち WG5 で段波先端の通過後にみられていた波形の振動は、 $ctl=0.7$ とした計算結果では生じていない。そして、WG8 にかけて計算された段波の伝播速度は、まだ少し速いものの実験結果を比較よく再現している。これらは、碎波判定基準を緩和したことで、ソリトン分裂波の碎波減衰をより適切に算定できたことによるものと考えられる。しかし、第1波の碎波減衰を算定できていないことには注意を要する。なお、津波のソリトン分裂は $\Delta x=10\text{cm}$ とした計算でも再現できたが、碎波がうまく判定されないために実験結果とはかなり異なる津波波形が算定された。

一方、 $h=5\text{cm}$ のとき、WG9 で得られた堤体作用波圧の変動を比較した図-4 (a) では、第1波の碎波減衰が不十分な初期の変動を除けば、計算結果は実験結果と同様に静的であり、堤体の各位置での波圧レベルも比較よく一致していることが確認できる。

次に、 $h=10\text{cm}$ とした図-3 (b) では、実験結果と同様に、WG5 の手前でソリトン分裂が発生し始めることが計算波形でよく再現できている。また実験では、海浜上の WG9 と堤体直前の WG10 の間で碎波することが観察されたが、計算でも同様な碎波が生じていることが、鉛直方向圧力勾配が 0.7 を下回る時刻歴からも確認できる。さらに $h=20\text{cm}$ とした図-3 (c) では、津波が堤体に達するまでソリトン分裂が生じず、その後反射波が沖へ伝播する際にソリトン分裂波が発達し、さらに WG9 を通過したあたりで碎波していることなどが、計算波形や鉛直方向圧力勾配の時刻歴において非常によく再現できていることがわかる。なお、これらの結果において、碎波時の鉛直方向圧力勾配が瞬時に 0.5 以下まで低下していることからわかるように、 $ctl=0.5$ とした再現計算でもこれらと同様な結果が得られた。



(a) リーフ上水深: $h=5\text{cm}$, 津波振幅: $a=3\text{cm}$, 津波周期: $T=30\text{s}$

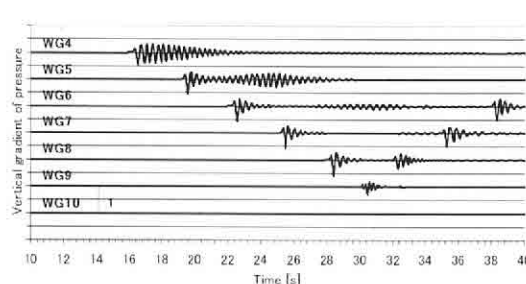
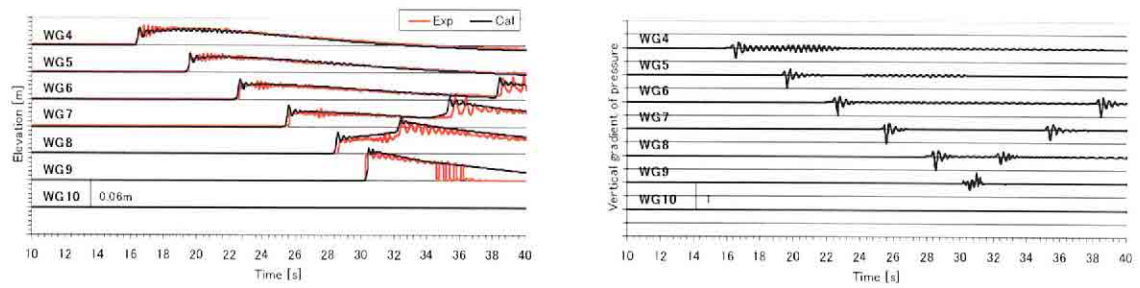
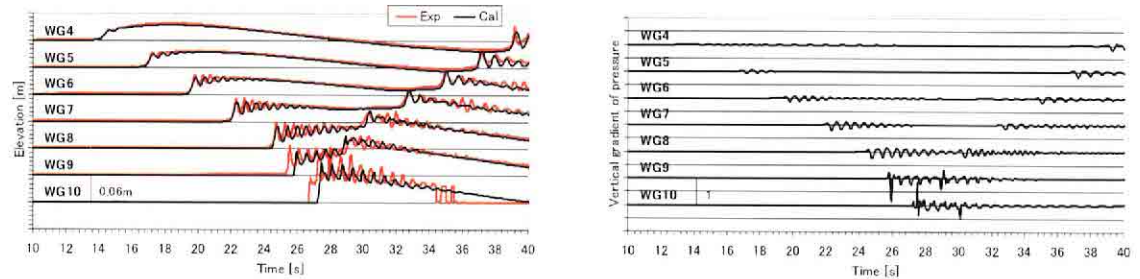


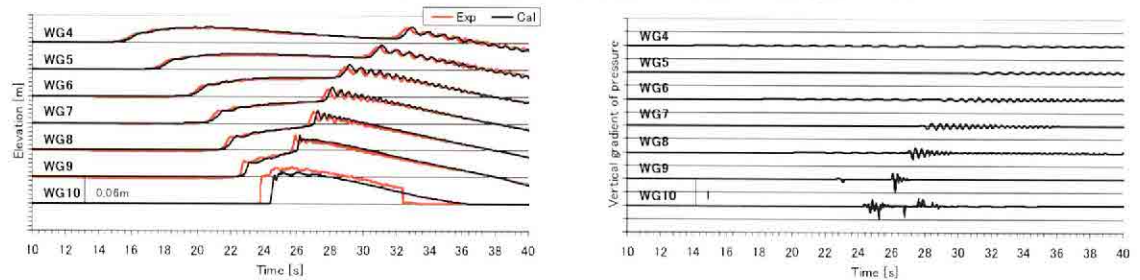
図-2 津波伝播波形の再現計算 ($ctl=0.5$, $\Delta x=5\text{cm}$, $\Delta t=5\text{ms}$) と碎波時刻の推定 (左: 津波波形, 右: 鉛直圧力勾配)



(a) リーフ上水深: $h=5\text{cm}$, 津波振幅: $a=3\text{cm}$, 津波周期: $T=30\text{s}$

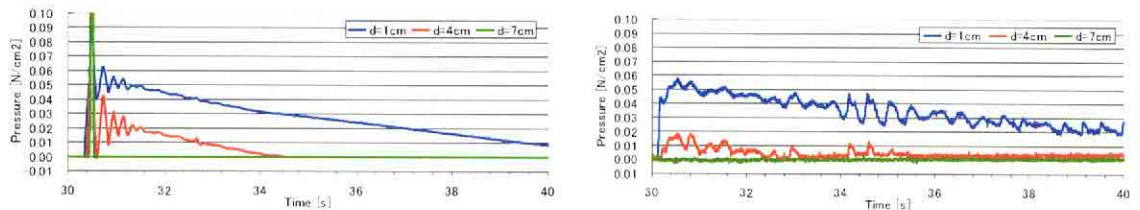


(b) リーフ上水深: $h=10\text{cm}$, 津波振幅: $a=3\text{cm}$, 津波周期: $T=30\text{s}$

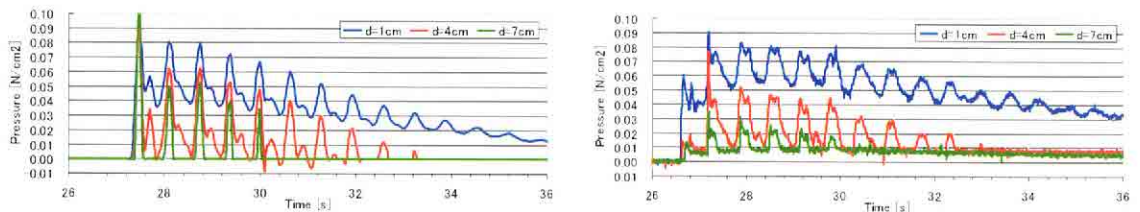


(c) リーフ上水深: $h=20\text{cm}$, 津波振幅: $a=3\text{cm}$, 津波周期: $T=30\text{s}$

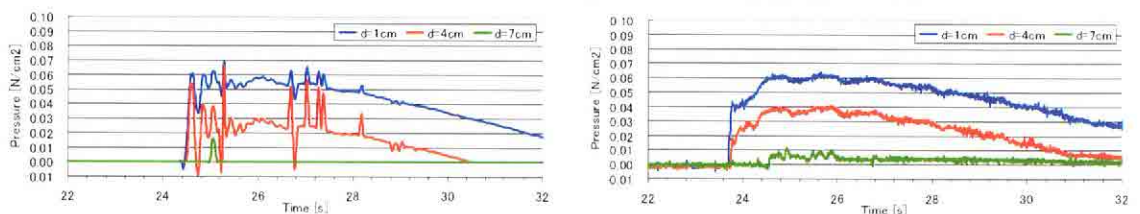
図-3 津波伝播波形の再現計算 ($ctf=0.7$, $\Delta x=5\text{cm}$, $\Delta t=5\text{ms}$) と砕波時刻の推定 (左: 津波波形, 右: 鉛直圧力勾配)



(a) リーフ上水深: $h=5\text{cm}$, 津波振幅: $a=3\text{cm}$, 津波周期: $T=30\text{s}$

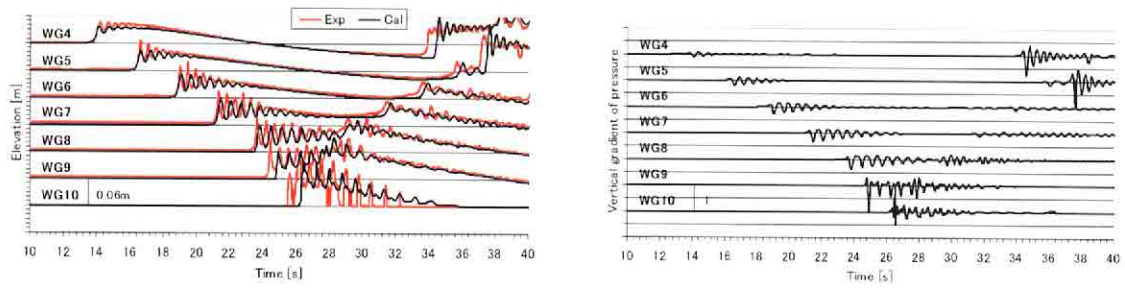


(b) リーフ上水深: $h=10\text{cm}$, 津波振幅: $a=3\text{cm}$, 津波周期: $T=30\text{s}$

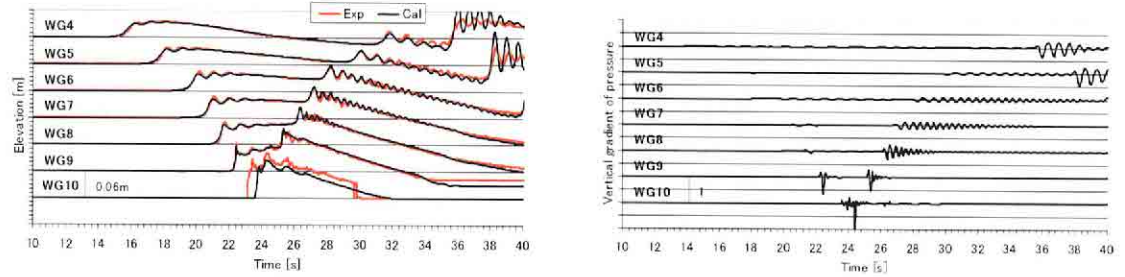


(c) リーフ上水深: $h=20\text{cm}$, 津波振幅: $a=3\text{cm}$, 津波周期: $T=30\text{s}$

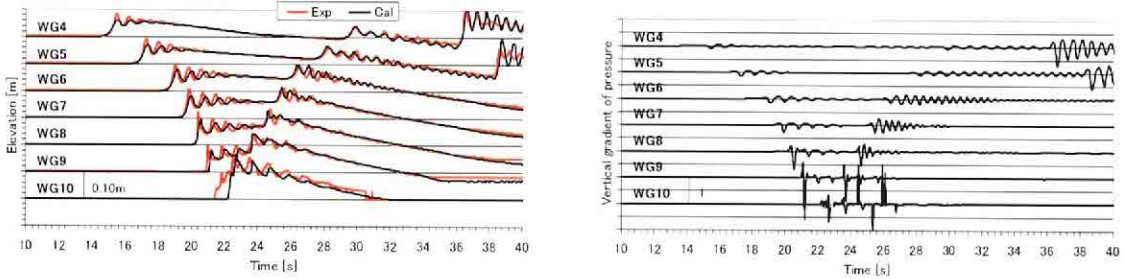
図-4 陸上構造物へ作用する波圧の時間変動 ($ctf=0.7$, $\Delta x=5\text{cm}$, $\Delta t=5\text{ms}$) (左: 計算結果, 右: 実験結果)



(a) リーフ上水深: $h=10\text{cm}$, 津波振幅: $a=3\text{cm}$, 津波周期: $T=20\text{s}$

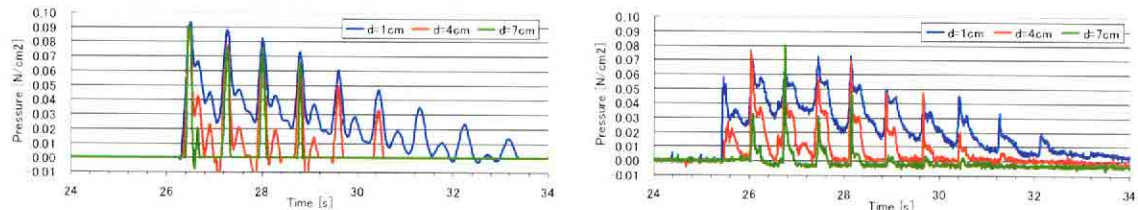


(b) リーフ上水深: $h=20\text{cm}$, 津波振幅: $a=3\text{cm}$, 津波周期: $T=20\text{s}$

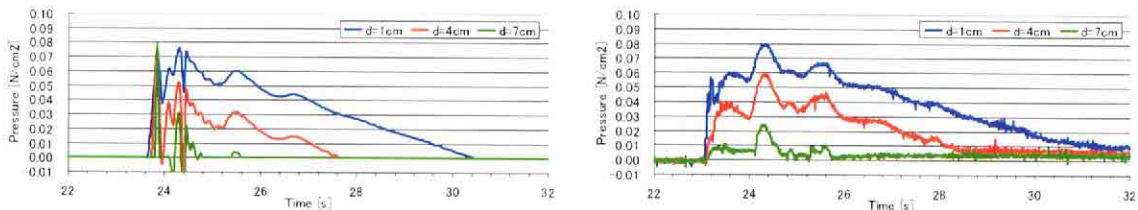


(c) リーフ上水深: $h=20\text{cm}$, 津波振幅: $a=5\text{cm}$, 津波周期: $T=20\text{s}$

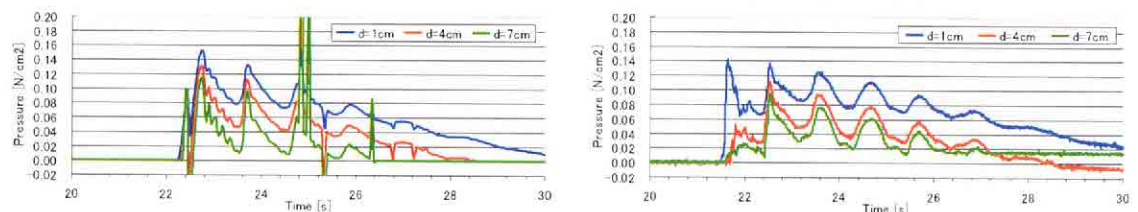
図-5 津波伝播波形の再現計算 ($ctf=0.5$, $\Delta x=5\text{cm}$, $\Delta t=5\text{ms}$) と砕波時刻の推定 (左: 津波波形, 右: 鉛直圧力勾配)



(a) リーフ上水深: $h=10\text{cm}$, 津波振幅: $a=3\text{cm}$, 津波周期: $T=20\text{s}$



(b) リーフ上水深: $h=20\text{cm}$, 津波振幅: $a=3\text{cm}$, 津波周期: $T=20\text{s}$



(c) リーフ上水深: $h=20\text{cm}$, 津波振幅: $a=5\text{cm}$, 津波周期: $T=20\text{s}$

図-6 陸上構造物へ作用する波圧の時間変動 ($ctf=0.5$, $\Delta x=5\text{cm}$, $\Delta t=5\text{ms}$) (左: 計算結果, 右: 実験結果)

一方、 $h=10\text{cm}$ とした図-4 (b) では、堤体には静水圧に加えて衝撃波圧が作用することが、その波圧レベルとともに計算でも非常によく再現できている。また $h=20\text{cm}$ とした図-4 (c) では、波圧変動の計算結果は、若干の変動を除けば実験結果と同様に静的であり、堤体の各位置での波圧レベルも比較的よく一致している。さらに、 $ctl=0.5$ とした再現計算の結果もこれらとほぼ同様であることを確認した。

なお、 $h=3\text{cm}$ のときは、津波先端でソリトン分裂直後に砕波した実験結果に対して、計算された段波の伝播速度が速くなる傾向がより顕著に現れた。また $h=30\text{cm}$ のときは、 $h=20\text{cm}$ のときと同様な実験結果を、計算結果も非常によく再現した。

(2) 周期の違いによる津波の変形・波力の再現性

$ctl=0.5$, $\Delta x=5\text{cm}$, $\Delta t=5\text{ms}$ として、 $a=3\text{cm}$, $T=20\text{s}$ の津波が $h=10\text{cm}$ を伝播した場合の再現計算で得られた、津波波形と鉛直方向圧力勾配の伝播時刻歴を実験結果とともに図-5 (a) に、堤体へ作用する波圧の時間変動を図-6 (a) に示す。

同様な条件で得られた $T=30\text{s}$ の津波伝播波形と鉛直方向圧力勾配の変化 (図-3 (b)) と比較すると、津波先端でより顕著なソリトン分裂が生じ、WG9 付近で砕波していることが計算でも再現されているが、ソリトン波高は若干低めであり、その分伝播速度は若干遅く算定されている。このような波の非線形分散効果による波速変化をより高精度に解析するためには、本モデルの差分誤差による数値分散の発生をさらに抑制するか、さらに高次かつ高精度な数値計算モデルを適用するなどの対応が必要と思われる。一方、図-5 (b) に示した $h=20\text{cm}$ を伝播する $T=20\text{s}$ の津波伝播波形は、 $T=30\text{s}$ のとき (図-3 (c)) には見られなかったソリトン分裂のようすが、その伝播速度とともに非常によく再現できている。

一方、図-6 (a), (b) に示したように、 $h=10\text{cm}$, 20cm を伝播する $T=20\text{s}$ の津波により、堤体には静水圧に加えて衝撃波圧が作用することが、堤体の各位置での波圧レベルとともに計算でも非常によく再現できている。とくに $h=20\text{cm}$ では、 $T=30\text{s}$ のとき (図-4 (c)) は静的であった波圧変動がソリトン分裂の影響で変動するようすも非常によく再現できた。

(3) 津波高の違いによる津波の変形・波力の再現性

$ctl=0.5$, $\Delta x=5\text{cm}$, $\Delta t=5\text{ms}$ として、 $a=5\text{cm}$, $T=20\text{s}$ の津波が $h=20\text{cm}$ を伝播した場合の再現計算で得られた、津波波形と鉛直方向圧力勾配の伝播時刻歴を実験結果とともに図-5 (c) に、堤体へ作用する波圧の時間変動を図-6 (c) に示す。

同様な条件で得られた $a=3\text{cm}$ の津波伝播波形と鉛直方向圧力勾配の変化 (図-5 (b)) と比較すると、津波先端でより顕著なソリトン分裂が生じ、WG8 付近で砕波していることが計算でも再現されている。しかし、ソリトン波高は若干低めであり、その分ソリトン波形は若干遅れて算定されている。なお、

$h=10\text{cm}$ を伝播する、より非線形な $a=5\text{cm}$, $T=20\text{s}$ の津波の再現計算では、今回用いた差分条件 ($\Delta x=5\text{cm}$, $\Delta t=5\text{ms}$) においてソリトン分裂波の遡上計算時に計算が不安定になる問題が生じた。

一方、図-6 (c) に示したように、 $h=20\text{cm}$ を伝播する $a=5\text{cm}$, $T=20\text{s}$ の津波により、堤体には静水圧に加えてソリトン波の遡上による変動波圧が作用することが、第1波の作用時を除き堤体の各位置での波圧レベルとともに計算でも比較的よく再現できた。

4. おわりに

本研究では、砕波・遡上計算が可能なブシネスクモデルを用いて、海岸リーフ地形を対象とした断面模型実験結果に対する再現計算を実施し、ソリトン分裂と砕波を伴う津波波形ならびに陸上構造物へ作用する波圧の変動特性の再現を試みた。

模型実験では、水深や波形勾配に応じてソリトン分裂波の発生や砕波がみられたが、再現計算ではこれらの津波伝播波形をよく再現できた。また、鉛直方向圧力勾配を用いてソリトン分裂波の砕波判定が可能であることを確認した。さらに、ブシネスク近似された圧力方程式を用いて、堤体に作用する遡上津波の静的あるいは衝撃的な波圧変動を、それらの波圧レベルとともに再現できることを示した。

参考文献

- 1) 平山克也・平石哲也：ブシネスクモデルによる砕波・遡上計算法とその適用性、海工論文集、第51巻、pp.11-15, 2004.
- 2) 平山克也・平石哲也：平面2次元ブシネスクモデルによる砕波・遡上計算法の開発と現地適用、海工論文集、第52巻、pp.11-15, 2005.
- 3) Madsen, Per A. and Ole R. Sørensen: A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part2. A slowly-varying bathymetry, *Coastal Eng.*, 18, pp.183-204, 1992.
- 4) 平山克也・平石哲也：ブシネスクモデルにおける透水層を用いた任意反射境界処理法の開発、港研報告、第40巻、第1号、pp.3-30, 2001.
- 5) 平山克也・平石哲也：ブシネスクモデルにおける目標反射率の設定法とその港内波高分布計算に対する適用性、海岸工学論文集、第49巻、pp.676-680, 2002.
- 6) 磯岡和夫・大野修史・栗原 礼：波動場の力学状態に基づく砕波過程の解析と砕波条件、海岸工学論文集、第43巻、pp.81-85, 1996.
- 7) 大山巧・長谷部雅伸：砕波による渦度供給を考慮した砕波帯内の波・流れ場のモデル化、海岸工学論文集、第48巻、pp.121-125, 2001.
- 8) 平山克也・原 信彦：時間発展型擬似段波モデルに基づく砕波モデルの開発、港空研報告、第42巻、第2号、pp.27-45, 2003.
- 9) 合田良実：浅海域における波浪の砕波変形、港湾技術研究所報告、第14巻、第3号、pp.59-106, 1975.
- 10) 安田誠宏・高山知司・山本博紀：津波の変形および波力特性に及ぼす海岸断面地形の効果に関する実験的研究、海洋開発論文集、第22巻、pp.529-534, 2006.