

# VOF法による波動場解析の精度と 適用性に関する検討

## STUDY ON THE APPLICABILITY OF WAVE SIMULATION BY VOF METHOD

山城 賢<sup>1</sup>・吉田 明德<sup>2</sup>・古本裕一<sup>3</sup>・久留島暢之<sup>4</sup>・金 相昊<sup>5</sup>  
Masaru YAMASHIRO, Akinori YOSHIDA, Hirokazu FURUMOTO, Nobuyuki KURUSHIMA  
and Sangho KIM

<sup>1</sup>正会員 博(工) 九州大学助手 大学院工学研究院 (〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)

<sup>2</sup>正会員 工博 九州大学助教授 大学院工学研究院 (〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)

<sup>3</sup>学生会員 九州大学大学院工学府海洋システム工学専攻 (〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)

<sup>4</sup>正会員 工修 ㈱エコー 沿岸デザイン本部 調査解析部 (〒110-0014 東京都台東区北上野2-6-4)

<sup>5</sup>学生会員 九州大学大学院工学府海洋システム工学専攻 (〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)

The applicability of the VOF method to wave motions was investigated by using a computation model, 'CADMAS-SURF', provided by Costal Development Institute of Technology. First, simple linear and non-linear regular waves were calculated with several combinations of different sizes of cells and time steps, and the numerical results were compared with theoretical ones. It was found that the reproducibility decreases as the wave height increases. Next, random wave run-ups along a vertical seawall were calculated, and the results were compared with the experimental results obtained by model experiments using two-dimensional wave tank. It was also found that the VOF model can roughly reproduces the wave run-up, but the model cannot reproduce the intense wave run-ups in detail.

**Key Words :** VOF, CADMAS-SURF, calculation accuracy, wave run-up, PIV

### 1. まえがき

近年, 沿岸域における波動場の数値解析法に関する研究は盛んに行われており, 多くの数値解析法が提案されている. 中でも, VOF法<sup>1)</sup>は砕波等の強非線形現象までも取り扱えることから, 数々の問題に適用されており, 実用を目的とした数値波動水路 (CADMAS-SURF)<sup>2)</sup>と呼ばれる数値モデルが開発された. 数値波動水路はその開発段階において計算精度に関する多くの検討がなされ, ある程度の計算精度を満足するためのセル幅等の計算条件について一定の基準が示されている. しかしながら, 最適な計算条件や計算精度の限界については, 対象とする問題に応じてそのつど調べて適用するというのが実情と思われる. 著者らはBEMとVOFを結合した波動場解析法<sup>例えば, 3), 4)</sup>を開発中であり, 一連の研究の中でVOF法本来の計算精度を十分に把握することの重要性を認識した. そこで, 本研究ではVOF法に基づく数値波動水路を使用し, まず単純な定形波の伝播を対象に,

特に計算領域を分割するセルの大きさと計算精度および計算に要する時間との関連を調べた. 次いで, 複雑な波動現象の一例として直立壁における波の打上げを対象に, VOF法の再現性について検討した.

### 2. 定形進行波の伝播に関する精度検証

#### (1) 計算条件

計算条件は「数値波動水路の研究・開発」<sup>2)</sup>で行われている定形進行波の伝播に関する精度検証の条件を参照した. 解析領域を図-1に示す. 水深を10mとし, X方向に10L (Lは波長), Z方向に水深の2倍の領域をとり, 右端より3Lのエネルギー減衰帯を設けた. 造波モデルには造波境界を使用し, 領域の右端はスリップ境界とした. 図中の観測点1, 2, 3, 4はそれぞれ造波境界から1セル, 1セル+2L, 1セル+3L, 1セル+4Lに位置する. この計算領域において, 周期 $T=8.007s$ , 波高 $H=0.5m$  (微小振幅波),  $1.0m$  (ストークス波) および $4.0m$  (クノイド波) の入

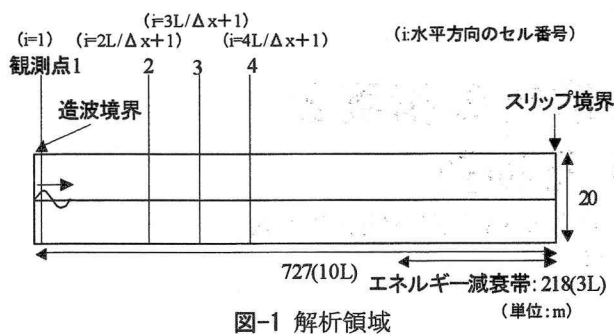


図-1 解析領域

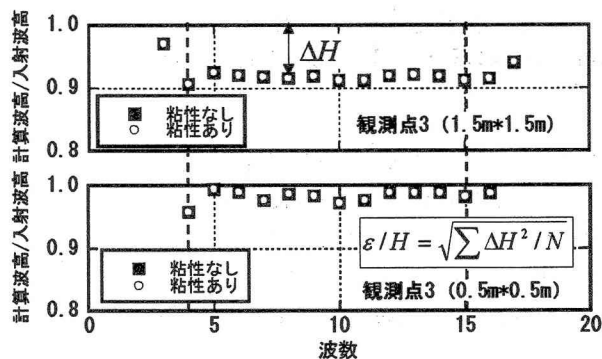


図-2 波高の変動

射波をそれぞれ20T間造波した。タイムステップは自動時間刻み幅とし、流速・圧力の境界条件はスリップ、VOF関数Fの境界条件はフリーとした。なお、「数値波動水路の研究・開発」<sup>2)</sup>によれば、差分スキームやDONORパラメータが計算結果に大きく影響することが指摘されているが、ここでの検討においては、後述するように、特にセルの大きさによる計算精度を把握することを目的とするため、差分スキームについてはDONORスキームとし、DONORパラメータは0.2（中心差分が0.8、風上差分が0.2）で一定とした。また、VOF法の基礎方程式は Navier-Stokes の方程式であるため、波が伝播するにつれ流体の粘性により波高の減衰が生じることが考えられる。そこで、事前に幾つかのケースについて、流体の粘性を考慮した場合と考慮しない場合（粘性係数を0として計算）の伝播する波の波高を比較し、流体の粘性の影響について検討した。図-2はセルのサイズを1.5m×1.5mおよび0.5m×0.5mとし、クノイド波を造波した場合の4つの観測点で得られた水面変動から1波毎の波高を求めたもので、流体の粘性を考慮した場合としない場合で比較したものである。この図から、ここで設定した条件では流体粘性の効果はほとんどなく、計算の結果はほぼ一致していることがわかる。また、造波位置から離れるほど波高が減衰しており、セルを小さく設定したほうが波高の減衰の程度は小さく計算精度が良い。この結果を踏まえ、以下の検討では、流体の粘性を考慮せず、セルのサイズが異なる多数のケースについて計算を行い、計算精度の変化を把握することとした。なお、セルのサイズは本研究に使用したコンピュータ（CPU：Pentium(R) 4 3.2GHz、メモリ：1.5GB）で計

算し得る限界まで細かく設定した。計算精度の比較の方法は、図-2に示すように、造波直後と反射波の影響がでる範囲を除いた第4波目から第15波目の波高について、計算値と理論値との差 $\Delta H$ をとり、その2乗平均誤差 $\varepsilon/H$ を図中の計算式より算出し、これについて比較を行う。なおNは波の数である。

## (2) 計算精度の検証

図-3はクノイド波を造波した場合について観測点3における波高の2乗平均誤差 $\varepsilon/H$ を比較したものである。横軸の $\Delta X$ 、 $\Delta Z$ はそれぞれX方向、Z方向のセル幅を示している。なお、水平方向のセル幅 $\Delta X$ については波長との比を、鉛直方向のセル幅 $\Delta Z$ については波高との比を括弧内に記している。また、セルのサイズが0.125m×0.125m、0.25m×0.125m、0.125m×0.25mのケースについては、計算プログラムにおける配列の大きさ等に問題はなかったが、セルが細か過ぎたためか計算を完了することができなかった。この図をみると、概ねセル幅が小さくなるほど波高の2乗平均誤差が小さく計算精度が向上していることが分かる。より理解しやすくするため、図-3の結果から2乗平均誤差のコンター図を作成した。図-4は微小振幅波、ストークス波およびクノイド波の全観測点における波高の2乗平均誤差 $\varepsilon/H$ のコンター図で、横軸はX方向のセル幅、縦軸はZ方向のセル幅である。全体的には、波高が大きくなり非線形性が増すにつれ、また、造波境界から離れるに従い誤差が増大する。造波境界に隣接する観測点1とその他の観測点では誤差の傾向が異なっている。図中には各観測点で最も誤差が小さかったセルの条件を示しており、最も計算精度が良いセルの形状は各観測点で異なっていることがわかる。「数値波動水路の研究・開発」<sup>2)</sup>によれば、水平方向と鉛直方向のセル幅の比率は $\Delta X : \Delta Z = 1 : 1$ もしくは $2 : 1$ に取り、鉛直方向のセル幅は波高の1/10から1/5に設定することが推奨されているが、多くの観測点で

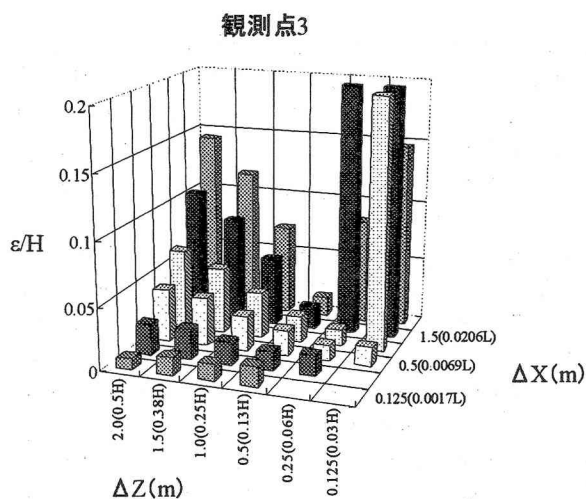


図-3 波高の2乗平均誤差  
(クノイド波：観測点3)

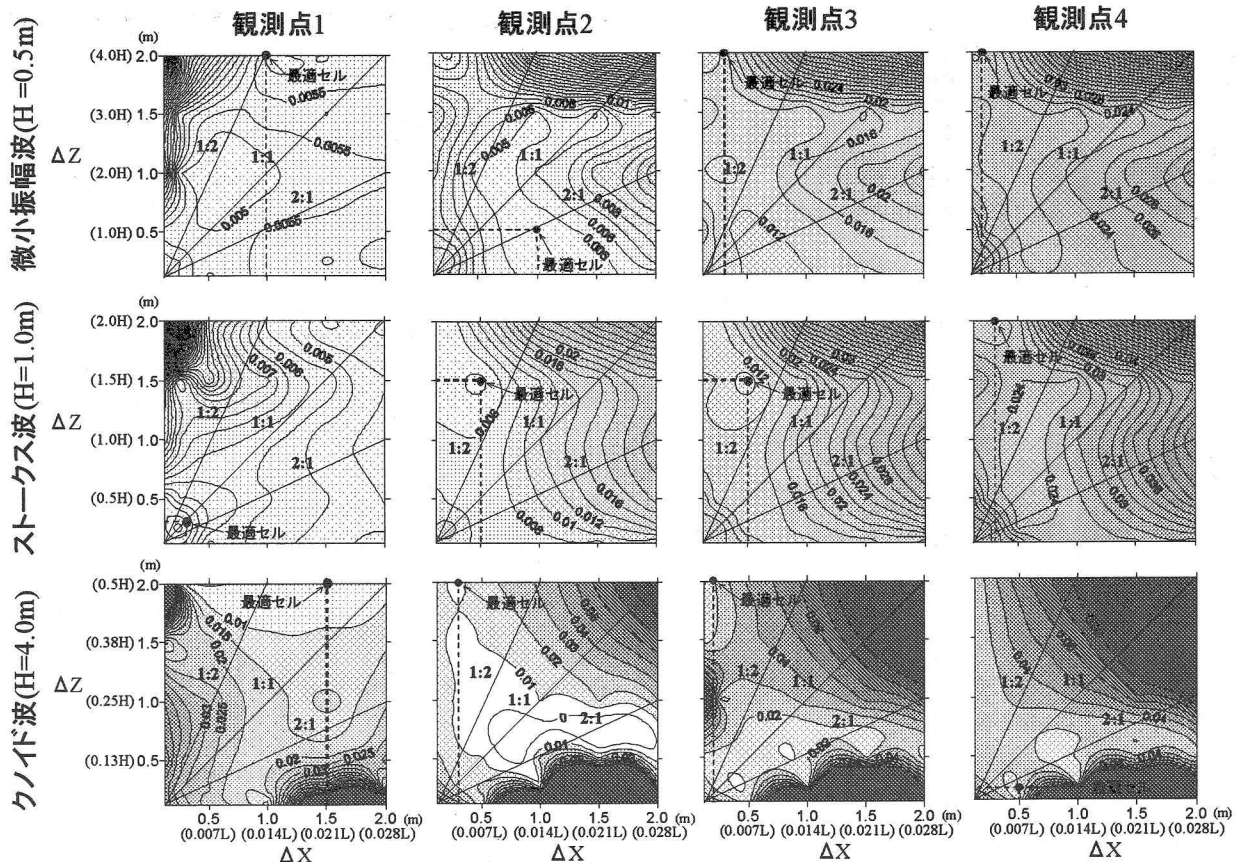


図-4 波高の2乗平均誤差

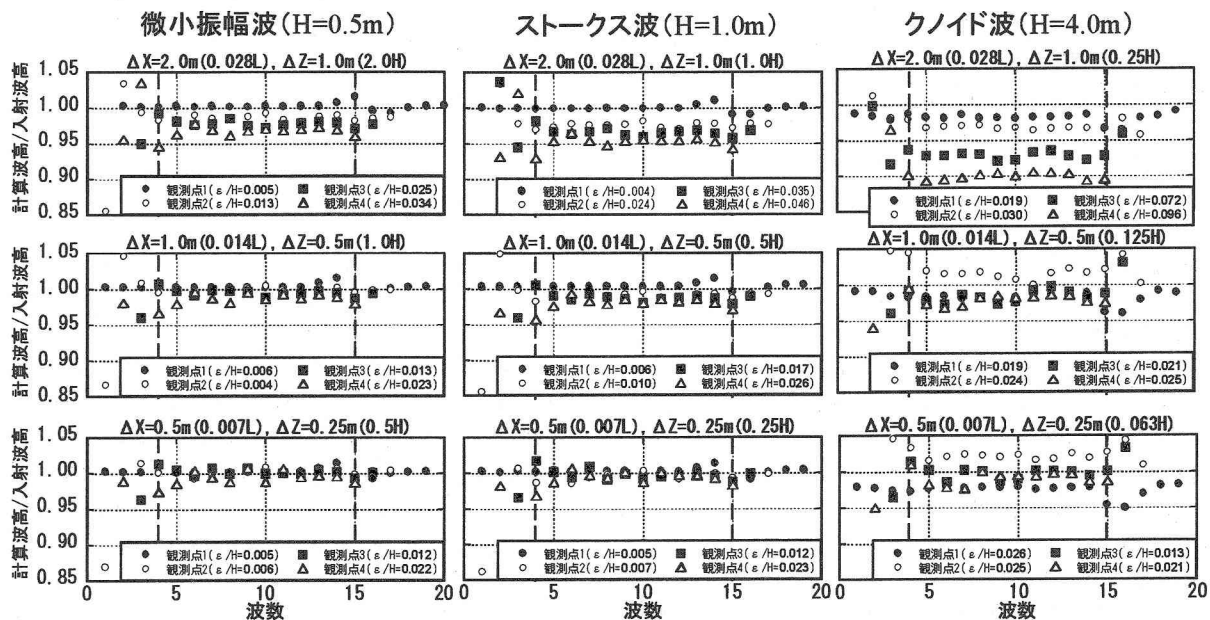


図-5 セルのサイズによる波高変動の違い

水平方向のセル幅よりも鉛直方向のセル幅が大きい縦長のセルの場合に誤差が最も小さくなっており、特に微小振幅波とストークス波のケースでは波高よりも鉛直方向のセル幅が大きい場合に最適セルとなっていることは興味深い。しかしながら、観測点1を除いて、各観測点における誤差の傾向を見ると、 $\Delta X : \Delta Z = 1 : 2$  から  $2 : 1$  の範囲でセルを細かく

するにつれ誤差が小さくなっており、特に波高が小さい場合には横長の形状が良く、波高が大きいと縦長の形状が良いようである。ただし、セルを細かく設定すれば必ず精度が向上するというわけではなく、あまりに細かくしてしまうと逆に誤差が大きくなる傾向がみられる。

図-5に  $\Delta X : \Delta Z = 2 : 1$  の場合における一波毎の

表-1 計算時間の比較

| 微小振幅波             |               | $\Delta Z$ (m) |                 |                |                 |                  |                   |
|-------------------|---------------|----------------|-----------------|----------------|-----------------|------------------|-------------------|
|                   |               | 2.0<br>(4.0H)  | 1.5<br>(3.0H)   | 1.0<br>(2.0H)  | 0.5<br>(1.0H)   | 0.25<br>(0.5H)   | 0.125<br>(0.25H)  |
| $\Delta X$<br>(m) | 2.0(0.028L)   | 0:00:25        | 0:00:32         | 0:00:56        | 0:02:48         | 0:08:10          | 0:16:56           |
|                   | 1.5(0.021L)   | 0:00:36        | 0:00:43         | 0:01:21        | 0:04:09         | 0:11:58          | 0:25:07           |
|                   | 1.0(0.014L)   | 0:01:02        | 0:01:13         | 0:02:20        | 0:06:46         | 0:19:15          | 0:43:22           |
|                   | 0.5(0.007L)   | 0:03:03        | 0:03:24         | 0:06:28        | 0:16:50         | 0:46:14          | 1:45:21           |
|                   | 0.25(0.004L)  | 0:08:42        | 0:09:35         | 0:18:08        | 0:44:29         | 1:48:50          |                   |
|                   | 0.125(0.002L) | 0:22:42        | 0:25:22         | 0:47:13        | 1:46:28         |                  |                   |
| ストークス波            |               | $\Delta Z$ (m) |                 |                |                 |                  |                   |
|                   |               | 2.0<br>(2.0H)  | 1.5<br>(1.5H)   | 1.0<br>(1.0H)  | 0.5<br>(0.5H)   | 0.25<br>(0.25H)  | 0.125<br>(0.125H) |
| $\Delta X$<br>(m) | 2.0(0.028L)   | 0:00:24        | 0:00:32         | 0:00:56        | 0:02:51         | 0:08:15          | 0:23:57           |
|                   | 1.5(0.021L)   | 0:00:35        | 0:00:44         | 0:01:22        | 0:04:09         | 0:12:01          | 0:35:39           |
|                   | 1.0(0.014L)   | 0:01:02        | 0:01:16         | 0:02:26        | 0:07:04         | 0:19:30          | 1:01:01           |
|                   | 0.5(0.007L)   | 0:03:01        | 0:03:33         | 0:06:20        | 0:17:33         | 0:47:28          | 2:13:21           |
|                   | 0.25(0.004L)  | 0:08:48        | 0:10:11         | 0:18:24        | 0:45:39         | 1:57:36          |                   |
|                   | 0.125(0.002L) | 0:40:35        | 0:48:00         | 1:24:22        | 3:13:53         |                  |                   |
| クノイド波             |               | $\Delta Z$ (m) |                 |                |                 |                  |                   |
|                   |               | 2.0<br>(0.5H)  | 1.5<br>(0.375H) | 1.0<br>(0.25H) | 0.5<br>(0.125H) | 0.25<br>(0.063H) | 0.125<br>(0.031H) |
| $\Delta X$<br>(m) | 2.0(0.028L)   | 0:00:26        | 0:00:35         | 0:01:01        | 0:04:36         | 1:05:01          | 5:52:56           |
|                   | 1.5(0.021L)   | 0:00:37        | 0:00:49         | 0:00:32        | 0:06:24         | 1:20:12          | 22:58:40          |
|                   | 1.0(0.014L)   | 0:01:16        | 0:01:43         | 0:03:03        | 0:12:13         | 1:04:00          | 10:22:34          |
|                   | 0.5(0.007L)   | 0:07:19        | 0:09:09         | 0:15:31        | 0:47:40         | 2:24:06          | 12:00:15          |
|                   | 0.25(0.003L)  | 0:43:19        | 0:51:47         | 1:29:22        | 3:56:10         | 9:36:36          |                   |
|                   | 0.125(0.002L) | 3:40:18        | 4:28:26         | 7:51:14        | 19:35:31        |                  |                   |

波高を示す。縦軸は計算で得られた波高と入射波高との比で、横軸は伝播してきた波の番号である。また、下図に向かってセルのサイズが細くなっている。全体的な傾向として、セルが大きい場合には波の伝播に伴って波高が減衰しており、波高が大きいほど減衰の程度も大きい。伝播に伴う波高の減衰は風上差分の影響と思われるが、セルが細くなると波高の減衰は収まり、波高が小さい場合には、観測点2, 3, 4で同程度の大きさになっている。ただし、クノイド波の場合は、セルが細くなるにつれ観測点1の波高は小さく、観測点2の波高は大きくなっている。また、一波毎の変動については、波高が大きいほど変動の程度が大きく、セルを細かくしても変動の程度そのものはあまり変わらない。

表-1は全ケースにおける計算に要した時間をまとめたものである。セルのサイズが最も大きいケースについては、波の種類にかかわらず30秒弱で計算が終了したものの、セルを細かくすると爆発的に計算時間は増大する。また、波高が大きいほど計算時間が長く、微小振幅波で2時間弱、ストークス波で3時間以上、クノイド波に至っては20時間以上の計算時間を要した。計算に要する時間は単にセル数に比例するわけではなく、セルを細かくすることで、安定して計算するためのタイムステップも小さくなることが影響している。また、タイムステップの設定はCFL条件から自動的に設定されるため、波高が大きく流体運動が激しいほどタイムステップは小さくなり、したがって、クノイド波の計算については他に比べて多大な計算時間を要している。なお、クノイド波で最も計算時間を要したケースは、水面波形が乱れ、安定した計算が行われなかったためにこれほどの計算時間を要したものである。

### 3. 直立壁における波の打上げを対象とした計算精度の検証

#### (1) 実験条件および解析方法

実験は長さ28m、幅30cm、深さ50cmの2次元反射吸収式造波水路を用い、図-6に示すように不透過マウンド上に十分な高さの直立壁を設け、不規則波を入射させた。マウンドの幅  $B = 90\text{cm}$ 、沖側水深  $h = 20\text{cm}$ 、マウンド上の水深  $d = 12.5\text{cm}$  とした。この条件において、衝撃砕波力が発生せず、かつ比較的大きな波となる入射波を選定し、有義波高  $H_{1/3} = 6.0\text{cm}$ 、有義周期  $T_{1/3} = 1.3\text{s}$  ( $kh=0.75$ ) の修正 Bretschneider-光易型スペクトルを有する不規則波を作成した。計測は、図中に示す位置において水面変動をサンプリング周波数10Hzで5000個のデータを測定した。打上げの様子については、水中にトレーサー（ナイロン樹脂粒子：粒径 $80\mu\text{m}$ 、比重1.03）を混入して、高速度カメラ（120fps, 250fps, 500fps, 1000fpsで撮影可能）で撮影し、その画像をPIV（流体解析ソフトFlow-vec32（株）ライブラリー製）により解析した。

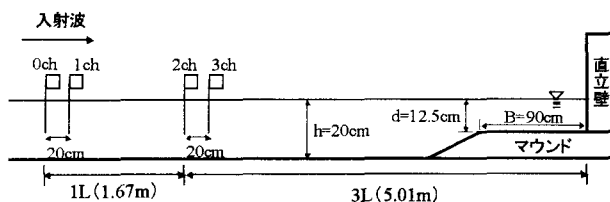


図-6 実験条件

#### (2) 計算条件

CADMAS-SURFによる計算は、実験の条件を再現して行った。計算領域はX方向に $4L_{1/3}$  ( $6.68\text{m}$ ,  $L_{1/3}$ は有義波の波長で $1.67\text{m}$ )、Z方向に $0.8\text{m}$ とした。DONORパラメータは0.2とし、流体の粘性は考慮している。入射波については、予め実験において直立壁およびマウンドを設置せずに造波して水面変動を計測し、FFT解析により入射波の各周波数成分について振幅と位相を求め、各周波数成分を微小振幅波と仮定して、造波境界における時々刻々の水面変動と水平流速分布および鉛直流速分布を算出し入力条件とした。図-7は実験により得られた入射波のスペクトルである。目標としたスペクトルに比べ全体的に大きく凹凸が目立つが、主たる目的が打上げの再現であるため、このスペクトルを入射波のスペクトルとして $0.5\text{Hz}$ から $1.5\text{Hz}$ までの各周波数成分の振幅と位相を用いて計算を行った。なお、CADMAS-SURFでは不規則波を造波するためのデータ設定（マトリクスデータ）が用意されているが、うまく波形を再現することができなかったため、造波境界において、計算のタイムステップ毎に直接流速分布を与えた。また、実験では間欠的に打上げが生じるが、造波開始約2分後に生じる打上げを解析対象とした。ただ

し、計算においては、直立壁からの反射波が造波境界に到達するまでに計算を終了させるため、打上げが生じる瞬間の15秒前から計算を開始し打上げ後1秒までの計16秒間についてのみ計算を行った。藤原<sup>9)</sup>はCADMAS-SURFを不規則波に適用する場合に、解析領域内の水位増加を低減させるため、各周波数成分波の水平水粒子速度からストークス波理論による質量輸送速度を差し引く方法を提案し妥当性を確認しているが、ここでの検討では造波時間が短く水位増加の影響は小さいと考え、質量輸送速度を差し引くことは行っていない。図-8に造波位置および造波位置から $1L_{1/3}$ 離れた位置における、実験と計算との水面変動の比較を示す。セルの大きさは $\Delta X = \Delta Z = 1.5\text{cm}$  ( $\Delta X = 0.009L_{1/3}$ ,  $\Delta Z = 0.25H_{1/3}$ )である。なお、実験における水面変動はマウンドと直立壁がなくほぼ進行波のみの水面変動であるが、計算はマウンドと直立壁を設置した条件の水面変動である。計算で再現した水面変動は、造波境界だけでなく造波境界から離れた位置においても概ね実験結果と一致しており、入射波が妥当に再現できていることがわかる。ただし、造波位置の波形については、10秒を過ぎたあたりから波形の一致が悪くなるが、これは直立壁からの反射波が10秒後に造波境界に達していることを示している。対象とした打上げは、直立壁からの反射波が造波境界に達する直前に造波された波により生じる。以上の条件において、セルの大きさを変えた計算を行い、実験結果と比較した。

### (3) 計算結果と実験結果との比較

図-9は打上げの様子について計算結果と実験結果を比較したものである。実験結果では、直立壁に沿って鋭く滑らかに打上げが生じている。計算結果を比較すると、セルの大きさによって水面形が異なっている。特に打上げが生じている $t=0.2\text{s}$ および $0.3\text{s}$ の波形で、 $\Delta X=0.005L_{1/3}$ ,  $\Delta Z=0.25H_{1/3}$ のケースのみが壁面に沿って打ち上がっているのに対し、他のケースでは滑らかに打ち上がりず水塊が弾けている。したがって、特に打上げの様子に着目すると実験結果を最も良く再現しているケースは $\Delta X=0.005L_{1/3}$ ,  $\Delta Z=0.25H_{1/3}$ のケースで、 $\Delta X:\Delta Z=1:2$ の縦長のセル形状である。壁面に沿う打上げは鉛直方向の運動で、瞬間的に生じるため非常に大きな流速を伴う。当初は、鉛直方向にセルを細かく設定することで再現性が高まるものと考えていたが、 $\Delta Z$ を $0.125H_{1/3}$ に設定したケースでは打上げを十分に再現することができなかった。また、鉛直方向のセル幅は同じく $\Delta Z=0.25H_{1/3}$ で $\Delta X:\Delta Z=1:1$ の正方形のセルにおいても打上げを十分に再現できていない。打上げ前後の水面形状について、より詳細に比較するため、図-10に実験における水面形状と $\Delta X=0.005L_{1/3}$ ,  $\Delta Z=0.25H_{1/3}$ のケースにおける水面形状を比較したものを示す。打上げが生じる直前の波形については、計算結果の方が時間的に約 $0.05\text{s}$ 程早く進行している。また、水面形は滑らか

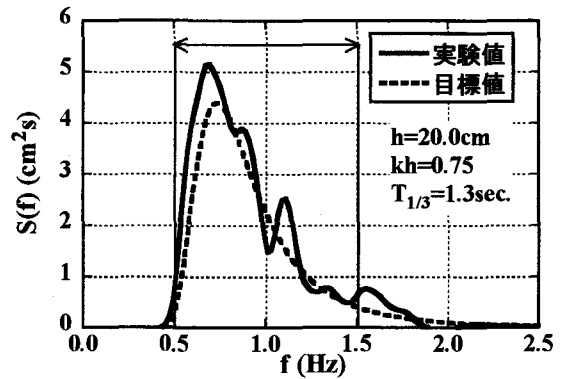


図-7 実験における入射波のスペクトル

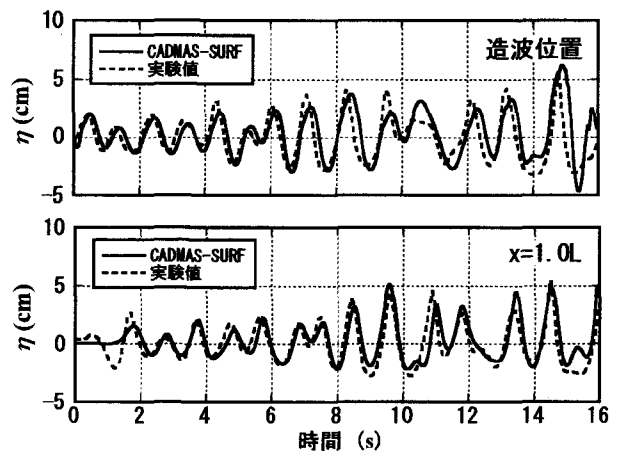


図-8 VOF法により再現した水面変動

であり平均水位が下がっている。しかし、 $t=0.2\text{s}$ の波形をみると、計算結果と実験結果はほぼ同じ状況を示している。 $t=0.3\text{s}$ では水位の最高到達点はほぼ一致しているが、図-9の流速ベクトルをみると、実験ではまだ上昇の途中であり、計算では既に下降を始めている。したがって、打上げの開始から終了までに要する時間が計算では実験に比べ短いことがわかる。打上げ後の $t=0.6\text{s}$ の波形をみると計算と実験ではほぼ一致しており、打上げに要する時間の差によって、打上げ前に生じていた時間的なずれが解消されている。なお、図-10に示した結果では水位の最高到達点が計算と実験ではほぼ一致しているが、実験では、より衝撃的に直立壁に波が作用し、飛沫が高く弾け飛ぶような打上げも生じており、このような現象を計算で再現することは難しい。以上のことから、ここで行った検討の範囲内においては、VOF法による計算は全体的には実験結果を良く再現できているといえるが、打上げが生じる瞬間の水面形状や流速分布など、瞬間的あるいは局所的な現象については緻密に再現することは困難であった。したがって、より詳細に打上げを再現するためには、計算領域を直立壁前面の狭い範囲に限定し、より細かいセルを設定するなどの工夫が必要と思われる。

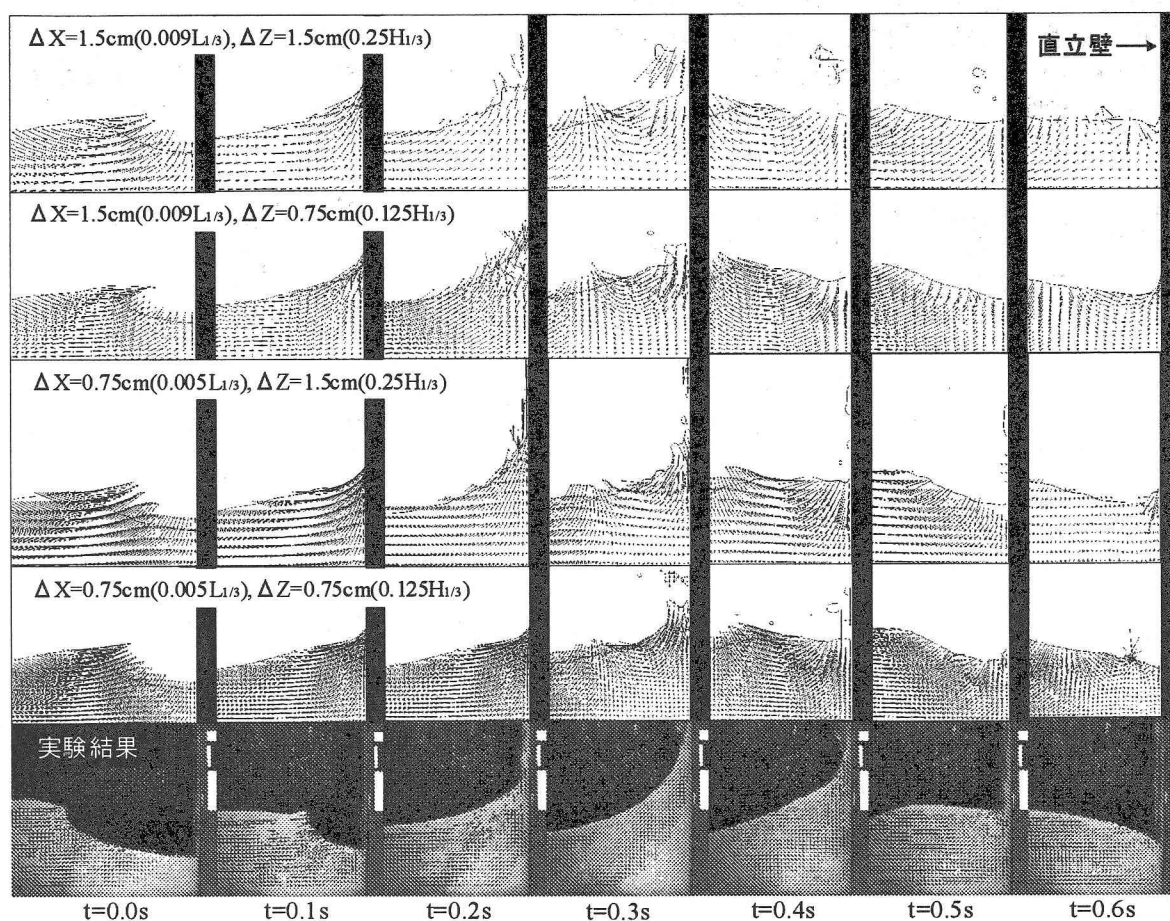


図-9 VOF法により再現した打上げの様子

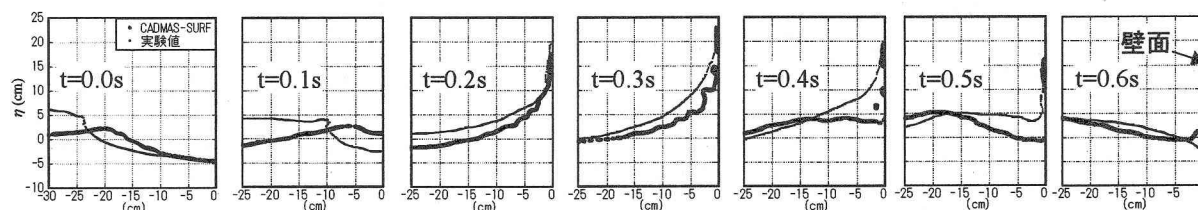


図-10 打上げ時の水面形の比較

#### 4. あとがき

VOF法の計算精度を把握するために、定形波の伝播を対象に、セルの大きさと計算精度との関係を調べたところ、造波位置から離れるにつれて、波高の減衰により誤差が大きくなることや、対象とする波の波高が大きいほど誤差を生じやすいといった従来から指摘されている特徴を再確認し、セルを細かくすることで得られる限界の計算精度を把握した。また、直立壁における打上げを対象に、実験結果をできるだけ再現することを試みた結果、全体的には現象を良く再現できるといえるが、打上げが生じる瞬間の水面形状や流速分布については詳細に再現することが困難であった。したがって、瞬間的あるいは局所的な現象を緻密に再現するためには、現在のところ、計算領域を狭く限定し、対象とする現象が生じる瞬間だけに絞って詳細な計算を行うといった計算上の工夫が必要であると思われる。

#### 参考文献

- 1) Nichols, B. D., Hirt, C. W. and Hotchkiss, R. S. (1980), SOLA-VOF: A Solution Algorithm for Transient Fluid Flow with Multiple Free Boundaries, Los Alamos Scientific Laboratory report LA-8355
- 2) (財)沿岸開発技術研究センター(2001), 数値波動水路の研究・開発, 296p.
- 3) 鄺曙光, 山城賢, 吉田明德, 入江功: BEMとVOFを結合した波動場解析, 海岸工学論文集, 第50巻, pp.11-15, 2003.
- 4) 鄺曙光, 山城賢, 吉田明德, 入江功: BEMとVOFの結合解析法による構造物近傍波動場の解析, 海岸工学論文集, 第51巻, pp.31-35, 2004.
- 5) 藤原隆一, 山崎智弘, 橘川正男, 早瀬松一: 複合断面地形の波の遡上に対するVOF法の適用性と不規則波モデルへの拡張, 海岸工学論文集, 第49巻, pp.136-140, 2002.