

長周期波再現計算における境界処理法の 基礎的な検証について

BASIC VERIFICATION ON BOUNDARY PROCEDURES IN BOUSSINESQ CALCULATION FOR LONG-PERIOD WAVES

西井康浩¹・吉田明德²・山城賢³

Yasuhiro NISHII, Akinori YOSHIDA and Masaru YAMASHIRO

¹正会員 (株) 三洋コンサルタント九州支店 (〒802-8534 北九州市小倉北区京町3-14-17)

²正会員 工博 九州大学准教授 大学院工学研究院 (〒819-0395 福岡市西区元岡744)

³正会員 博(工) 九州大学助教 大学院工学研究院 (〒819-0395 福岡市西区元岡744)

When waves around harbors are computed with Boussinesq models, so-called “sponge layer” is placed along the computational region to absorb reflected waves going out to open sea. The wave absorbing characteristics of the sponge layer for long period waves have not yet been fully clarified. Using two-dimensional numerical wave-tank with a sponge layer just behind the wave generating boundary, regular waves of 20,60,100,200 and 300 sec were generated, and its wave absorbing characteristics were investigated through the wave height of the standing waves generated in the wave tank. It was found that the reflected waves entering from the region to the sponge layer are almost completely absorbed by properly setting the sponge stiffness and the sponge thickness. Further investigation on water surface oscillations near the boundary of the harbor was carried out. It was found that by providing thin sponge layer along the impermeable boundary, abnormal water surface oscillations, which occasionally occur around the boundary corner, can be effectively suppressed.

Key Words : Boussinesq equation, non-linear wave transformation model, NOWT-PARI Ver4.6 β ,
sponge layer, long-period waves

1. はじめに

港湾における長周期波問題は、簡潔に捉えるならば、港内に侵入した周期数十秒から数分の長周期波が港形や係留船舶の固有周期で共振して引き起こす係留船舶のサージングによる荷役障害であると言える。この係留船舶の長周期動揺を解明するためには、長周期波による波浪場の精度良い再現と波浪場の解析を踏まえての係留船舶の動揺解析が必要である。

波浪場の再現計算に関し、最近では、実務計算においても長周期波の再現に非線形性を考慮した長波近似モデルが使われるようになってきた。なかでも、非線形性と分散性の両面を考慮することができるブシネスク方程式は、非線形波動理論の理論面と応用面でたくさんの研究知見が得られている数値モデルの一つである。

ブシネスク方程式による波浪変形計算を行う場合、計算領域とは別に沖側の開境界に、計算領域内で生じた反射波を自由に沖側に透過・減衰させる無反射境界(スポンジ層)が必要となる。長周期不規則波の計算では、波長に対応してスポンジ層を大きく取

る必要があるが、どの程度のスポンジ層厚をとれば実用上十分な波エネルギー吸収機能が得られるかについては必ずしも明確ではなく、スポンジ層の最適化についての知見は実務計算の観点から必須である。また、長周期波を対象に計算を行う場合、陸域境界で完全反射が生じるとして計算すると、陸域境界の特定の隅角部において異常に大きな水面振動が生じる場合がある。

そこで、著者らは、Cruzら¹⁾が示したエネルギー吸収関数を平山²⁾が実務で汎用的に使えるように改良したエネルギー吸収帯(高次型スポンジ層)を有するブシネスクモデルNOWT-PARI Ver. 4.6 β (改良版)を用いて、長周期波を対象とする計算を行う際のスポンジ層の基本特性の把握と隅角部を有する陸域境界付近での計算の安定化について、基礎的な検証を行った。

2. スポンジ層による反射波吸収機能に関する検討

計算領域の外縁に設けるエネルギー吸収帯（スポンジ層；層厚F, 強度 θ ）は, Cruzら¹⁾が示した式(3)にある双曲線型のエネルギー吸収係数 σ を組み込んだ式(1)と(2)の高次エネルギー減衰項で与えられる.

X方向；

$$= \sigma \left\{ P - \mu^2 \left(\left(B + \frac{1}{2} \right) h^2 \left\{ \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial y} \right\} - \frac{h^3}{6} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{Q}{h} \right) \right\} \right) \right\} \quad (1)$$

Y方向；

$$= \sigma \left\{ Q - \mu^2 \left(\left(B + \frac{1}{2} \right) h^2 \left\{ \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right\} - \frac{h^3}{6} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{P}{h} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{Q}{h} \right) \right\} \right) \right\} \quad (2)$$

$$\text{ここに, } \sigma(x) = \frac{r\sigma_m}{2(\sinh r - r)} \left[\cosh\left(\frac{rx}{F}\right) - 1 \right] \quad (3)$$

$$F = 1 \sim 3 \text{ 波長 } \sigma_m = \theta \sqrt{g/h} \quad r = 3$$

P : x方向の線流量フラックス

Q : y方向の線流量フラックス

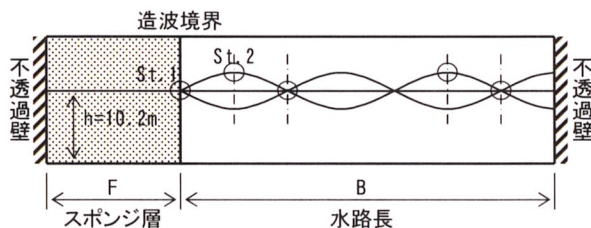


図-1 造波境界と腹節の関係をもつ数値水路

そこで, 計算領域からの反射波の吸収機能を直接検討するために, 図-1に示すような, スポンジ層（層厚F）を有する一次元数値波動水路（水路長B）において, 水路の奥を完全反射の不透過壁に設定し, 周期Tが20, 60, 100, 200, 300秒の規則波を造波して水路内に形成される重複波の振幅からスポンジ層の反射波吸収機能の特性を検討した. 計算では, 一様水深を10.2m, 長周期波の波高を0.1m, 空間差分を $\Delta x=25\text{m}$, 時間差分を $\Delta T=T/400$ にとり, 時間長1時間の計算を行った.

スポンジ層の吸収機能は層厚Fと強度 θ の2つのパラメーターで設定されることから, これらのパラメーターを幾通りか変化させた計算を行って, 吸収機能の検討を行っている.

(1) 数値水路内の造波境界と重複波の腹節の関係

スポンジ層の検討に先立ち, 造波位置が水路内で形成される重複波の腹および節の位置と一致する場合に数値計算上の共振などが生じないことを確認するため, あらかじめ造波位置が重複波の腹および節の位置に一致するように水路長を設定した計算を行った. 図-2と図-3は, 周期100秒の規則波について, 波長Lに対して十分に長いスポンジ層厚 $F=3000\text{m}$ ($F/L=3.0$)に設定し, 水路長Bを造波境界が重複波の節に一致するように設定したケース ($B=3L+(1/4)L=3250\text{m}$) と100mずらして設定したケース ($B=3L+(1/4)L+100=3350\text{m}$) について, 図-1中に示す節位置St.1と腹位置St.2における水位変動の時系列を比較した結果を示している. スポンジ層の強度 θ は1.0にとって計算したが, 後述するように, 水路不透過壁からの反射波はスポンジ層によってほぼ完全に吸収されていて, スポンジ層から水路への反射は生じていない.

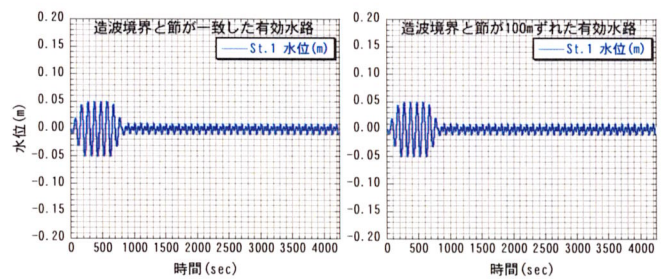


図-2 節位置におけるT=100secの水位変動の時系列

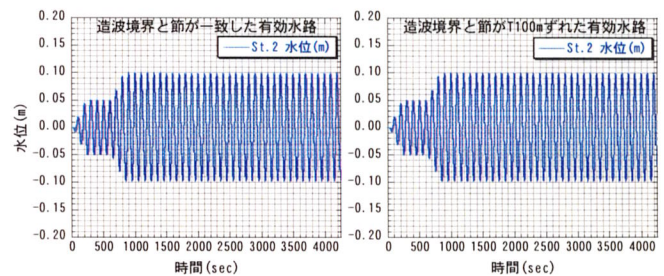


図-3 腹位置におけるT=100secの水位変動の時系列

周期20, 60, 200, 300秒についても同様の方法で検討した. 図-4に造波位置が節に当たる場合の腹位置St.2における水位変動の時系列を各周期について示している. 水面変動の平均位置は, ほぼ静水面と一致しており, 水位変動の波高も理論値とほぼ一致する結果を与えている. 重複波の波高比が周期100秒で2.2, 周期300秒で2.6程度と大きく現れているのは, 後述するように, 波長に対するスポンジ層厚の比 F/L がそれぞれ1.5と1.0と短く, スポンジ層で反射波を完全に吸収できていないことによる. しかしながら, 以上の検討の結果, 計算領域内で生じる重複波の腹や節の位置が造波境界と一致するような場合であっても, 水路内で共振等の現象は生じず, 波の伝播には影響を及ぼさないことが確認できた.

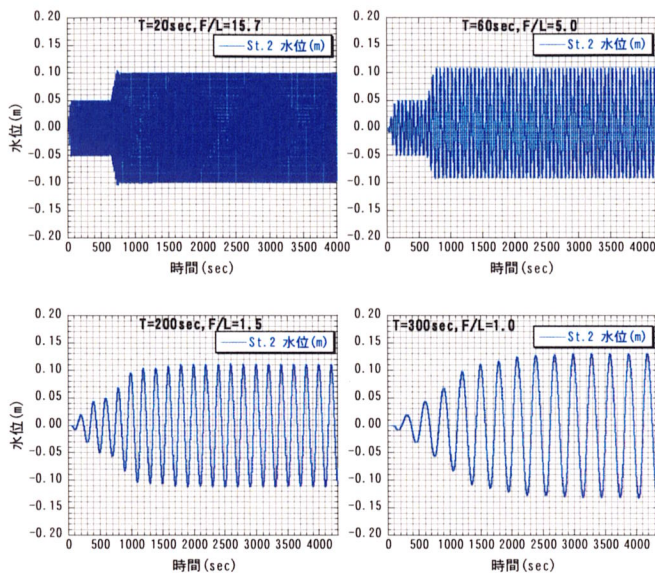


図-4 腹位置における水位変動の時系列 ($\theta = 1.0$)

(2) 吸収機能の評価の際の注意点

スポンジ層からの反射の程度を、水路内に形成される重複波の波高を算定し、波高比（理論波高に対する水路内に出現する重複波の波高の比）で評価することとするが、この際、スポンジ層から水路への反射波は造波成分（本来の入射波）とは必ずしも同位相ではなく、スポンジ層の設定条件（層厚 F と強度 θ ）およびスポンジ層へ入射する水路からの反射波の位相に依存することに注意する必要がある。これを図-5と図-6で説明する。図-5は、周期100秒の波について、スポンジ層厚を波長の0.5倍、スポンジの強度 θ を2.0に固定し、水路長を100mごとに変化させて計算を行ったときの水位変動の空間分布を示している。スポンジ層厚 F と強度 θ は固定されているにもかかわらず水路内の重複波の波高が水路長によって変動するのは、本来の造波成分に対し、スポンジ層に入射する水路からの反射波の位相（ひいてはスポンジ層からの水路への反射波の位相）が水路の長さによって変化することによる。図-6は同様の周期とスポンジ層厚について、水路長を固定し、スポンジ層の強度を $\theta = 0.25 \sim 2.0$ と変化させた場合の、スポンジ層内と造波境界近傍の水路内での水位変動の空間分布を、エネルギー吸収係数の空間分布とともに示している。スポンジ強度が強くなるとスポンジ層内の水位変動は急速に減少し、 $\theta = 1.0$ 、 2.0 ではスポンジ層終端でほぼ0となっているが、 $\theta = 0.25$ 、 0.5 の場合には終端まで水位変動が及んで終端で反射が生じていることが分かる。しかしこれは強度 θ が小さいほど水路への反射が大きいということを意味するわけではなく、後ほど示すように（図-8）スポンジ層からの反射は強度 θ が小さくなるにつれて小さくなる。図-6に示す水路内の波高比が強度 θ の変化につれて一様に変化せず、 $\theta = 0.5$ と 1.0 および $\theta = 0.25$ と 2.0 がほぼ同じ波高比をとって

いるのは、強度 θ の変化によってスポンジ層からの反射波の位相が変化することにより、本来の造波成分と重なった結果としての水路への入射波の波高が変化することによる。以上のことから、重複波の波高によってスポンジ層の吸収機能の評価を行う際には、あらかじめ固定した水路長を用いて重複波の波高を算定することはできず、設定条件（層厚 F と強度 θ ）ごとに水路長を試行錯誤的に変化させた計算を行って、重複波の波高の最大値を求めることが必要である。

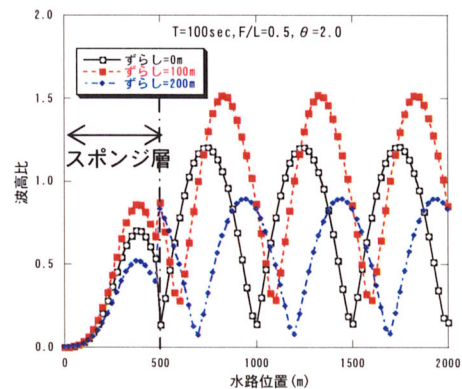


図-5 水路長によって異なる重複波の波高

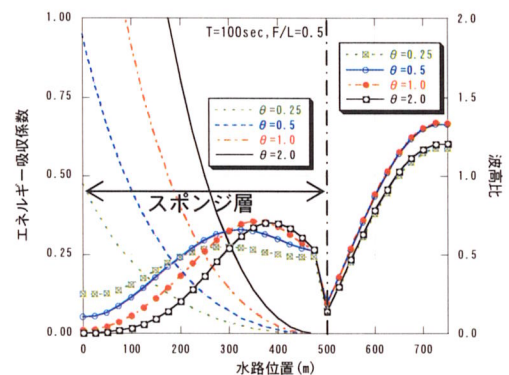


図-6 スポンジ強度の変化による重複波の波高変化（固定水路長）

(3) スポンジ層の層厚 F と強度 θ の影響

層厚 F の影響：スポンジ層の諸元の中で、最も計算結果に影響を及ぼすパラメーターがスポンジ層厚である。そこで、スポンジ強度 $\theta = 1.0$ に設定し、周期60, 100, 200, 300秒に対してスポンジ層厚を周期ごとに波長の0.5倍～5.0倍にとり波高比を算定した。この値が1.0をとればスポンジ層からの反射は生じていないことになる。

各周期について相対スポンジ層厚(F/L)と波高比の関係性をまとめたものが図-7である。これによると層厚 $F = 3.0L$ でいずれの周期においても波高比はほぼ1.0となることから、理想的にはスポンジ層厚は波長の3倍程度にとる必要があることが分かる。

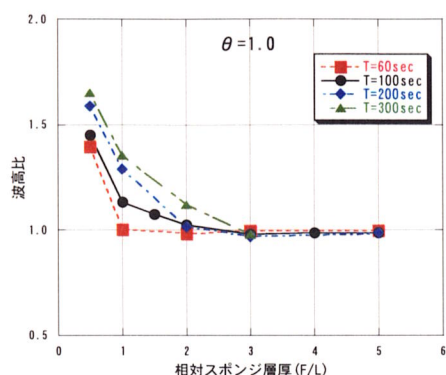


図-7 スポンジ層厚の影響

強度 θ の影響：周期60, 100, 200, 300秒について、相対スポンジ層厚 F/L が実用範囲と考えられる $F/L=0.5 \sim 2.0$ についてスポンジ強度の特性を検討した。図-8は、そのうち周期100秒と300秒についてのスポンジ強度による波高比の変化を示している。

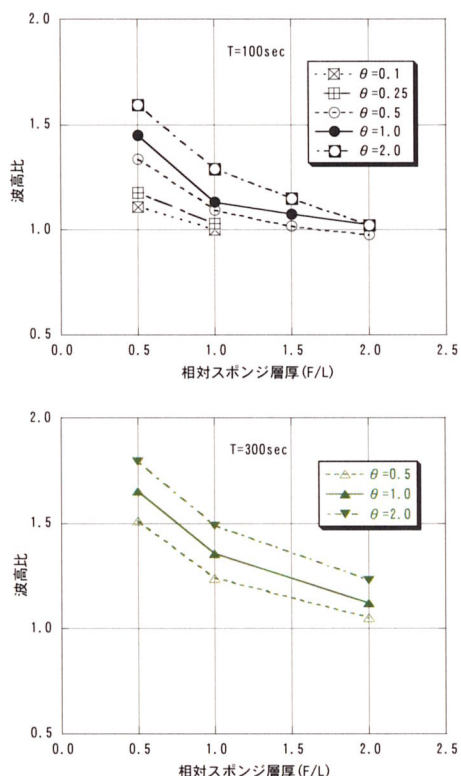


図-8 スポンジ強度の影響

いずれの周期においてもスポンジの強度が小さくなるほど、波高比が1.0に近づいておりエネルギー吸収効率が良くなることから分かる。周期100秒と300秒の結果からはスポンジ強度は小さく取るほど良いように見えるが、あまり小さく取ると、比較的周期の短い波に対しては逆に吸収機能が効かなくなり反射が生じることになるものと推測¹⁾される。長周期不規則波の計算では通常、周期範囲が周期30～300秒程度の不規則波を設定する必要があることから、

最長周期300秒に対して波長の3倍ものスポンジ層厚を設定すると計算時間が膨大となる。図-8から最長周期300秒に対しスポンジ層厚が1.0Lのときの波高比は高々1.2～1.3程度であることから、スポンジ層の強度を0.5程度に取り、スポンジ層厚を不規則波中の最長周期300秒の波長に設定すれば、対象とする不規則長周期波の主要周期に対してはほぼ十分なスポンジ層厚が確保されることになり、実務上十分な精度で計算ができると考えられる。

3. 陸線境界での計算の安定化

長周期波に対する陸線境界や構造物境界の反射率 K_r は、砂浜や長周期波の減衰を目的とする透水性構造物以外では、 $K_r=1.0$ にとられる場合が多い。また、通常の陸線境界では、斜め線や隅角部を有することが多く、実地形を計算地形に再現する場合、階段状もしくは凹型の格子となる。このような場合、地形によっては重複波などによる水位変動が異常に大きくなることもある。

そこで今回、極めてまれにはあるが、陸線境界付近で発生する異常に大きな水位変動の原因とその対策について検討した。

(1) 平面モデル港湾の波高分布

平面波浪場の再現は、図-9にある平面モデル港湾を使って、周期20, 60, 100, 200, 300秒の規則波で計算を行った。この平面モデル港湾は志布志港（鹿児島県）を対象に、ほぼ同スケールで平面空間を切り取り、地形を簡略化させた仮想地形である。

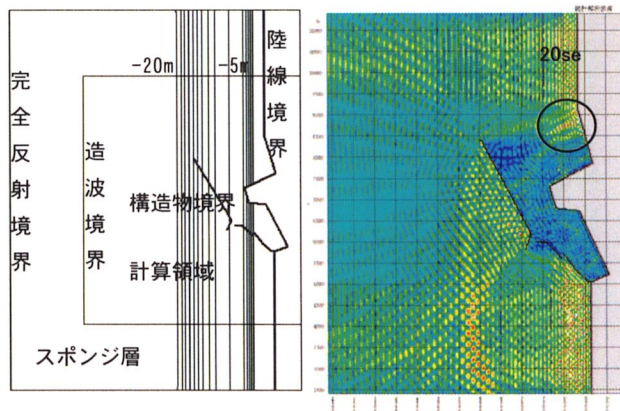


図-9 平面モデル港湾 図-10 港内長周期波分布 ($T=20$ 秒)

水深は $h=20.0\text{m} \sim 5.0\text{m}$ の沿岸方向に平行な勾配水深とした。入射波高は0.1mである。波の作用時間は1時間、陸線境界および構造物境界は完全反射とした。また、空間差分は $\Delta x=25\text{m}$ 、時間差分は $\Delta T=T/400$ とし、スポンジ層厚は $h=20.0\text{m}$ で周期300秒のときの1.0波長に相当する $F=4200\text{m}$ を与えた。

周期60, 100, 200, 300秒では、いずれの陸線境界でも水位変動の異常な増大は確認されなかったが、**図-10**に示す周期20秒のケース（○印箇所）で異常に大きな水位変動（波高比で10.51倍）が見られた。

(2) 水位変動の増大に関係する要因の推定

本ブシネスクモデルにおける水位変動の増大の要因として、移流項の非線形効果が考えられる。この項は、時間経過に伴い正弦波形を急峻化するように働く。そこで、異常な水位変動が出ている箇所での移流項と圧力項を調べてみた。**図-11**は水位 η とxy両方向の線流量P, Qの平均値、**図-12**は同じく水位 η と線流量P, Qの変動波高を示す。また、図中の数値の内、イタリックは水位(m)、ゴシックは線流量(m^2/s^2)を示し、は陸線境界の不透過格子を表す。

図-11の線流量の平均値の分布では、対象格子の沖側(左側)で反時計回りの流れが見て取れ、またその上側では時計回りの流れが発生していることが分かる。渦は移流項の非線形効果のひとつであることが知られている。また、**図-12**では線流量が隅角部に向かう分布を示している。この2つの結果から、移流項が水位変動の異常な増大に関与していることが推測される。

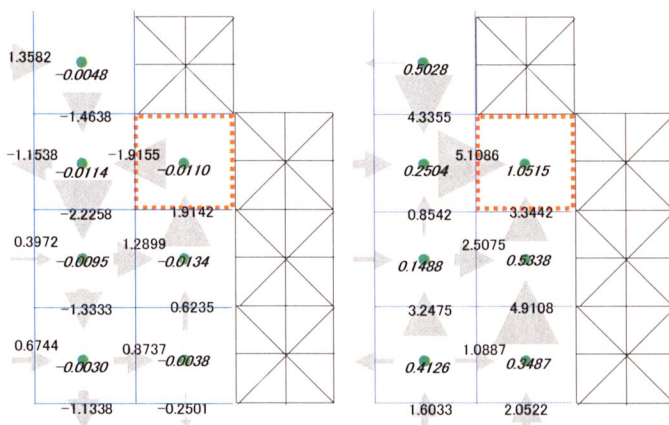


図-11 η , P, Qの平均値

図-12 η , P, Qの変動波高

そこで、最終周期における差分格子内のx, y方向の線流量P, Qと移流項、圧力項、および移流項+圧力項の積分量の変動を調べ、原因の特定を試みた。このときのx, y方向の線流量P, Qは式(4)と(5)で与えられる。式中の第1項は移流項、第2項は圧力項、さらに第3項のetc.はエネルギー吸収項、海底摩擦項、砕波減衰項、分散項を合算したものである。

$$P = -\int \left(\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{PQ}{D} \right) \right\} + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + etc. \right) dt \quad (4)$$

$$Q = -\int \left(\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{PQ}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q^2}{D} \right) \right\} + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} + etc. \right) dt \quad (5)$$

ここに、 P : x方向の線流量フラックス
 Q : y方向の線流量フラックス
 D : 全水深

図-13は、x, y方向の全項の線流量、圧力項のみの線流量、移流項のみの線流量、圧力項と移流項を加えた線流量の時間変化を示す。

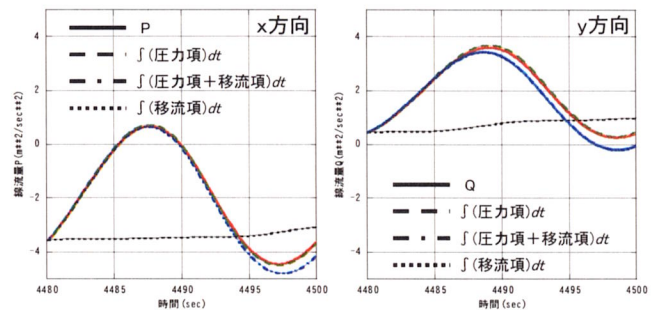


図-13 線流量の時系列変化(x方向, y方向)

これによると、当初水位変動の増大の主因と予測した移流項の非線形効果の影響は少なく、むしろ圧力項と線流量の変化の相関が高いことから、圧力項が水位変動の増大を支配していることが分かる。今回の検討では、この水位変動の異常な増大が引き起こされる原因を特定するまでには至らなかった。ただし、他の隅角部や周期20秒以外の周期では生じておらず、この現象は極めてまれに生じるものと考えられる。

(3) 水位変動の異常な増大を抑制する対策の検討

先述の特定の格子で生じる異常に大きい水位変動は極めてまれに生じるものではあるが、実務計算の観点からは何らかの対策を講じておく必要がある。そこで、不透過境界にきわめて薄い高反射性のスポンジ層を設定することによって、水位変動の異常な増大を抑制することを試みた。陸線境界に設置する部分反射境界処理としては層流抵抗項と乱流抵抗項を取り入れた透水層モデル³⁾⁴⁾⁵⁾や先述の高次型スポンジ層モデル²⁾があるが、今回は無反射境界の検討に用いた、スポンジ層厚Fとスポンジ強度 θ を調整することで任意の反射率を設定できる高次型スポンジ層モデルを用いて計算を行った。

図-14は、任意反射率 $Kr=0.9$ に相当する、強度 $\theta=2.0$ 、層厚 $F=0.1L$ の薄い高次型スポンジ層を不透過格子に設定した場合の、最終周期の波浪場における波高比分布を鳥瞰図として示したものである。図中の上図は $Kr=1.0$ の完全反射のケース、下図は $Kr=0.9$ の高次型スポンジ層を設定したケースである。

スポンジ層の効果は、一部の陸線境界付近で発生している波高比の異常値（○印）が、高次型スポンジ層を入れることで抑制されていることが見て取れる。また、陸線境界付近を除く全体的な波浪場については両者に大きな差がないことから、このスポンジ層は異常値に対して有効に働いていることが分かる。

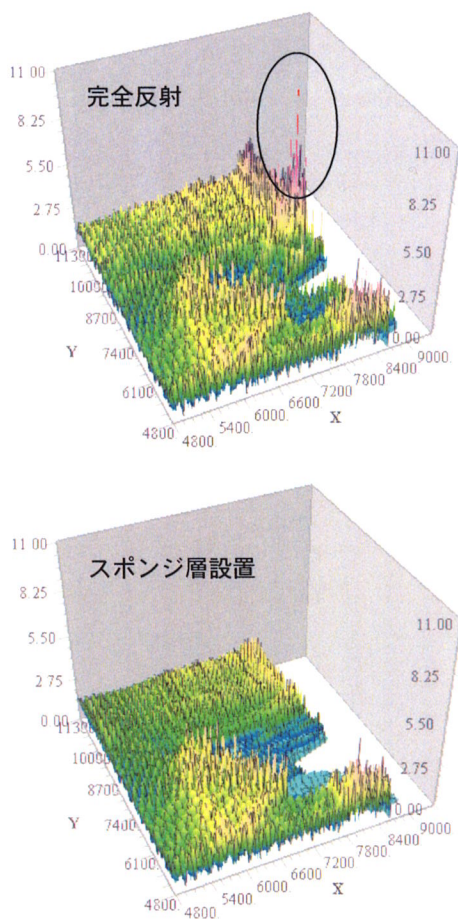


図-14 波高比分布の鳥瞰図に見るスポンジ層の効果

4. おわりに

長周期波を再現する際に計算精度に影響を及ぼすと考えられるスポンジ層の波吸収機能を、高次型スポンジ層をエネルギー減衰項に採用したブシネスクモデルNOWT-PARI Ver. 4.6β（改良版）を用いて検証した。港湾内の船舶の長周期動揺を対象とする場合、

長周期不規則波の周波数範囲は、大体周期30～300秒の範囲で、主要なエネルギーは周期40～100秒あたりに集中していることが多い。本研究の結果、スポンジ層厚が波長の3倍程度あれば、周期によらずほぼ完全に反射波を吸収することが可能であることがわかった。ただし、最長周期300秒に対して波長の3倍ものスポンジ層厚を設定すると計算時間が膨大となり、しかも比較的短周期の成分波に対しては過大な層厚を設定することとなる。最長周期300秒に対して $F/L=1.0$ 程度の層厚でも、スポンジ強度 θ を0.5～0.1と小さく設定することによって反射波を高々1.2程度に抑えることができることから、最大周期の1波長にスポンジ層厚を設定し、長周期不規則波の最小周期の反射率が大きくならない程度に強度 θ を小さく設定することによって、実務計算上はほぼ十分な精度で無反射境界を実現できることが分かった。また、極めてまれに起こる現象であるが、陸線境界の特定の格子隅角部において異常に大きな水位変動が生じる場合がある。原因を特定するには至らなかったが、実務的な対処策として、陸線境界に極めて薄いスポンジ層を設定することで、全体としての波浪場に大きく影響することなく、この異常に大きな水位変動を抑えることができることが分かった。

参考文献

- 1) Eric Cruz, 横木裕宗, 磯部雅彦, 渡辺晃: 非線形波動方程式に対する無反射境界条件について, 海岸工学論文集, 第40巻, pp. 46-50, 1993.
- 2) 平山克也: 非線形不規則波浪を用いた数値計算の港湾設計への活用に関する研究, 港湾空港技術研究所資料, No.1036, pp. 69-89, 2002.
- 3) 平山克也: ブシネスクモデルにおける任意反射境界処理法を用いた非線形部分重複波の計算, 港湾技術研究所報告, 第40巻, 第4号, pp. 7-15, 2001.
- 4) 平山克也, 平石哲也: ブシネスクモデルにおける透水層を用いた任意反射境界処理法の開発, 港湾技術研究所報告, 第40巻, 第1号, pp. 14-20, 2001.
- 5) 西井康浩, 山崎耕嗣, 吉田明徳, 山城賢, 青木聡, 吉田秀樹: 任意反射境界処理法を用いたブシネスクモデルの反射波卓越海域への適用, 海洋開発論文集, Vol. 21, pp. 265-270, 2005.