

個別の波高分布に及ぼすスペクトル形状の影響評価

EXAMINATION OF SPECTRAL EFFECTS ON THE DISTRIBUTION OF INDIVIDUAL WAVE HEIGHTS

合田良実¹・久高将信²
Yoshimi GODA and Masanobu KUDAKA

¹名誉会員 工博 横浜国立大学名誉教授(株)エコー 顧問(〒110-014 東京都台東区北上野2-6-4)

²正会員 (株)エコー 沿岸デザイン本部海象解析部長(〒110-014 東京都台東区北上野2-6-4)

The spectral width parameters ε and ν defined with spectral moments exercise little influence on the distribution of zero-crossing wave heights. Quasi-applicability of the Rayleigh distribution to wave heights holds for wind waves regardless of the parameter values of ε and ν . The spectral shape parameter κ related to the autocorrelation of wave envelopes is the governing factor for the distributions of wave heights. Various data of numerical simulations and field observations support the significance of the spectral shape parameter κ .

Key Words : Wave height, distribution, spectral shape parameter, spectral width parameter

1. まえがき

不規則波浪中の個別波高の分布は, Longuet-Higgins¹⁾によってレーリー分布にほぼ従うとされる. この理論分布はスペクトルの帯域幅が狭いことを条件とするため, 風波のように帯域幅が広い場合にその適用性を疑問視する理論家も少なくない. しかし, 波高をゼロアップクロス法で定義する限り, レーリー分布がほぼ適用できることが多くの観測データで検証されている. とはいっても, 近年話題となっている長周期波においては, 波高分布がレーリー分布よりも10%以上狭くなることが知られており, スペクトル形状が波高分布に影響を及ぼすことは否定できない.

この研究は, スペクトル形状のどのようなパラメータが波高の分布特性をもっとも適切に表すことができるか, シミュレーションおよび現地波形データを用いて定量的に検討したものである.

波高分布の特性を表すものとして, 本論文ではゼロアップクロス法で定義される有義波高 $H_{1/3}$ と波形の自乗平均平方根値 $\eta_{rms} = m_0^{1/2}$ との比率を用いる. 波高がレーリー分布に従うときには $H_{1/3} / \eta_{rms} = 4.004$ となるのに対し, 実際の波浪ではこの比率が約3.8と理論値の約5%減の値にとどまることが知られている.

2. スペクトル形状の表示パラメータ

周波数スペクトルの帯域幅を表示するパラメータとして, Cartwright・Longuet-Higgins²⁾は式(1)で定義されるスペクトル幅パラメータ ε を提示した.

$$\varepsilon = [1 - m_2^2 / (m_0 m_4)]^{1/2} : 0 \leq \varepsilon \leq 1 \quad (1)$$

ここに, m_n は式(2)のスペクトル $S(f)$ に関する n 次モーメントである.

$$m_n = \int_0^\infty S(f) f^n df \quad (2)$$

帯域幅が狭いとは, $\varepsilon \ll 1$ を意味する. その後さらに Longuet-Higgins³⁾は, 波高と周期の結合分布の理論において, 別のスペクトル幅パラメータ ν を提示した.

$$\nu = [m_0 m_2 / m_1^2 - 1]^{1/2} : 0 \leq \nu \leq 1 \quad (3)$$

両パラメータの値が小さいときには $\nu \approx (1/2) \varepsilon$ である.

この二つのパラメータは周波数スペクトルの高周波数側の影響を強く受けるため, 風波にあってはスペクトルピークの形状に関わりなく, 1に近い大きな値をとる. しかし, スペクトルの全体形状の表示には, Rice⁴⁾による式(4)のほうが適切である. この式は原式を合田⁵⁾がやや書き換え, 波高の連長の理論の紹介に用いたものであり, スペクトル形状パラメータと呼ぶことにする.

$$\kappa(\bar{T})^2 = \left| \frac{1}{m_0} \int_0^\infty S(f) \cos 2\pi f \bar{T} df \right|^2 + \left| \frac{1}{m_0} \int_0^\infty S(f) \sin 2\pi f \bar{T} df \right|^2 \quad (4)$$

ここに、 $\bar{T}$ は平均周期である。なお、理論スペクトルについては平均周期として $T_{01} = m_0/m_1$ を用いる。また、式(2)、(4)の計算はスペクトル密度が与えられた全範囲について行う。

3. 波形の数値シミュレーションデータ

(1) 数値計算に用いる周波数スペクトル

1970年にGoda⁶⁾は、関数形が式(5)～(7)のスペクトル形状を持つ不規則波形の線形数値シミュレーションを行い、スペクトルと統計量の関係を調べた。

F型スペクトル：

$$S(f) = A f^{-5} \exp[-1.25 f^{-4}] \quad (5)$$

$$: f_{\min} = 0.5, f_{\max} = 2.0 - 10.0$$

M型スペクトル：

$$S(f) = A f^{-m} \exp[-1.25 f^{-0.8m}] \quad (6)$$

$$: f_{\min} = 0 - 0.95, f_{\max} = 1.25 - 5.0$$

D型スペクトル：

$$S(f) = A \left\{ f^{-5} \exp[-1.25 f^{-4}] + \alpha (2.5 f)^{-10} \exp[-1.25 (2.5 f)^{-8} - 1] \right\} \quad (7)$$

$$: f_{\min} = 0.3, f_{\max} = 6.0$$

このうち、F型スペクトルは風波の標準スペクトルであるPierson・Moskowitz型あるいはBretschneider・光易型と同一の関数形であり、スペクトルのピーク周波数を $f_p = 1.0$ に設定している。そして、スペクトルの上限周波数を $f_{\max} = 2.0$ から10まで6通りに変えて設定した。定数 A は、0次モーメント m_0 が1.0となるように調整するためのものである。

さらにGoda⁷⁾は1988年に、修正JONSWAP型(式.8)および修正Wallop型(式.9)スペクトルの数値波形シミュレーションも行っている。

J型スペクトル：

$$S(f) = A f^{-5} \exp[-1.25 f^{-4}] \gamma^{\exp[-(f-1)^2/2\sigma^2]} \quad (8)$$

$$: \sigma = 0.07 \text{ for } f < 1, \sigma = 0.09 \text{ for } f \geq 1$$

$$: f_{\min} = 0.6, f_{\max} = 6.0$$

W型スペクトル：

$$S(f) = A f^{-m} \exp[-(m/4) f^{-4}] \quad (9)$$

$$: f_{\min} = 0.6, f_{\max} = 6.0$$

なお、これらの周波数スペクトルの形状については合田⁸⁾を参照されたい。

(2) 数値シミュレーション波形における波高分布

線形重ね合わせによる数値シミュレーションで得られた波形について、ゼロアップクロス法で個々波を定義し、波高の度数分布を求めて確率密度関数の形に表したものを図-1～3に示す。いずれも5～10回の繰り返し計算の集合平均であり、比較のためにレーリー分布の理論値を実線で示してある。

スペクトルのピークが鋭い $m=20$ のM型スペクトルの場合には、図-1のように、波高分布はレーリー分布に極めて近い。風波を代表する $m=5$ のF型スペクトルでは、レーリー分布に比べて波高の最頻値付近の出現率がやや高く、大波高の部分の出現率がやや低い。しかし、全体としてはレーリー分布にかなり近い形である。うねりに少し風波が重なった二山形スペクトルD-4型では、波高の小さい波の割合が多く、中程度の波高の出現率が低くなって、波高分布はレーリー型とかなり食い違う。それでも、波高の大きな部分ではレーリー分布との乖離が小さい。したがって、 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ の比率もレーリー分布による4.0の値に近いことが予想される。

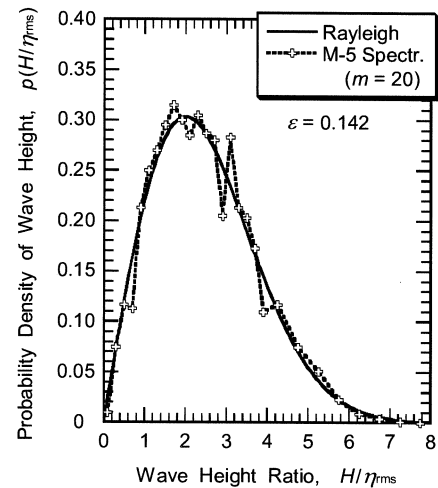


図-1 M型スペクトル ($m=20$) の波高分布

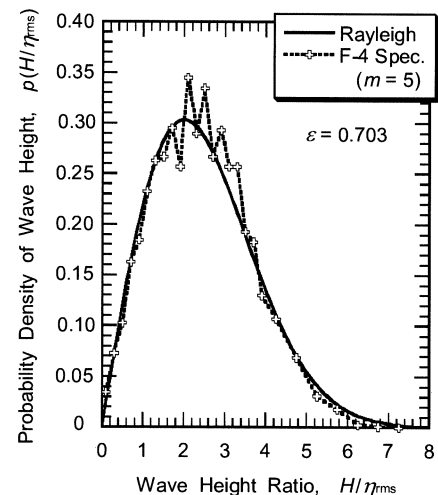


図-2 F型スペクトル ($m=5$) の波高分布

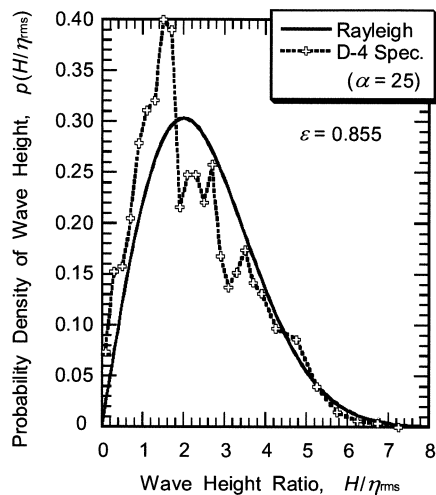


図-3 D型スペクトル($\alpha=25$)の波高分布

4. 現地波浪観測データの概要

(1) 初期の波浪観測データ

1974年に合田・永井⁹⁾は、表-1に記載した5港の観測値を用いて波浪の統計的性質を検討した。まず名古屋港のデータは、1969年度に高潮防波堤外のロボット観測塔および堤内の2箇所の観測槽に取り付けられた容量式波高計で観測した総計92データである。このうち、32データは周波数スペクトルが複数のピークを示す。この名古屋港のデータはほぼ深海波とみなされる。

表-1 合田・永井が解析した初期の波浪観測データの要目

観測地点	波高計	水深 (m)	Δt (s)	$H_{1/3}$ (m)	$T_{1/3}$ (s)
名古屋港	容量式	7.2~ 7.7	0.17 0.25	0.2~1.4	1.8~4.0
留萌港	階段抵抗	11	0.5	2.2~7.1	5.9~11.7
山背泊港	同上	12	0.5	1.9~6.2	7.7~15.6
苫小牧港	同上	10, 13	1.0 0.5	2.9~5.8 2.6~2.8	7.7~10.9 6.7~7.5
同上	超音波式	20	0.5	2.4~2.5	6.9~7.4
金沢港	同上	20	1.0	1.0~6.8	4.7~12.4

留萌港、山背泊港、および苫小牧港の観測データは旧北海道開発局から提供していただいた。留萌港は1968年と1970~1972年、山背泊港は1970年、苫小牧港は1965年と1972年の観測記録である。金沢港のデータは旧運輸省第一港湾建設局から提供していただいたもので、1970~1972年の観測記録である。留萌港のデータは44個、山背泊港は9個、苫小牧港は13個、金沢港は13個である。これらのデータは浅海域の波のものである。

(3) 超遠地うねりのデータ

カルデラ港は、中米コスタリカ国の太平洋岸に1970年代後半から1980年代前半にかけて開発された港である。中米から南米にかけての太平洋沿岸には、南極海で発生した高波がうねりとなり、赤道を超えて伝播する現

象が卓越する。カルデラ港でも1981年5月に、有義波高1.6~3.5m、有義波周期15~18sの典型的なうねりが3度にわたって記録された。Goda¹⁰⁾は、これらのうねりが南緯50°~60°、西経120°~160°のニュージーランド南東沖海域で発生し、カルデラ港まで7,000~9,000kmの距離を5~7日をかけて伝播したことを解明した。

これらのうねりは、周波数スペクトルのピークが極めて鋭く立ち上がっており、修正 JONSWAP 型スペクトルを当てはめると、ピーク増幅係数 γ が平均で8~9、高周波数側の減衰が $f^{-8} \sim f^{-10}$ に相当するものであった。また、スペクトル成分波間の非線形干渉によって発生する2次スペクトルが、低周波数側および高周波数側の両方に顕著に現れることも特徴的であった。

カルデラ港については、30分間の波形記録51データを解析対象とした。全データの有義波高の平均は2.60m、有義波周期の平均は16.7sであった。

(4) 近時波浪観測 データ

現在、独立行政法人港湾空港技術研究所では、国土交通省港湾局、各地方整備局、北海道開発局、沖縄総合事務局、国土技術政策総合研究所との相互協力の下に、「全国港湾海洋波浪情報網(NOWPHAS)」を展開し、日本沿岸55地点の波浪定常観測を実施している。このたびは港湾空港技術研究所の許可を得て、2003年のむつ小川原港、上川口港、および中城港の3地点、各4日間の観測成果を利用した。対象期間は、うねりと風波が混在して周波数スペクトルが二山形となる場合を含むように選んだ。この3地点の観測データの概要を表-2に示す。データ数は各地点とも48個である。

また以前に合田¹¹⁾は、1985年2月の酒田港の観測記録を解析して統計的性質のデータの一部としたことがある。このときの個別の波形データ等は保存されていないが、有義波高1.0m以上の188ケースの平均値が研究ファイルに記載されているので、その結果も適宜利用する。

表-2 近時波浪観測データの要目

観測地点	波高計	水深 (m)	Δt (s)	$H_{1/3}$ (m)	$T_{1/3}$ (s)
むつ小川原港	超音波式	49	0.5	0.4~3.7	3.9~12.8
上川口港	同上	25	0.5	0.5~2.8	4.7~9.9
中城港	同上	46	0.5	1.3~4.5	5.7~11.2
酒田港	同上	49	0.5	平均 2.4	平均 7.2

(5) 長周期波スペクトルデータ

近年は、港内静穏度その他の観点から波浪の長周期成分について関心が集まっており、NOWPHASにおいても周波数帯別のエネルギー波高を常時計算し、出力している。港湾によっては、長周期波を対象とした特別の調査解析を行っている。たとえば、旧運輸省第三港湾建設局神戸調査設計事務所では平成11年度に、高知港の波浪の観測記録に含まれる長周期波成分を検出して解析し

た(神戸調設¹²⁾)。

方法としては水深-48mの超音波式波高計の連続出力にローパスフィルターをかけて $\Delta t=5s$ で波形を出力させ、2時間ごとの連続1024個のデータ(5120s)を対象として高速フーリエ変換を行う。そして、そのうち $f_c=1/30Hz$ 以下のフーリエ振幅を用いて逆FFT変換を行い、長周期波の波形を再現したものである。

この調査報告書には51事例の長周期波形から算出した波高分布の図表が記載されており、ゼロアップクロス法で求めた有義波高も付記されている。このうち、波形の自乗平均平方根値 η_{rms} が5cm以上のデータ29ケースを対象として解析を行った。長周期波の有義波高は0.18~0.63mであった。なお、報告書には η_{rms} の値も付記されていたが、スペクトルの数値から求めた値よりも若干小さい傾向があったため、ここではスペクトルから再計算した m_0 に基づく値で整理した。

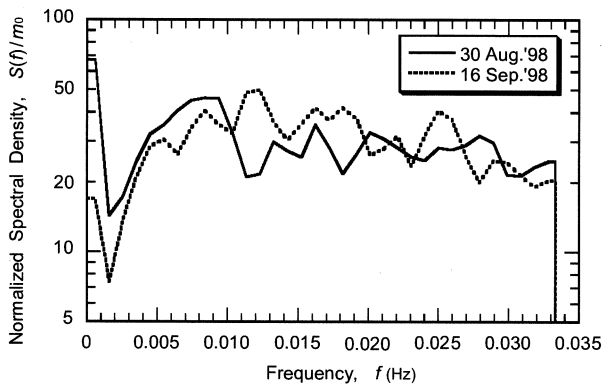


図-4 高知港の長周期波の無次元スペクトル

図-4は、高知港における長周期波のスペクトルの事例である。スペクトルは $\Delta f=1/5120Hz$ ごとに算出された値を隣接する5本の単純平均として平滑化し、さらに連続する4~5ケースの集合平均として提示している。ただし、スペクトルの積分値が $m_0=1$ となるように無次元化して表示している。長周期波は上述のように、 $f<1/30Hz$ の波浪成分として定義されており、この範囲ではほぼ様なスペクトル密度となっている。

5. 波高比に及ぼすスペクトル形状の影響

(1) スペクトル幅パラメータ ε と波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$

次に、波高分布がレーリー分布に従う度合いの指標として波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ を取り上げる。1.で述べたように、レーリー分布ではこの比率が4.004となる。まず、数値シミュレーションの波形について、図-5の結果が得られた。

数値シミュレーションのデータのうち、繰り返し回数が少ないF,MおよびD型スペクトルについては、平均値に対する標準偏差の推定値の大きさに相当する線分を平均値の上下に付けて表示している。修正JONSWAP型およびWallops型はデータ数が多いので、平均値のみ

を示した。

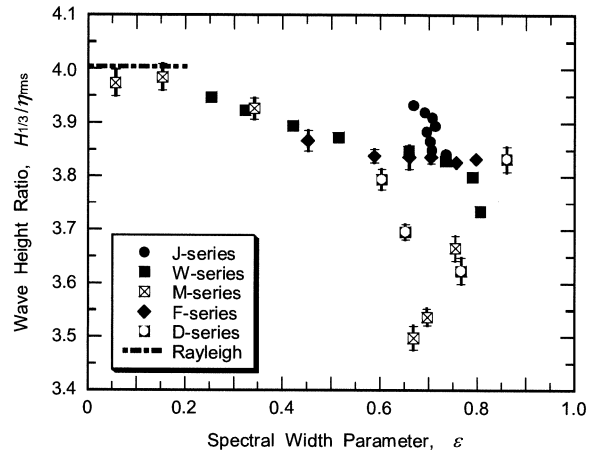


図-5 数値シミュレーションによる $H_{1/3}/\eta_{rms}$ と ε の関係

図から明らかなように、スペクトル幅パラメータ ε が小さいときには波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ が理論値の4.004に近く、 ε が増大するにつれて波高比が次第に小さくなる。それでも、スペクトル形状が非常に平たいM型スペクトルの3ケースおよび二山形のD型スペクトルの2ケースを除けば、波高比は3.7以上の値を保持している。すなわち、数値シミュレーション波形の個々波の波高はスペクトル形状に関わりなく、レーリー分布にかなり近い。

なお、修正JONSWAP型スペクトルは、ピークの増幅係数 γ を大きくするにつれてピークが鋭く尖るようになるけれども、高周波数側の形状は相似形にとどまる。このため、スペクトル幅パラメータ ε はほとんど変化しない。これに対して修正Wallops型スペクトルの場合には、高周波数側の周波数のべき指数を変えてスペクトル形状を変えるため、スペクトル幅パラメータ ε が広範囲に変化する。

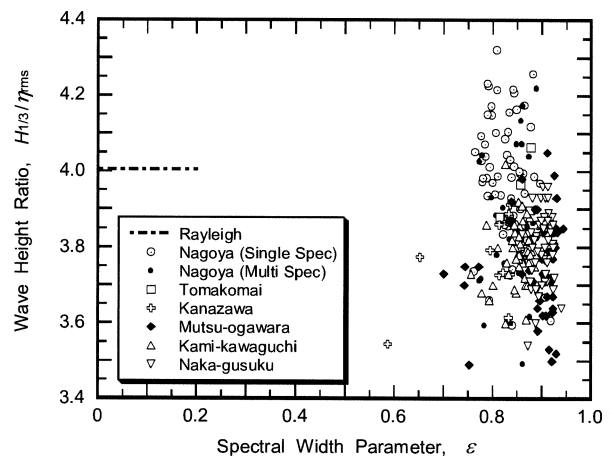


図-6 現地データによる $H_{1/3}/\eta_{rms}$ と ε の関係

次に、現地観測データについて波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ とスペクトル幅パラメータ ε の関係を調べた結果を図-6に示す。 ε の値は観測スペクトルから式(1)で計算した。ただし、留萌港と山背泊港のデータは波の非線形性の影響

が強いいため、この図には記載していない(合田⁸⁾参照)。

図-6に見られるように、スペクトル幅パラメータ ε の大半は0.75~0.95の値をとり、この範囲では波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ が ε とは無相関に3.5~4.3の範囲に散らばっている。

この図-5, 6の数値シミュレーションおよび現地波浪データの結果から、スペクトル幅パラメータ ε は波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ に対して影響を及ぼすことがないと結論することができる。

(2) スペクトル幅パラメータ ν と波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$

次に、周波数スペクトルの帯域幅を表すもう一つのパラメータ、すなわち式(3)で定義される ν の影響について検討してみる。図-7は、数値シミュレーション波形から得られる波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ と ν の関係である。

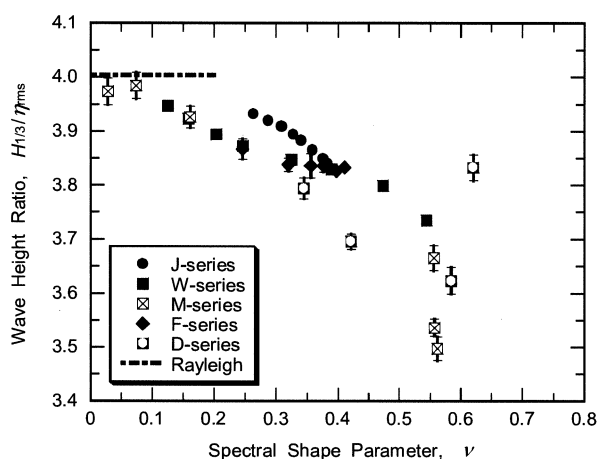


図-7 数値シミュレーションによる $H_{1/3}/\eta_{rms}$ と ν の関係

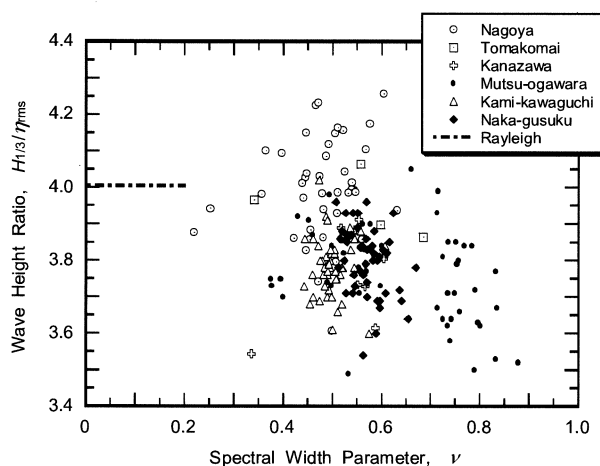


図-8 現地データによる $H_{1/3}/\eta_{rms}$ とパラメータ ν の関係

スペクトル幅パラメータ ν の場合は、修正JONSWAP型のピーク増幅係数 γ の大きさに応じてその値がかなり変化し、Wallops型スペクトルとの差異が小さい。このため、図-5のパラメータ ε の場合よりも波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ に及ぼす影響がやや分かりやすくなっている。

一方、現地波浪データの場合には図-8のような結果となる。波高比は数値シミュレーションの平均的傾向よ

りも高い位置に広範囲に分散しており、スペクトル幅パラメータ ν との相関の度合いが低い。したがって、スペクトル幅パラメータ ν もまた、波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ を支配するものではないと結論できる。

(3) スペクトル形状パラメータ κ と波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$

数値シミュレーション波形における波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ のデータをスペクトル形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ に対してプロットすると、図-9の結果が得られる。

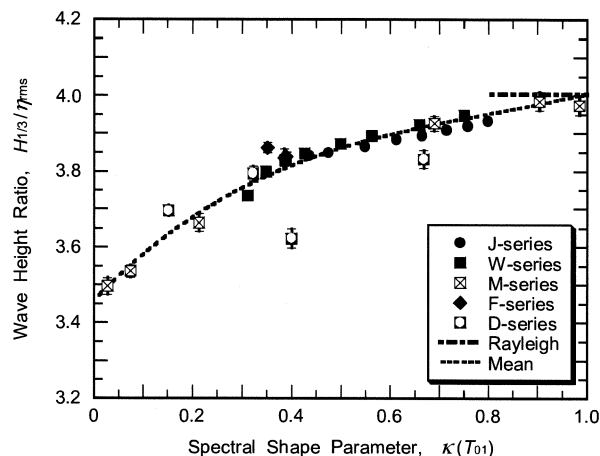


図-9 数値シミュレーションによる $H_{1/3}/\eta_{rms}$ と $\kappa(T_{01})$ の関係

M型スペクトルの場合には形状パラメータの値も $\kappa(T_{01}) = 0.03 \sim 0.98$ と大幅に変化し、それに応じて波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ も滑らかに変化する。他のスペクトル関数の結果も、D-3とD-4型スペクトルを除けば、共通の変化傾向を示しており、全体として波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ とスペクトル形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ の関係曲線(図の凡例のMean)を描くことが可能である。すなわち、波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ の値はスペクトル形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ によって規定されるといえる。

現地波浪観測データについて同様な整理をすると、図-10の結果が得られる。表-1に記載した初期波浪観測データについては、スペクトル情報が保存されていないため、形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ を算出することができず、ここでは記載していない。

平均値で示しているカルデラ港と酒田港のデータは数値シミュレーションで得られた関係曲線にほぼ乗っている(酒田港は $\kappa=0.41, H_{1/3}/\eta_{rms}=3.84$ で他港の記号に埋まっている)。個別のデータをプロットしているむつ小川原港を含む4港の場合にはデータの散らばりが大きいため、判断がむずかしい。しかし、高知港の長周期波のデータはスペクトル形状パラメータの値が小さく、波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ が3.2~3.7と小さくなっている。この結果、観測値全体としては、数値シミュレーションで得られた波高比と形状パラメータの関係にほぼ従っている。

個別のデータのばらつきが大きいのは、母集団が同一条件であっても、不規則波の波形が具体化した標本ごとに異なる波形となり、有義波高等の統計量に変動するためである。通常の解析では、有義波高が約6%の変動係

数を伴うと推定される（合田⁵⁾，表-9.4参照）．波高比の平均を3.8とすると，この変動係数はデータ全体の約68%が波高比3.57～4.03の範囲に分布することを意味する．実際には $H_{1/3}$ に連動して η_{rms} も変化するため，データのばらつきの幅は上の範囲よりもやや狭い．分散の度合いを縮めるには，港毎の平均値表示が有効である．

現地データのうち，風波とうねりの重畳によってスペクトルが二山形になっているものは，黒丸で示した．表-2に記載の4港のうち単峰型スペクトルの波浪の加重平均を用いると，スペクトル形状パラメータが $\kappa = 0.42$ ，波高比が $H_{1/3}/\eta_{rms} = 3.83$ となる．これに対して複数ピーク型スペクトルの場合には，形状パラメータが0.40とほぼ同一であっても，波高比は3.71と明らかに小さくなっている．また，スペクトル密度がほぼ様な高知港の長周期波の場合には，形状パラメータが0.10程度の低い値であり，波高比も $H_{1/3}/\eta_{rms} = 3.45$ と低下している．

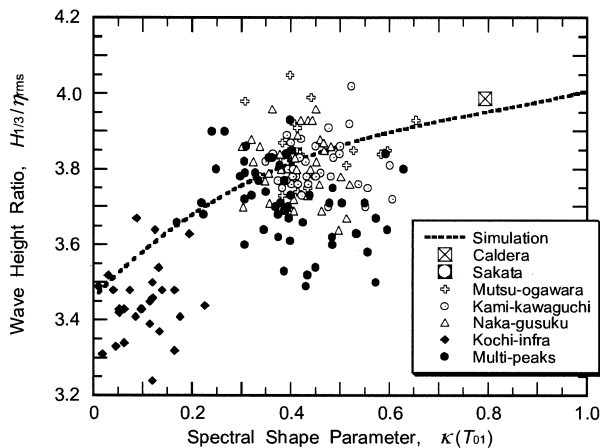


図-10 現地データによる $H_{1/3}/\eta_{rms}$ と $\kappa(T_{01})$ の関係

現在，長周期波の有義波高を推定する方法として，たとえば周波数スペクトルのうちで周期30秒以上に相当する部分のエネルギー m_{0L} を求め，これから $H_{1/3} = 4.0 m_{0L}^{1/2}$ として算定することが多い．しかし，高知港の長周期波の結果と比べると，この比例係数4.0は明らかに過大であり，実際よりも平均で16%も大きく見積もっていることになる．

波のスペクトル形状が波高分布に及ぼす影響は，波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ よりも波高の標準偏差 σ_H に関する波高比 σ_H/η_{rms} のほうに強く現れる．図-11は数値シミュレーションの結果であり，波高の相対標準偏差 σ_H/η_{rms} がスペクトル形状パラメータ $\kappa(T_{01})$ によってほぼ一義的に定まる状況を示している．

波高の相対標準偏差 σ_H/η_{rms} はレーリー分布の場合には1.309の値をとる．数値シミュレーション結果では σ_H/η_{rms} がこれよりも小さいものが多く，波高分布の幅が狭いことを示唆しており，波高比 $H_{1/3}/\eta_{rms}$ がレーリー分布の場合の4.004よりも小さいことに対応している．ただし，スペクトル形状パラメータの下限である $\kappa(T_{01}) = 0$ の場合には波高の相対標準偏差が $\sigma_H/\eta_{rms} = 1.0$ まで低下しており，レーリー分布の場合の76%となっている．

図-9の有義波高の場合には， $\kappa(T_{01}) = 0$ のときに波高比が $H_{1/3}/\eta_{rms} = 3.46$ と，レーリー分布の場合の86%であったので，標準偏差のほうがスペクトル形状に対する感受性が高いと言える．

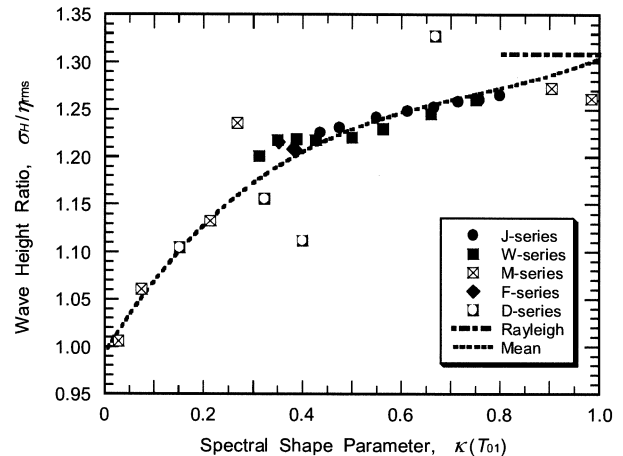


図-11 数値シミュレーションによる σ_H/η_{rms} と $\kappa(T_{01})$ の関係

なお，現地波浪観測データについては波高の標準偏差を算出していないため，波高の相対標準偏差 σ_H/η_{rms} とパラメータ $\kappa(T_{01})$ との関係を確認することができない．今後の検討課題の一つである．

参考文献

- Longuet-Higgins, M.S.: On the statistical distribution of sea waves, *J. Marine Res.*, **XI** (3), pp. 245-265, 1952.
- Cartwright, D.E. and Longuet-Higgins, M.S.: The statistical distribution of the maxima of random function, *Proc. Roy. Soc. London, A*, **237**, pp. 212-232, 1956.
- Longuet-Higgins, M.S.: On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves, *J. Geophys. Res.*, **80** (18), pp. 2688-2694, 1975.
- Rice, S.O.: Mathematical analysis of random noises, reprinted in *Selected Papers on Noise and Stochastic Processes* (Dover Pub., 1954), pp. 132-294, 1945.
- 合田良実：港湾構造物の耐波設計（増補改訂），鹿島出版会，333p., 1990.
- Goda, Y.: Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, **9** (3), pp. 3-57, 1970.
- Goda, Y.: Statistical variability of sea state parameter as a function of wave spectrum, *Coastal Engineering in Japan*, JSCE, **13** (1), pp. 39-52, 1988.
- 合田良実：個別波高の分布に及ぼすスペクトル幅および形状パラメータの影響について，ECOH/YG 技術論文 No. 6, 2005年5月，12p. (URL: <http://www.ecoh.co.jp> 顧問の頁)
- 合田良実・永井康平：波浪の統計的性質に関する調査解析，港湾技術研究所報告，**13** (1)，pp. 3-37, 1974.
- Goda, Y.: Analysis of wave grouping and spectra of long-travelled swell, *Rept. Port and Harbour Res. Inst.*, **22** (1), pp. 3-41, 1983.
- 合田良実：波浪の統計的性質に関する二，三の数値的検討，港湾技術研究所報告，**24** (4)，pp. 65-102, 1985.
- 神戸調設：平成11年度高知港船舶動揺検討調査報告書，運輸省第三港湾建設局神戸調査設計事務所・（財）沿岸開発技術研究センター，2000.