

BEM-VOF解析法の精度向上と 3領域結合への拡張

DEVELOPMENT OF A STRICTLY COMBINED BEM-VOF METHOD AND ITS
APPLICATION TO WAVE PROPAGATION THROUGH 3 DOMAINS

金 相昊¹・山城 賢²・吉田明徳³・久留島暢之⁴・上原 功⁵・山口 洋⁶
Sangho KIM, Masaru YAMASHIRO, Akinori YOSHIDA, Nobuyuki KURUSIMA, Isao UEHARA
and Hiroshi YAMAGUCHI

¹学生会員 九州大学大学院工学府海洋システム工学専攻 (〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)

²正会員 博(工) 九州大学助手 大学院工学研究院 (〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)

³正会員 工博 九州大学助教授 大学院工学研究院 (〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)

⁴正会員 工修 株式会社エコー 沿岸デザイン本部 (〒110-0014 東京都台東区北上野2-6-4)

⁵正会員 若築建設株式会社 東京本社技術研究所 (〒153-0064 東京都目黒区下目黒2-23-18)

⁶正会員 博(工) 若築建設株式会社 東京本社技術研究所 (〒153-0064 東京都目黒区下目黒2-23-18)

A strictly combined BEM-VOF model has been developed by making the best use of both method's merits. To carry out stable and accurate computations, the water surfaces obtained from BEM and VOF are smoothly connected in the transmission domain at each time step by using weighted means, and the velocity potential and its normal derivative in BEM and the value of the function of the volume of fluid in VOF are also corrected. The validity of the model was confirmed by comparing numerical results with theoretical values for Stokes' 5th order wave propagation through three domains of BEM-VOF-BEM as well as two domains of BEM-VOF. Wave propagation for a random waves through two domains was also checked. The model makes it practically possible to calculate wave-structure interactions under random waves by reducing the computational time and minimizing the numerical dissipation which is inevitable especially in single VOF calculations.

Key Words : BEM, VOF, numerical simulation, numerical dissipation

1. はじめに

鄒ら^{1)~4)}はこれまでに、BEMとVOFを双方向に結合した波動場解析法を提案し、VOF単独による計算と少なくとも同等の精度で、かつ格段に短い時間で計算できることを示した。VOFを用いながらも計算時間を大幅に短縮できるという本解析法の利点は、不規則波を対象に長時間(有義周期で数百周期程度)の計算を行う場合に特に発揮される。しかしながら、鄒らが以前に提示した結合法では、結合部の最適な領域長が入射波の波長に依存し、幅広い周波数帯にエネルギーを有する不規則波を対象とする場合には、高周波数成分や低周波数成分を必ずしも十分に伝播できず、結合領域で反射や極短周期の振動が発生するという問題があった。本研究では、この問題を克服するため結合法を再度検討し、より厳密に結合を行う方法を考案することによって、不規則波を長時間にわ

たり安定して精度良く計算することを可能にした。さらに、より適用性を高めるべく、本解析法をBEM-VOF-BEMの3領域結合に拡張し、計算結果の妥当性と適用性について検討した。

2. 結合法の改良

(1) BEMとVOFの概要

BEM(境界要素法)は計算対象領域を非圧縮完全流体のポテンシャル場と仮定し、まず、グリーンの定理を適用して境界積分方程式を導く。次いで、境界を要素で分割し積分方程式を境界要素について離散化し連立一次方程式を導出する。この連立一次方程式を境界条件のもとで解き、境界上のポテンシャルとその法線微分値を得る。領域内部のポテンシャルについては、境界上のポテン

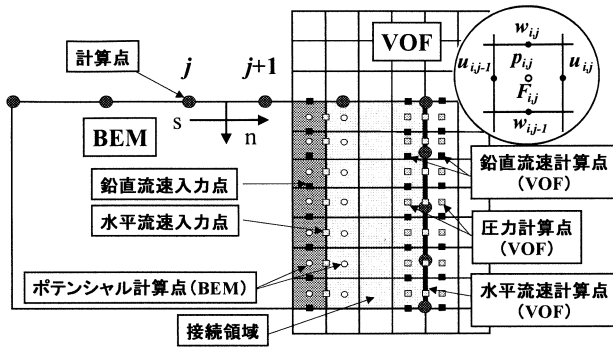


図-1 鄒らの結合方法の概略

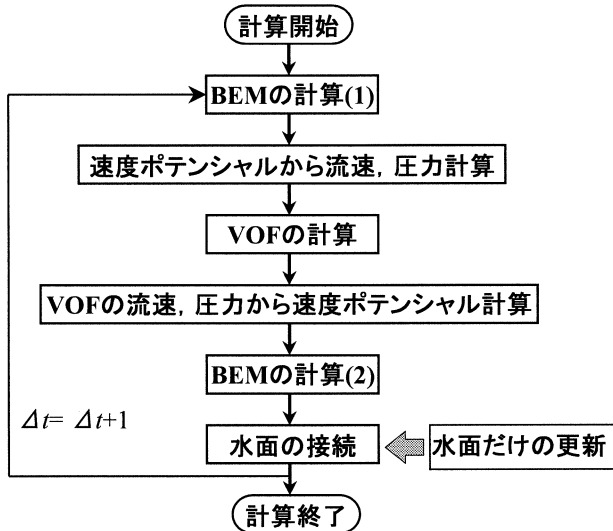


図-2 鄒らの結合法のフロー

シャルと法線微分値をもとの境界積分方程式に代入することで任意の位置におけるポテンシャルを得ることができる。BEMは計算対象領域の境界でのみ線分要素を配置して計算するため記憶容量や計算時間が少なく済む利点があるが、ポテンシャル理論に基づくため構造物近傍で生じる渦や砕波といった極めて非線形性の強い現象は理論的に再現できない。

VOF法（SOLA-VOF法）は差分近似したNavier-Stokes方程式を境界条件を満足するよう解くことにより、次の時間ステップの流速を求める。しかし、運動方程式から得られた流速は必ずしも連続の式を満足せず、連続の式を満たすまで、流速と圧力を調整する繰り返し計算を行う必要がある。このようにして得られた流速を用いて、VOF関数 F の移流計算を行い、自由表面を追跡する。VOF法は砕波等の非線形現象を表現することが可能であるが、全領域にセルを配置し、また、流速の算定に繰り返し計算が必要であるため、膨大な記憶容量と計算時間を必要とする。これら2つの手法は、相反する利点と欠点を有しており、鄒ら^{1)~4)}は、砕波や渦等が生じる構造物近傍やリーフ上などについてはVOF法を適用し、その周辺のポテンシャル場が仮定できる領域ではBEMを適用して、両者を双方向に結合することで、互いの欠点を補う解析法を提案した。

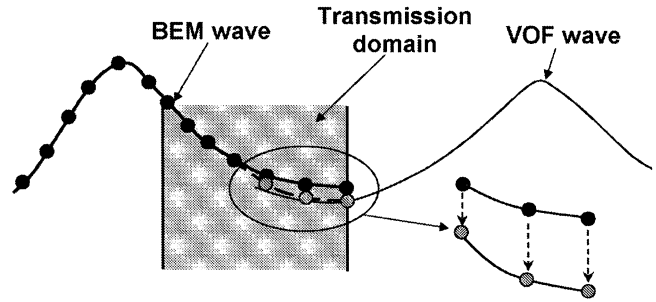


図-3 鄒らの水面接続

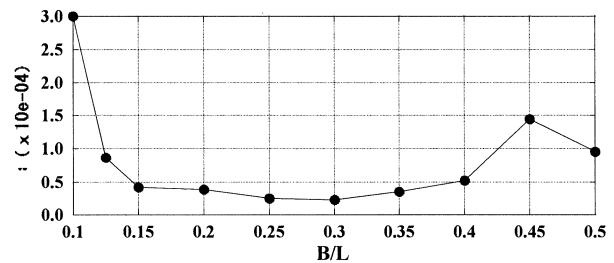


図-4 接続幅による精度（鄒ら⁴⁾より引用）

(2) 鄒らによる結合法の概略

鄒らの方法は、図-1に示すように沖側にBEM、岸側にVOF計算領域を設置し、両者の計算領域をある幅で重複させて結合する。計算手順を図-2に示す。VOFでは入力境界（図-1中の水平流速入力点および鉛直流速入力点）において、水平流速と鉛直流速が必要なため、BEM領域内（図-1中のポテンシャル計算点）のポテンシャルを求め、水平方向および鉛直方向の差分をとってVOFの入力値とする。一方、BEMでは、境界条件として、VOF領域内にある仮想境界上のポテンシャルとその法線微分値が必要なため、VOFで算定される圧力と流速をもとにベルヌーイの圧力方程式から算定されるポテンシャルと、水平流速（BEMの仮想境界におけるポテンシャルの法線微分値）を境界条件とする。これにより双方向への波動の伝播が可能な結合解析法となる。BEMとVOFの計算領域が重複している部分については、2つの手法でそれぞれ水面波形を計算しており、両手法共に正確な計算が行えれば水面波形は一致する。しかし、両手法の計算精度は異なるため、時間発展的に長期間の計算を行うと水面波形に不連続が生じる。鄒らは、図-3に示すように結合領域内の水面波形はBEMによる計算結果を採用することとし、VOF領域の波形と滑らかに接続させるため、BEMの仮想境界から数点（2～3点程度）のBEMの計算結果をスプライン補間法により補正している。

図-4は鄒らが結合領域の幅を変化させて規則波の伝播を計算し、空間波形について理論値と計算値の自乗誤差を調べた結果である。結合領域の幅は固定されており、対象とする波の波長により計算精度が変動する。図の結果では、最適な結合領域幅は入射波の波長の3割であり、このことは後述するように幅広い周波数帯にエネルギー

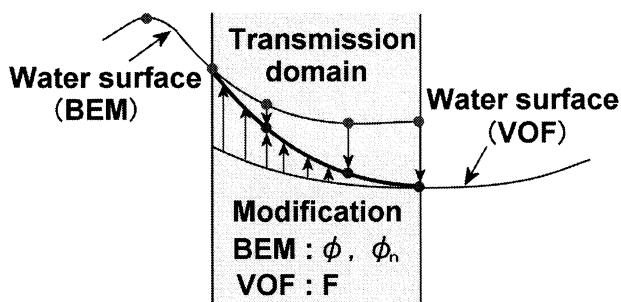


図-5 改良結合法

を有する不規則波の計算においては、計算精度が低下することを示している。

(3) 改良結合法の概略

前述のようにBEMとVOFでは計算精度が異なるため、計算が進展するにつれ結合領域での水面波形に差が生じる。特に不規則波を計算する場合に顕著となり、これにより計算が破綻する場合もある。そこで、図-5に示すように、BEM側ではBEMの波形に、VOF側ではVOFの波形に滑らかに接続するよう結合領域内のBEMによる水面波形とVOFによる水面波形を、結合領域の位置に応じて重み付け平均し両者の水面波形を一致させることとした。しかし、単に水面波形を一致させるだけでは計算は安定せず、図-6に示す計算フローのように水面位置の変化に伴って、BEMでは水面境界のポテンシャルとその法線微分値および要素間の距離に関する積分量などについて再計算を行い、VOFではVOF関数Fの修正を行っている。本来であれば、VOF関数Fの修正に伴い、空気セルが表面セルあるいは流体セルになる場合や逆の場合も生じるため、F値のみではなく、流速についても補正が必要となるが、次のタイムステップにおいて、直ちに境界条件として水面の流速が設定されること、また、VOFとBEMではタイムステップの大きさが異なり、BEMの1ステップにつき、VOFでは10から20ステップ程度の計算を行うため、水面波形の結合に伴うF値の修正は10から20ステップに1度行う程度であることから、本結合法では流速の補正は行っていない。

3. 改良結合法の妥当性の検証

(1) 計算条件

改良結合法の妥当性について検証する。図-7に示す計算領域を設定し、鄒らの結合法と改良結合法により規則波および不規則波の伝播計算を行い、結合領域における水面波形を比較する。BEM領域には造波ソースを設定し、その沖側に数値消波フィルター⁵⁾を設定した。VOF領域の岸側は透過境界である。水深は1.0mで、結合領域の幅は0.3Lおよび0.15L (Lは入射波の波長で不規則波の場合は有義波の波長) とした。BEM領域の長さは数値消波フィルターを2.0L、計算領域を結合領域が0.3Lの場合は2.3L、結合領域が0.15Lの場合は2.15Lとし、VOF領域の長さは一定して2.5Lとした。したがって、全体の計算領

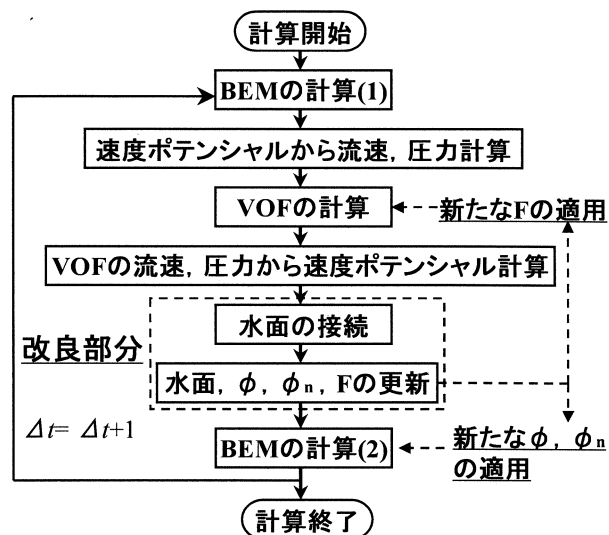


図-6 改良結合法のフロー

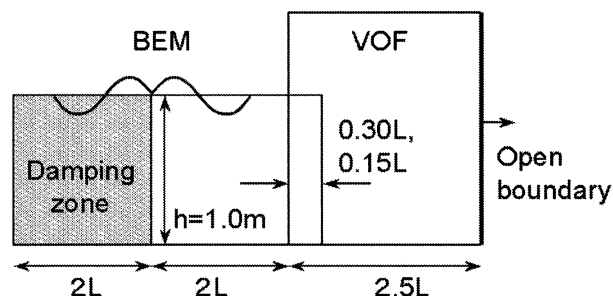


図-7 計算領域

域は4.5Lである。BEMの沖側および岸側の仮想境界と水面境界の要素数（底面境界については鏡像の原理を適用しているため実質的な計算点は必要ない）はそれぞれ、10、120とし、VOFの水平方向および鉛直方向のセルの数はそれぞれ302、52である。入射波の条件は、周期 $T=3.0\text{sec.}$ 、波高 $H=0.18\text{m}$ の第5次ストークス波と有義周期 $T_{1/3}=3.0\text{sec.}$ 、有義波高 $H_{1/3}=0.18\text{m}$ のBretschneider-Mitsuyasu型スペクトルを有する不規則波とした。計算時間は規則波で30T、不規則波で100 $T_{1/3}$ であり、タイムステップはBEMを0.01sec、VOFを0.001sec. (BEMの1/10) とした。

(2) 規則波の場合

図-8、9は計算開始から20周期後の結合領域における水面波形を示している。図-8は鄒らの方法による結果で水面波形の調整をおこなっておらず、BEMとVOFの計算結果に差が生じている。図-9は改良結合法による計算結果で重み付け平均の処理前と処理後の波形をそれぞれ示している。この図から処理前の段階でBEMとVOFの水面波形にほとんど差がないことがわかる。これは、毎ステップ（BEMの1ステップ）について接続処理を行うことでBEMとVOFの水面波形がほとんどずれないためと考えられ、このことは長時間の計算を行う上で安定性の向上につながるものといえる。また結合幅の違いについては水面波

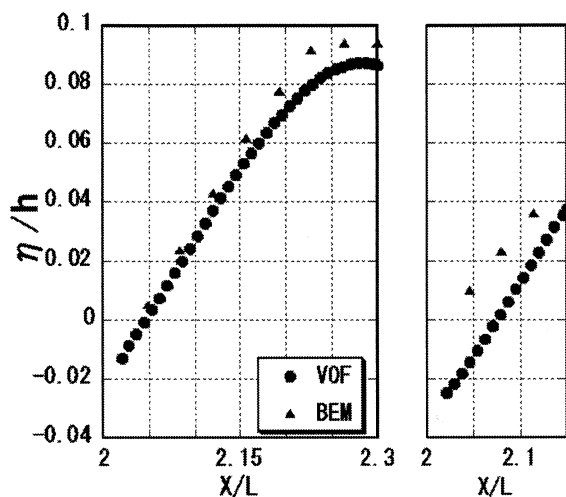


図-8 $t=20T$ における結合領域の水面波形
(左図：0.30L, 右図：0.15L, 鄰らの結合法)

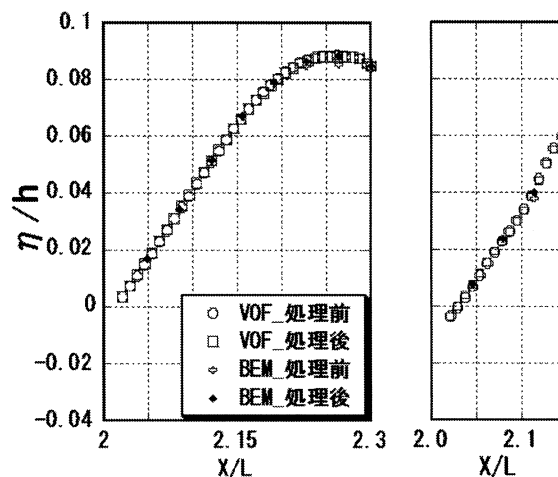


図-9 $t=20T$ における結合領域の水面波形
(左図：0.30L, 右図：0.15L, 改良した結合法)

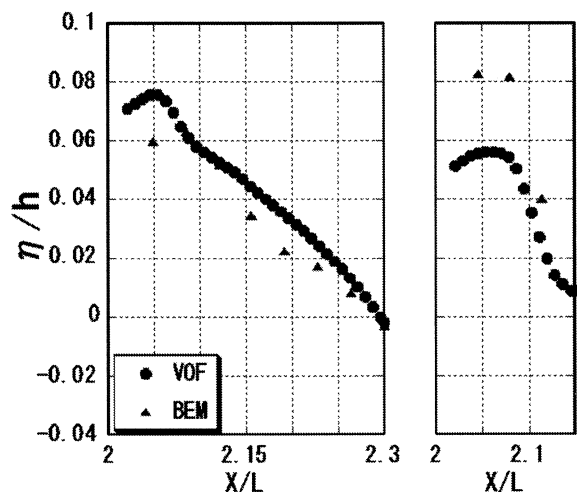


図-10 $t=30T_{1/3}$ における結合領域の水面波形
(左図：0.30 $L_{1/3}$, 右図：0.15 $L_{1/3}$, 鄰らの結合法)

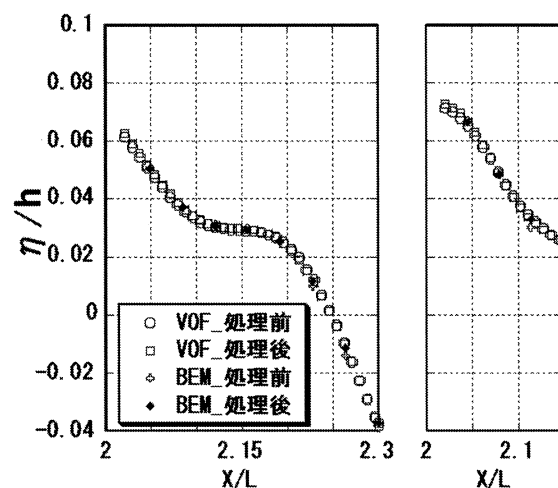


図-11 $t=30T_{1/3}$ における結合領域の水面波形
(左図：0.30 $L_{1/3}$, 右図：0.15 $L_{1/3}$, 改良結合法)

形の処理を行わない場合、結合幅を狭く取るとBEMとVOFの計算結果には大きな差が生じているが、改良結合法では結合幅を狭く取った場合でも接続処理を毎ステップ行うことで、処理前の段階で水面波形の計算結果にあまり差が生じていない。このことから、改良結合法は鄰らの方法に比べ結合領域の幅が入射波の波長に依存する程度が低く、不規則波の計算においても計算精度の向上が期待される。

(3) 不規則波の場合

図-10および図-11は不規則波を計算した場合の計算開始後 $30T_{1/3}$ における結合領域の水面波形を示しており、図-10が鄰らの方法で、図-11が改良した結合法による結果である。規則波の場合と同様に、鄰らの結合法では結合領域でBEMとVOFの水面波形に差が生じているが、改良した結合法では各計算ステップについて水面の接続処理を行うため、波形に差がほとんど生じず、各計算ステップにつきごく僅かな補正量で両者の水面波形は一致する。

また、結合領域が小さい場合には、鄰らの方法による計算ではBEMとVOFの計算結果の差が大きくなっている。これは、先に述べたように、鄰らの方法では計算精度が結合領域の幅と波長の関係に依存することが強く影響している。これに対し、改良した結合法では結合領域が小さくても水面波形は乱れることなく滑らかに接続している。なお、図には $30T_{1/3}$ 後の結果を示しているが、改良した結合法では計算終了時まで波形が滑らかに接続することを確認している。図-12に水面変動のスペクトルの空間分布を示す。上段の図は鄰らの方法による計算結果で、下段が改良した結合法による結果である。また、左側は結合領域幅が $0.3L_{1/3}$ の場合で右側は $0.15L_{1/3}$ の場合である。不規則波が十分に伝播している場合にはスペクトルの空間分布は一定となる。まず、左側の図を比較すると、鄰らの方法による計算結果では、BEM領域でスペクトルが空間的に大きく変動している。これは結合領域で反射が生じているためであり、不規則波を構成する周波数成分の波長によって、VOF領域へ十分に伝播することがで

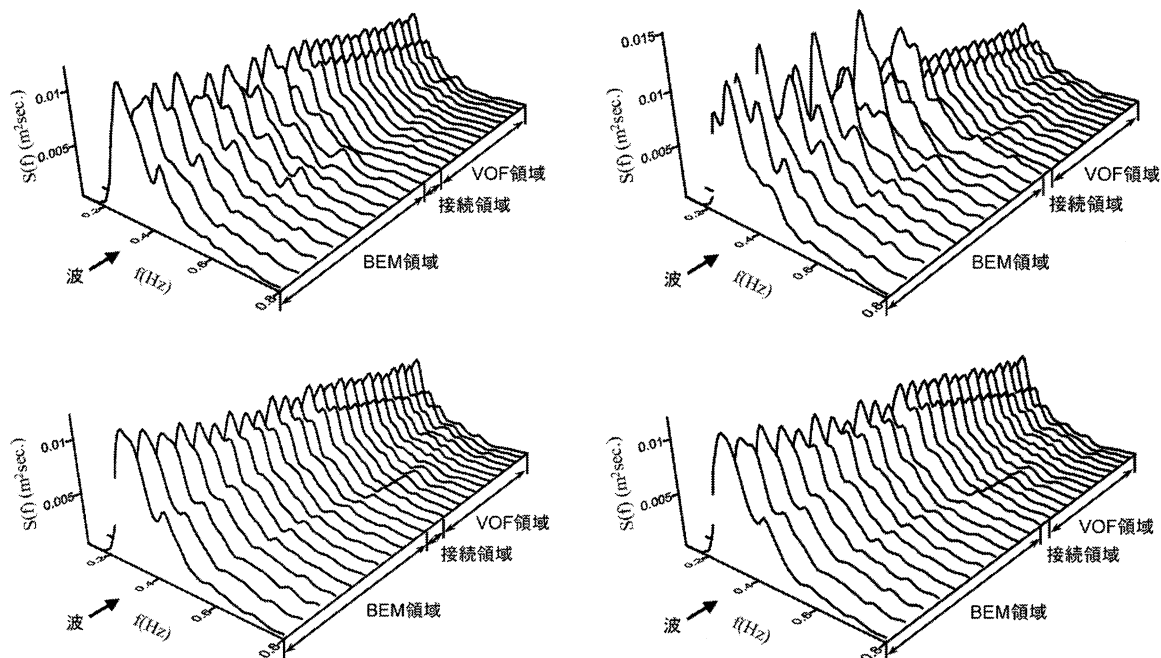


図-12 各地点におけるパワースペクトル

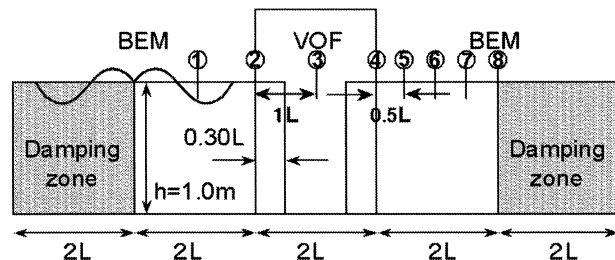
(上：鄒らの方法，下：改良した方法，左：結合領域幅 $0.3L_{1/3}$ ，右：結合領域幅 $0.15L_{1/3}$)

きていないことを意味している。これに対し，改良した結合法による結果はBEM領域からVOF領域までスペクトル形状がほぼ一定であり，幅広い周波数の波を同時に伝播できている。結合領域が小さい場合の右図をみると，鄒らの方法によるスペクトル分布は激しく変動しており，もはや計算ができていない。一方，改良した結合法によるスペクトル分布は結合領域が大きい場合の結果と比較すると，若干の空間変動が認められるが，鄒らの方法による結果に比べると，格段に計算精度が向上しているといえる。当初は提案した結合法により結合領域の水面波形を一致させることで，逆に反射が生じることが懸念されたが，ここでの検討の結果，BEM領域からVOF領域へ波を滑らかに伝播できることが確認できた。

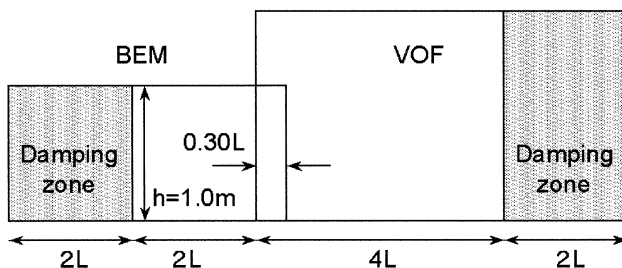
4. 3領域結合による適用性の向上

(1) 3領域による計算

構造物の影響を受けた波動場が問題となる場合には，構造物近傍で碎波し再生した波について広い範囲での伝播計算を行う必要がある。この場合，BEM-VOFの2領域結合では，再生波の伝播についてVOFで計算することになり，多大な計算コストを必要とする。このような問題を取り扱うケースは海岸工学上多くあるため，VOF領域の背後にBEMを結合することによって，本結合解析法の利点をより発揮できるものと期待できる。そこで，本解析法を図-13に示すような3領域結合へ拡張した。沖側のBEMとVOFの結合は前述の改良した結合法による。岸側のBEMも沖側と同様に双方向に結合することは容易であるが，本研究では3領域計算における基本的な波の伝播に



(a) 3領域の計算



(b) 2領域の計算

図-13 計算領域

ついて計算結果の検証を行うため，岸側のBEMからの反射はないと仮定し，岸側については一方向の結合とした。ただし，岸側の結合においても提案した結合法による水面波形の調整等を行っている。

(2) 計算精度の検証

図-13の(a)に示す計算領域により3領域結合における計算結果の妥当性について検討した。入射波は第5次ス

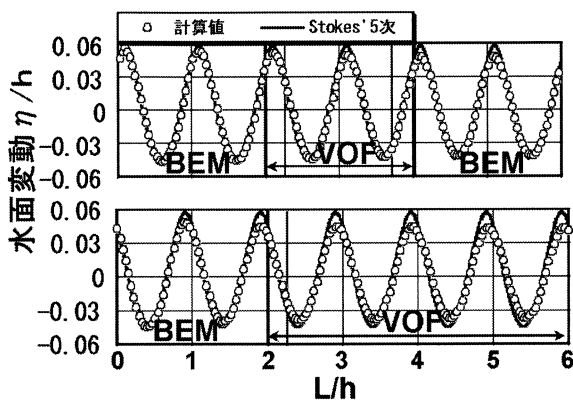


図-14 2領域結合と3領域結合の空間波形

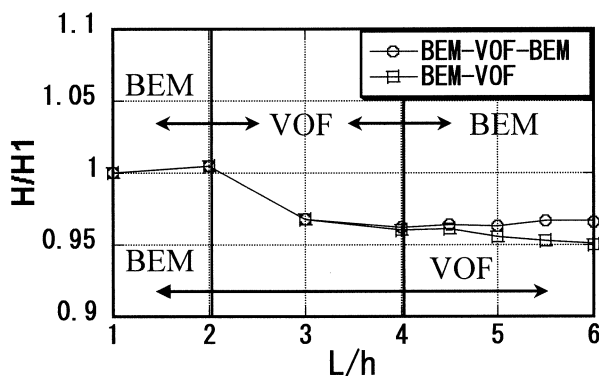


図-15 波高比分布

トックス波で波高と周期はそれぞれ $H=0.1\text{m}$, $T=2.0\text{sec}$ であり、全計算領域($10L$)の両側には減衰領域($2.0L$)を設定した。VOFの計算格子は水深の 0.04 倍の正方格子とした。計算時間は $30T$ 、時間間隔(Δt)はBEMとVOF共に $T/2000$ とした。以上の条件での3領域結合(以下BVB)の計算を行い、比較のため図-13の(b)に示す岸側のBEM領域をVOF領域とした2領域結合(以下BV)による計算も行った。図-14は計算開始後30周期における空間波形の計算結果と理論値との比較である。岸側に進むにつれ計算値は理論値と差が生じているが、BVBでは理論値との差が小さい。図-15は各観測点における波高と観測点1における波高の比を示したものである。VOF法は波が伝播するにつれ波高が小さくなることが知られており、BVとBVBともにVOF領域へ入ると波高が空間的に小さくなっている。岸側領域が全てVOF領域であるBVの計算に比べて、BVBの

計算では、岸側のBEMに入ると波高がほぼ一定であり、VOFの計算領域が相対的に小さいBVBでは波高の減少の程度が小さくなっている。すなわち、構造物背後の広い領域について波の伝播を計算するような場合には、3領域結合による計算が有効であるといえる。

5. まとめ

BEMとVOF法を用いた結合解析法において、さらなる安定性の向上を目的とし、結合法の改良をおこなった。改良した結合法によれば精度良く安定した計算を行うことができるため、長時間の計算を必要とする不規則波を対象とする種々の問題について詳細な検討が可能となった。また、3領域結合による計算が可能であることから、砕波後の再生した波の伝播などを取り扱う場合にはより有用な解析法となる。

謝辞：本研究を行うにあたり、九州共立大学の鄺助手には多くの御指導と御助言を頂きました。なお、本研究の一部は文部科学省科学研究費補助金(若手研究(B) No. 16760413)の助成を受け実施されたものである。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 鄺 曙光, 山城 賢, 吉田明德, 鮎川慶一郎, 入江 功(2003):BEMとVOFを結合した波動場解析法の開発, 海洋開発論文集, 第19巻, pp83-88.
- 鄺 曙光, 山城 賢, 吉田明德, 入江 功(2003):BEMとVOFを結合した波動場解析, 海岸工学論文集, 第50巻, pp. 11-15.
- 鄺 曙光, 山城 賢, 吉田明德, 井ノ口洋平, 入江 功(2004):BEM-VOF結合解析法の構造物近傍波動場への適用, 海洋開発論文集, 第20巻, pp689-694.
- 鄺 曙光, 山城 賢, 吉田明德, 入江 功(2004):BEMとVOFの結合解析法による構造物近傍波動場の解析. 海岸工学論文集, 第51巻, pp. 31-35.
- 大山 巧, 灘岡和夫(1991):非線形不規則波動場を対象とした数値波動水槽の開発, 土木学会論文集, No. 429, pp. 77-86.