

上部斜面式軸対称ケーソンに作用する 波力と揚圧力

WAVE FORCE ACTING ON THE AXISYMMETRIC CAISSON WITH SLANTING UPPER WALL

池谷 毅¹・福山貴子²・稲垣 聡³

Tsuyoshi IKEYA, Takako FUKUYAMA and Satoshi INAGAKI

¹フェロー会員 工博 鹿島建設株式会社 技術研究所 (〒182 東京都調布市飛田給二丁目19-1)

²正会員 工修 鹿島建設株式会社 技術研究所 (〒182 東京都調布市飛田給二丁目19-1)

³正会員 工修 鹿島建設株式会社 技術研究所 (〒182 東京都調布市飛田給二丁目19-1)

Wave forces and wave pressure acting on an axisymmetric caisson with slanting upper wall were investigated through hydraulic experiments and theoretical analyses. The vertical distributions of horizontal wave force were well estimated by the Morison's formula with velocity distribution calculated by the nonlinear wave theory and variable inertial force coefficient calculated by the diffraction wave theory. The horizontal wave force calculated by the linear diffraction wave theory is larger than the experiment results. The theory to evaluate the vertical wave force acting on the bottom of the caisson was developed based on the 2-dimensional infiltration equation. The vertical wave force is found out to change according to the water permeability of the sea bottom.

Key Words : Axisymmetric caisson, slanting upper wall, wave pressure, wave force

1. はじめに

渡海橋の基礎などの孤立性の海洋構造物を建設する場合に、断面形が円形となる軸対称形状の着底式となることが多い。例えば、2006年現在世界最長スパンを有する明石海峡大橋の主塔基礎は、直径80m、高さ65mの円筒形で、最大7ktにも及ぶ強潮流を克服して建設された。今後、海中基礎の建設される場所は、大水深、高波浪など海象条件がより厳しくなると同時に、建設コストの削減が強く求められることが予想される。

本研究では、コスト削減の方策として、ケーソンの上部を傾斜式として波力を低減する上部斜面式軸対称ケーソンを考える。この形式のケーソン基礎の耐波安定性を評価するための第1歩として、波力、揚圧力を評価する方法を提案することを本研究の目的とした。はじめに、水理実験により、基礎に作用する波力の特性を明らかにする。次に、理論解析により、ケーソンの側面に作用する波力、およびケーソンの底面に作用する波力の評価方法を示し、実験結果と比較して、有効性を確認する。

2. 水理実験

(1) 実験方法

水理実験は、ケーソンに作用する波圧、波力の計測を目的として、図-1 に示す造波水路(長さ60m、幅0.7m、深さ1.5m)を用いて行った。造波水路内に1/150勾配の海底面を模擬する斜面を設置し、水深26.8cmの位置に上部斜面式軸対称ケーソンの模型を設置した。図-2 に示すように、ケーソン模型を下方から水中6分力計により支持し、 F_x 、 F_y 、 F_z 、 M_x 、 M_y 、 M_z の6分力を計測した。水中6分力計とケーソンとは、直径15cmの鋼製の治具で結ばれているが、使用した水中6分力計は静水圧補正がなされているため、治具の部分の水圧が補償されたデータを得ることができる。また、波圧については、図-3 に示すとおり、側面に7箇所、底面に4箇所直線上に設置した波圧計により計測した。波圧の計測は、一つの波条件に対して7回繰り返して実施し、波圧計の取り付け面が、沖側から、 0° 、 30° 、 60° 、 90° 、 120° 、 150° 、 180° となるようにケーソンの設置方向を変化させ、ケーソンの壁面に作用する波圧分布を計測

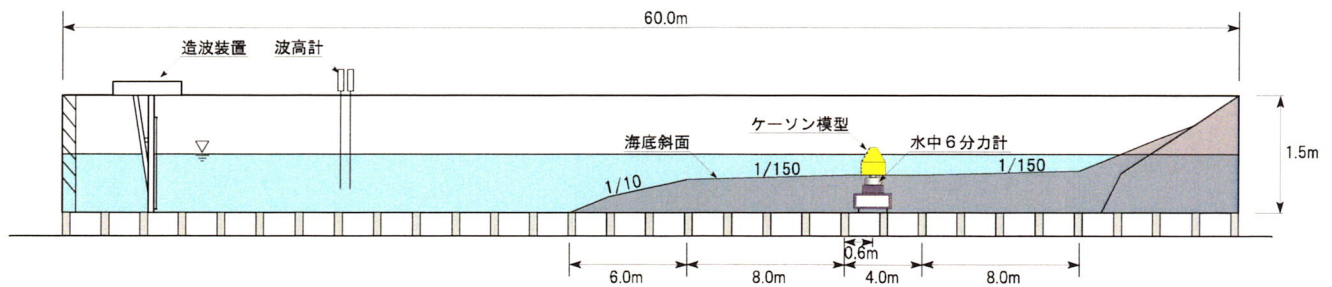


図-1 水理実験装置の概要

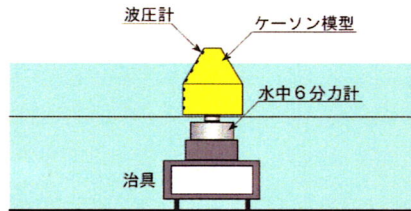


図-2 模型設置

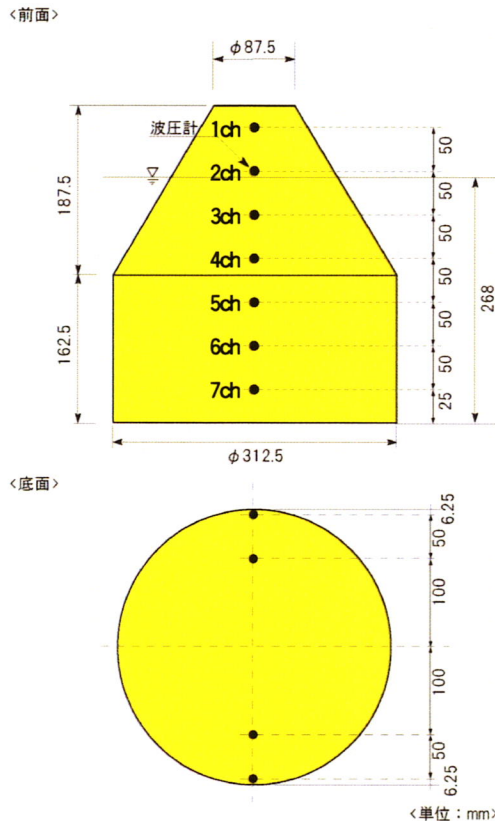


図-3 上部斜面軸対称ケーソンと波圧計測位置

表-1 波浪条件

case	水深 (cm)	有義波高 (cm)	有義周期 (s)
1	26.8	8.9	1.49
2		7.7	1.55
3		9.2	1.38
4		9.0	1.70
5		10.0	1.51
6		12.2	1.65

した。各計測回で、一様水深部に設置した波高計のデータを共通に取得しておき、このデータを元に、各方向の波圧データの同期をとっている。

実験は一方向不規則波で行った。実験で用いた波浪条件を表-1に示す。なお、波力計測実験に先立ち、通過波検定を行って模型設置位置での波高を計測し、所定の波高および周期の波が入射していることを確認している。

(2) 実験結果

実験の結果、得られたデータの一例を図-4に示す。この図には、6分力計により計測された水平波力が最大となる時間帯における、水平波力 F_x 、波圧積分波力 F_x^p 、および、単位長さ当り波力 dF_x^p の時系列を、case6について示す。単位長さ当り波力とは、基礎の単位長さ（高さ）当りの波力で、各計測点で計測された波圧から、次式に従って算出される（図-5参照）。

$$dF_x^p = \sum_{j=1}^{12} p_j l \cos \theta_j \quad (1)$$

ここで、単位長さ波力を算出するにあたり、波圧が波進行方向に対して左右対称であると仮定している。さらに、波圧積分波力とは、単位長さ波力を、水深方向に積分して、水平波力を求めたものである。

図-4をみると、単位長さ波力の位相が底面付近から表面付近にかけて遅くなっており、斜面部の真中付近（静水位付近）の断面波力のピーク値が、6分力計による水平波力のピーク値とほぼ同位相となっていることが分かる。また、この位相は、水位が上昇する向きに静水位を切る位相となっており、慣性力が主要因となっていることがわかる。なお、この結果は他のケースについても同様であった。

図-6には、波圧積分波力と、6分力計から求められた波力の各実験ケースにおける最大値を示す。これを見ると、波圧積分波力と6分力計の出力は、良好に一致しており、模型の取り付け治具の計測への影響は小さいことが分かる。

3. 側壁に作用する波圧・波力の評価

(1) 波力の算定理論

一般に、海洋構造物の波力を算出する際に、構造物の直径と波長との比（回折パラメータ）が0.2程度より大

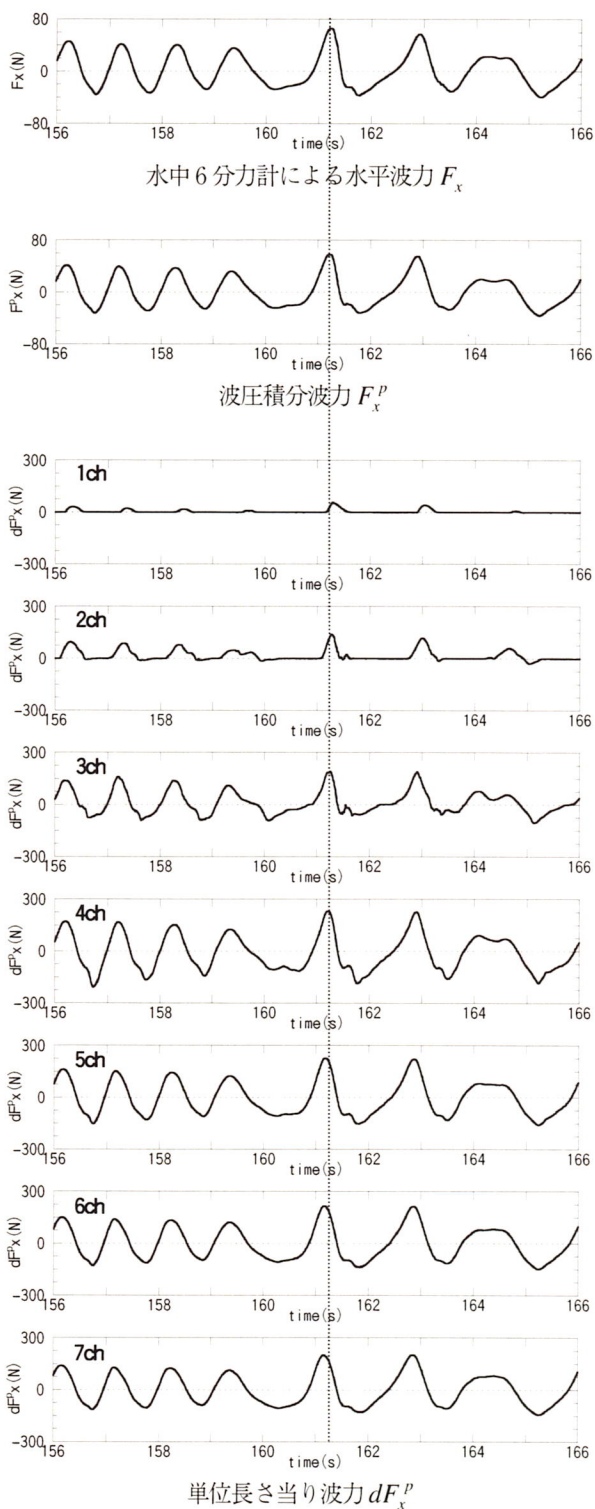


図-4 水理実験で得られた上部斜面軸対称ケーソンに作用する水平波力と断面波力(case6)

きい場合には回折現象が、小さい場合には渦流れの影響が卓越するといわれる。ここで検討の対象としている上部斜面式軸対称ケーソンの場合には、直径が鉛直方向に変化するため、ここでは、回折現象の影響と渦の影響と両者を考えるものとする。

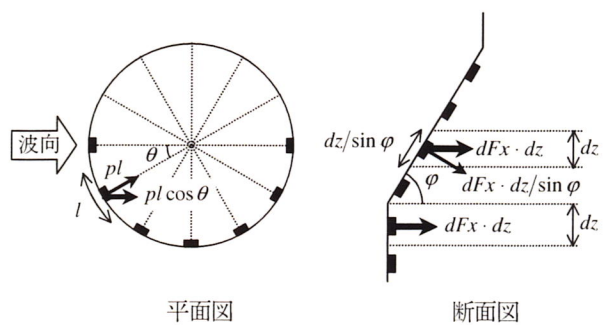


図-5 断面波力の定義図

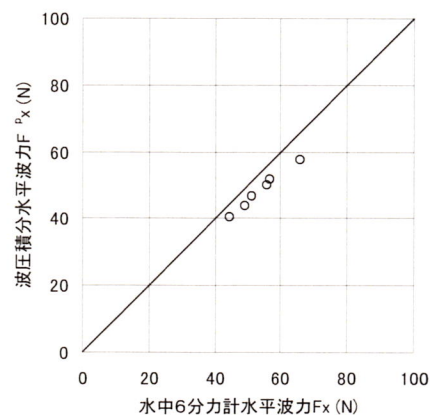


図-6 水平波力と波圧積分波力との最大値の比較

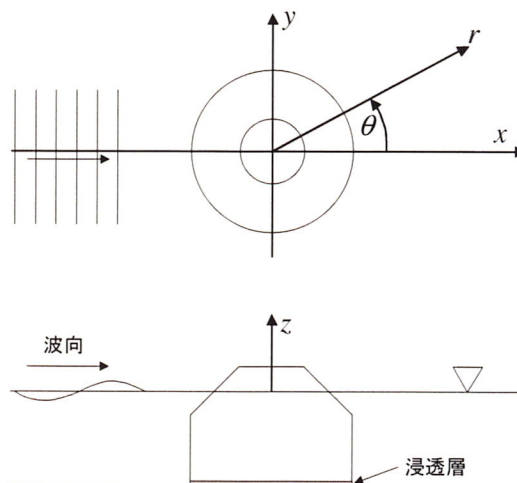


図-7 座標系の定義

(2) 回折波理論

軸対称形状のケーソンの側面に作用する波圧を評価する回折波理論としては、グリーン関数法、固有関数展開法などがある¹⁾。ここでは、取り扱いが比較的簡単である清川ら²⁾の固有関数を展開する方法を考える。

図-7 に示す座標系で用いて、入射波の水位変動 $\eta^{(i)}$ を次式で表す。

$$\eta^{(1)} = ae^{i(kx - 2\pi ft + \varepsilon)} \quad (2)$$

ここに、 a ：半波高、 k ：波数、 f ：周波数である。このとき、基礎中心での x 軸方向の流速成分 u と、加速度 $\dot{u}$ は、次式のとおりとなる。

$$u = \frac{g ak \cosh k(h+z)}{2\pi f \cosh kh} e^{i(-2\pi ft + \varepsilon)} \quad (3)$$

$$\dot{u} = -ig ak \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{i(-2\pi ft + \varepsilon)} \quad (4)$$

線型回折波理論によれば、ケーソンの側面に作用する波圧 p_s の分布は、

$$p_s = \rho g a e^{i(kx - 2\pi ft + \varepsilon)} \sum_{m=0}^{\infty} \left[\left\{ \beta_m J_m(kR) + X_{m0} H_m^{(1)}(kR) \right\} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ X_{mn} K_m(\nu_n R) \frac{\cos \nu_n(h+z)}{\cos \nu_n h} \right\} \right] \cos m\theta \quad (5)$$

$$\beta_m = \begin{cases} 1 & m=0 \\ 2i^m & m \neq 0 \end{cases} \quad (6)$$

で与えられる。ここに、 R ：基礎の半径、 J_m ： m 次のベッセル関数、 K_m ：第2種変形ベッセル関数、 $H_m^{(1)}$ ： m 次の第1種ハンケル関数である。また、 ν_n は、下記の方程式の m 番目の解である。

$$(2\pi f)^2 = -g \nu_n \tan \nu_n h \quad (7)$$

また、 X_{m0} 、 X_{mn} は、複素数の係数で、側壁面において側壁面に直交する方向の速度成分が0となる条件から求められる。具体的な方法は、清川らに詳述されているので、割愛する。

この解を用いる単位長さ当りの水平波力および鉛直波力は、次式で求められる。

$$dF_x = \int_0^{2\pi} -p_s n_r R \cos \theta \, d\theta \quad (8)$$

$$dF_z = \int_0^{2\pi} -p_s n_z R \, d\theta \quad (9)$$

ここに、 n_r 、 n_z は、法線ベクトルの動径方向、鉛直方向の方向余弦半径である。

(3) モリソン式における慣性力係数の評価方法

基礎の単位長さあたりに作用する力(dF)を求めるために、以下のモリソン式³⁾を用いる。

$$dF = \frac{1}{2} \rho C_D u |u| (2R) dz + \rho C_M \frac{du}{dt} (\pi R^2) dz \quad (10)$$

ここに、 C_D ：抗力係数、 C_M ：慣性力係数である。抗力係数は、円形断面に対する $C_D = 1.0$ を用いる。一方、慣性力係数は、線形回折波理論⁴⁾から求められる値

を利用する。上部斜面式軸対称ケーソンの場合には、基礎の単位長さあたりに作用する慣性力は、回折波理論から、

$$\begin{aligned} dF_x &= \int_0^{2\pi} -p_n R \cos \theta \, d\theta \, dz \\ &= -\rho g a n_r R \pi e^{i(-2\pi ft + \varepsilon)} \\ &\quad \sum_{m=0}^{\infty} \left[\left\{ 2iJ_m(kR) + X_{10} H_1^{(1)}(kR) \right\} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ X_{1n} \kappa_1(\nu_n R) \frac{\cos \nu_n(h+z)}{\cos \nu_n h} \right\} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

となる。これを、式(4)で示される加速度を参考にして、慣性力係数を求めると、次式となる。

$$\begin{aligned} C_M &= \text{abs} \left(-\frac{in_r}{Rk} \left[\left\{ 2iJ_m(kR) + X_{10} H_1^{(1)}(kR) \right\} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ X_{1n} \kappa_1(\nu_n R) \frac{\cos \nu_n(h+z)}{\cos \nu_n h} \frac{\cosh kh}{\cosh k(h+z)} \right\} \right] \right) \end{aligned} \quad (12)$$

実験に用いた断面形状、波条件6の有義周期に対して C_M を算出した結果を図-8に示す。円筒に対する慣性力係数は $C_M = 2.0$ で一定値となるのに対し、上部斜面式軸対称ケーソンの場合は、下部で2.0よりやや小さく、斜面部では逆に慣性力係数は増加することがわかる。

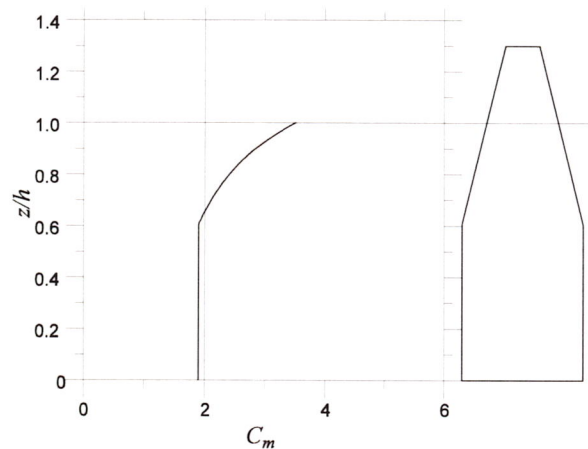


図-8 慣性力係数の分布

(4) 水平力の実験結果と評価値との比較

単位長さ当りの波力を算出するのに、流速分布、粒子加速度の設定が重要となる。また、波浪の不規則性と非線形性を考慮することが必要である。ここでは、最大波力、波圧を評価することとし、最高波高の規則波に対する流速を用いることとした。線型理論(airy波)と流れ関数法⁵⁾による流速と加速度を用いて、単位長さあたり波力の分布を求めた。なお、波高が大きすぎ、流れ関数法が収束しない場合には、収束する最大の波高に対する流速分布を用いた。また、流れ関数法を適用する場合に

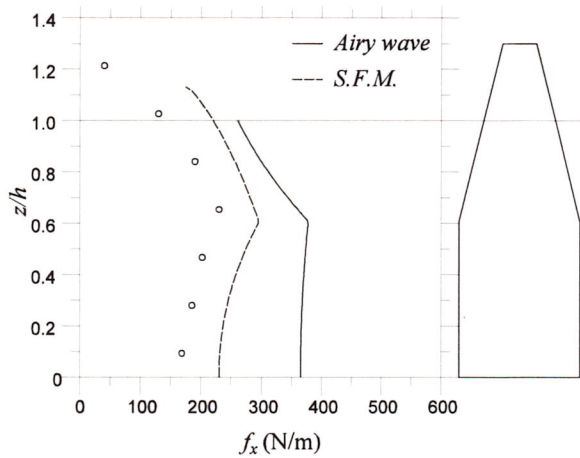


図-9 水平波力最大時の断面波力の分布

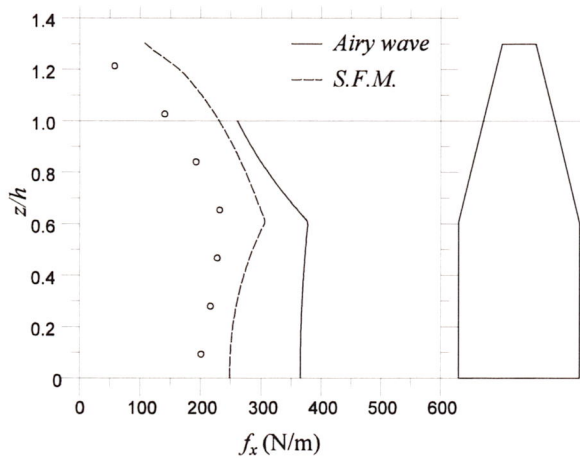


図-10 断面波力最大値の分布

は、慣性力係数の値を水位まで求める必要がある。ここでは、斜面部分の値を水位面までに引き伸ばして用いることとした。

図-9 に水平波力最大時の単位長さあたり波力の鉛直分布を示す。これをみると、線形理論の流速から求めた水平波力最大時の単位長さ当り波力は、実測値の2倍程度大きく、また分布形は実測値に比べて一様な分布となっている。これに対して、流れ関数法による流速分布から求めた波力は、実験値と同様な変化を示し、また波力値も実験値の2～3割増し程度となり、定量的に良好な予測値を与えることがわかる。これは、線形理論では、全水深にわたり加速度が最大となる位相が一定であるのに対して、非線形理論に基づく流れ場は、加速度が最大となる位相が深さに応じてずれるためと思われる。

図-10 に単位長さあたり波力の最大値の分布の計算値と実験値を示す。波力の分布は一様に近づくが、定量的には、流れ関数法による流速に基づく予測結果が実験値をよく表現することがわかる。

図-11 に、実験を実施した全ケースについて、基礎全体に作用する最大水平波力の実験値と流れ関数法の流速を用いた解析値を示す。これをみると、解析値は実験値に比べてやや大きいものの、実験値を良好に再現してお

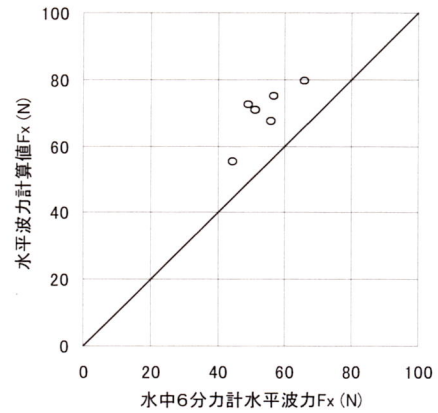


図-11 最大水平波力の計算値と実測値との比較

り、本研究で示す波力評価方法が実用性が高いことがわかる。

4. 底版に作用する波圧・波力の評価

軸対称形のケーソンに作用する鉛直波力を求めるためには、側面に作用する圧力に加えて底面に作用する波圧、波力について、知る必要がある。軸対称ケーソンの底面に作用する波圧については、未知な点が多いため、底版の下に厚さ d の浸透層があるとして、この中の浸透流を解析することにより、底版に作用する波圧・波力を評価することを試みる。荻原⁶⁾ が防波堤底面に作用する波圧を解析した場合と同様に、基礎方程式として非定常の浸透方程式を用いる。円筒座標系で示せば式(13)のようになる。

$$\frac{S}{dK} \frac{\partial p_b}{\partial t} + \frac{\partial^2 p_b}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_b}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p_b}{\partial \theta^2} = 0 \quad (13)$$

ここに、 p_b ：浸透層内の圧力、 K ：透水係数、 S ：貯留係数である。周期解を考えれば、解の関数形は次式となる。

$$p_b = \rho g a \sum_{m=1}^{\infty} Y_m \{ \text{ber}_m(\kappa r) + i \text{bei}_m(\kappa r) \} \cos m\theta e^{i(2\pi ft - \epsilon)} \quad (14)$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{2\pi f S}{dK}} \quad (15)$$

ここに、 ber_m 、 bei_m は、ケルビン関数である。また、 Y_m は複素係数であり、以下に示す境界条件を満足するよう決定すれば良い。

$$r = R(-h)$$

$$p_b = p_s(R, -h) \quad (16)$$

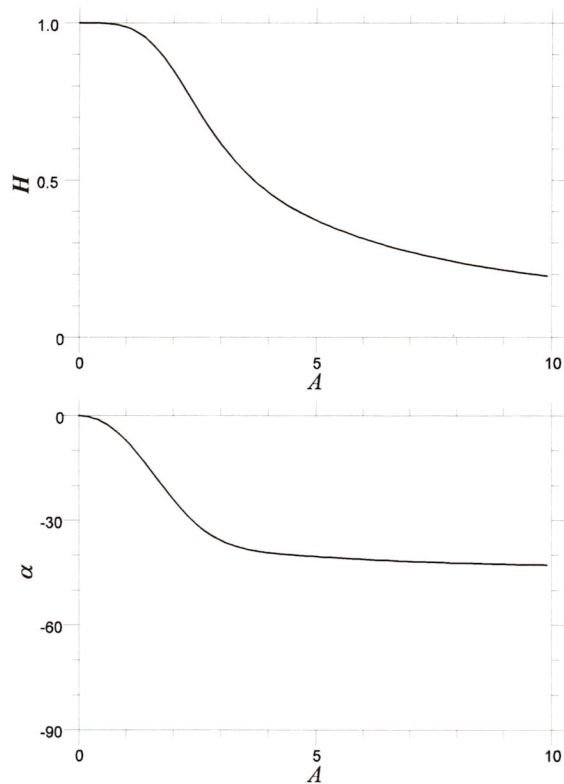


図-12 底面波力の特性

ここに、 $p_s(R, -h)$ は、基礎底面の円周上圧力で、式(5)から求めることができる。ここでは、次式の関数形を仮定する。

$$p_b = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \rho g a P_m \cos m \theta e^{i(-2\pi f t + \varepsilon)} \quad (17)$$

このとき

$$p_b = \sum_{m=0}^{\infty} \rho g a P_m \frac{\text{ber}_m(\kappa r) + i \text{bei}_m(\kappa r)}{\text{ber}_m(\kappa R_0) + i \text{bei}_m(\kappa R_0)} \cos m \theta e^{i(-2\pi f t + \varepsilon)} \quad (18)$$

を得る。この関係を用いると、底面に作用する鉛直方向の力は、次式で表される。

$$\begin{aligned} F_z &= \int_0^{R_0} \int_{-\pi}^{\pi} p_b r d\theta dr \\ &= \rho g a p_0 (2\pi) \int_0^{R_0} \frac{\text{ber}_0(\kappa_1 r) + i \text{bei}_0(\kappa_1 r)}{\text{ber}_0(\kappa_1 R_0) + i \text{bei}_0(\kappa_1 R_0)} r dr e^{i(-2\pi f t + \varepsilon)} \end{aligned} \quad (19)$$

ここに、 R_0 ：海底面におけるケーソンの半径である。

ケーソン側壁の海底部分の平均水圧が底面に作用するとした力を参照値とする。

$$F_{z0} = \pi R_0^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} p d\theta = \pi R_0^2 \rho g a p_0 e^{i(-2\pi f t + \varepsilon)} \quad (20)$$

ここで、浸透理論に基づく垂直力と、この参照値との比が底面に作用する鉛直力の複素増幅率となる。

$$Z = \frac{2}{R_0^2} \int_0^{R_0} \frac{\text{ber}_0(\kappa r) + i \text{bei}_0(\kappa r)}{\text{ber}_0(\kappa R_0) + i \text{bei}_0(\kappa R_0)} r dr \quad (21)$$

新たな変数として、 $R = r / R_0$ 、 $A = \kappa R_0$ を定義すれば、

$$Z = 2 \int_0^1 \frac{\text{ber}_0(AR) + i \text{bei}_0(AR)}{\text{ber}_0(A) + i \text{bei}_0(A)} R dR \quad (22)$$

となり、パラメータは、 $A = \kappa R_0$ のみとなる。増幅率と位相角遅れは、 $H = \text{abs}(Z)$ 、 $\alpha = \tan^{-1}\{\Im(Z)/\Re(Z)\}$ で表される。パラメータ A による H 及び α の変化を図-12 に示す。ここで、 $\Im$ は実部、 $\Re$ は虚部を表す。これより、 A の値が大きいくほど圧力の伝達が悪くなり、位相差が大きくなることがわかる。また、基礎底面に作用する鉛直力の最大値は、式(20)で表される海底面付近のケーソン周囲の圧力の平均値に底面積を掛け合わせたものである。

5. おわりに

本論文では、上部斜面式軸対称ケーソンに作用する波力・波圧を水理模型実験と理論解析により、基本的な特性を調べた。その結果、以下の知見を得た。

- (1) 単位長さ当り水平波力は、非線形理論により求められた流速と水深方向の変化を考慮した慣性力係数を用いたモリソン式により、評価することができる。
- (2) ケーソン底面に作用する鉛直力は、海底面上のケーソンの側面に作用する圧力の平均値に底面積をかけた値が最大となる。また、地盤の透水性が小さいほど、揚圧力の減衰は大きくなり、位相遅れは大きくなる。

参考文献

- 1) 土木学会海岸工学委員会編：波・構造物・地盤の調査・設計手法調査・研究報告書，1993。
- 2) 清川哲志・小林浩・日野幹雄：軸対称構造物による波の散乱と波力，土木学会論文報告集，第321号，pp.103-112，1982。
- 3) Morison, J. R., M.P. O'Brien, J. W. Johnson and S. A. Schaaf : The force exerted by surface waves on piles, Petroleum Transactions, A. I. M. E., Vol. 189, 1950.
- 4) MacCamy, R. C. and Fuchs : Wave forces on piles; a diffraction theory, Tech. Memo., No.69, Beach Erosion Board, pp.1-17, 1954.
- 5) Dean, R. G. : Stream function representation of nonlinear ocean waves, J. Geophys. Res., Vol.70, pp.4561-4572, 1965.
- 6) 荻原国宏：ケーソン防波堤底面に作用する波圧，東洋大学工学部研究報告，第20号，1985。