

小樽築港の課題 ～廣井式の導出過程とその適用の歴史～

THE SUBJECT IN OTARU HARBOR WORKS
～THE PROCESS IN WHICH THE HIROI FORMULA WAS DERIVED, AND THE
HISTORY OF ITS APPLICATION～

窪内篤¹・関口信一郎²
Atsushi KUBOUCHI and Shin-ichiro SEKIGUCHI

¹正会員 (独)北海道開発土木研究所 港湾研究室 (〒062-8602 札幌市豊平区平岸1条3丁目1-34)

²正会員 工博 北海道開発局 室蘭開発建設部 (〒051-8524 室蘭市入江町1-14)

The HIROI formula, which estimates the wave forces, has been used in breakwater design for many years. As far as the authors know, significant wave height has been used for the HIROI formula in the past. The time when the formula was presented, however, was long before emergence of the concept of significant wave height. We verified the process of derivation of the formula by tracing back to the paper in which Dr. HIROI first presented the formula, studied the changes in wave height used for the formula and investigated the history of changes in the shape of breakwaters.

As a result, we found that the highest wave height must be used for the HIROI formula, and that changes in breakwater structure existed behind the use of significant wave height in the formula.

Key Words : Composite type breakwater, Wave breaking, Wave pressure, HIROI formula, mound depth, highest wave height, significant wave height

1. はじめに

砕波の波圧強度を求める式として古くから知られる廣井式(廣井公式)「 $p = 1.5w_0H$ 」は、少なくとも1967年に出された「港湾構造物設計基準」¹⁾においては、砕波帯内で砕波が発生する可能性のある場合の波力算定式の標準とされていた。その廣井式は、1919年6月に発行された東京帝国大学“THE JOURNAL OF THE COLLEGE OF ENGINEERING”に「On a Method of Estimating the Force of Waves.」²⁾と題された論文により明らかにされている。

筆者らが波力の推定法に接するようになった1980年頃には、廣井式に用いる波高「 H 」は有義波高「 $H_{1/3}$ 」とされていた。ところが、M. S. Longuet-Higginsらが精力的に海洋波の統計理論に関する研究を行ったのは20世紀中葉以降であって、廣井博士が公式を発表したのはそれより半世紀ほど前の事である。したがって、少なくとも廣井式によって波力を推定する際に有義波高を用いることには大きな矛盾が存在する。

そのため筆者らは、まず上記の廣井式が発表された論文に遡って、式が導き出された過程を検証した。そして、混成堤に作用する波力に関する既往の研究調査、北海道内において1924年以前に建設された防波堤と1945～1978年の間に建設された防波堤の構造を比較検討することにより、廣井式に有義波を用いることになった経緯について検討した。本報では、廣井式には最高波高が用いられなければならないこと、廣井式に有義波を用いることとなった理由を明らかにする。

2. 小樽築港の課題

廣井博士の指揮によって「小樽築港工事」を1897年から開始するにあたって、多くの課題があった。明治維新前後から、外国人技術者が雇われたことは広く知られているが、その中の一人が指揮した横浜港におけるコンクリートブロック崩壊事件が如実に示すように、築港の分野においては、ただ単に外国の技術を導入すればそれで良い、それを使いこなす技術者も人夫もたちどころに探

し出せるという状況ではなかった。

しかも外洋に向かって一大防波堤を築くという我が国ではそれまで誰も成し遂げた事のない工事であった。築港工事のために廣井博士が行った「小樽港湾調査」の綿密さは、この課題の多さ、その大きさを示している。

「小樽港湾調査報文」³⁾にあるとおり、コンクリートブロックの製造方法はもちろんセメントそのものなど、材料に関してさえ、課題が山積していた。これに止まらず、防波堤の設計上、必要不可欠な外力、すなわち波力の推定方法に関しては、その拠り所となる構想さえなかった。この点については、廣井博士は廣井式を発表した論文において説明している。「波力に関する知識は、海洋工学にとって最も重要な問題であるにもかかわらず、未だに幼児期にある。波の進行を妨げることを唯一の目的としている防波堤のような構造物の設計や施工でさえ、厳密な計算より先例に基づいて行われてきた。」

さて、小樽築港工事の試験工事が開始されたのが1895年のことであった。この試験工事箇所には検圧器が設置され、波圧の観測が行われている。1897年に着手された本工事の詳細な記録である「小樽築港工事報文」⁴⁾には、小樽北防波堤の設計にあたって廣井式を適用した直接的な記述はない。一方、築港工事監督に臨む青年技術者に対し、築港工事に関する研究の進路を示すため1898年に著された「築港 卷之一」⁵⁾においては、波圧はある速度を有する射水の衝突によって生ずる圧力に等しいとして、波動の速度を水深と波高から求めるラッセルの式を提示している。これらの式において波高を水深に等しいと仮定すれば、廣井式の波高に水深を用いる同形の式が導かれるが、その式は明示されていない。そして、前述のように、1919年の論文で初めて廣井式が明らかにされる。

3. 廣井式の導出過程

(1) 砕波の落下高さ

シビルエンジニアー廣井博士の業績のひとつは、西洋の科学精神をわが国の工学に導入した点であると言える。廣井式を発表した論文でもそれが踏襲されている。

廣井式の導出は、1802年にGerstnerによって表面波の運動方程式の厳密解として導き出された有限振幅波の代表、トロコイド波の理論から始まる。トロコイド波を想定すれば、図-1に示すように、波の峰部分と谷部分の面積を2分する直線、すなわち静水面を表す直線と波高中分線とは $\pi H^2 / 4L$ だけ相違する。このため、波頂の静水面上の高さは、次式のように表される。廣井博士が論文において示す最初の式は本式となる。

$$H \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi H}{4L} \right) \quad (1)$$

ここで、 H は波高、 L は波長である。当然のことであるが、この場合の波高は任意のひとつの波の高さという

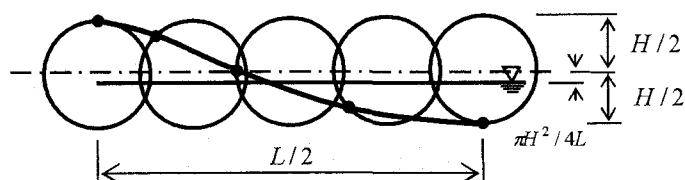


図-1 静水面と波高中分線の関係

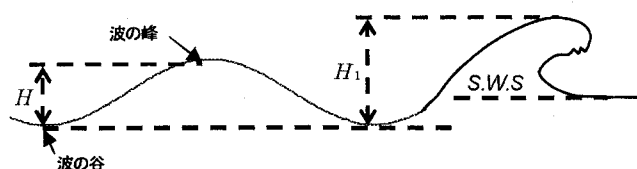


図-2 砕波時の波の変形

ことになる。

廣井博士は、波がその波長以下の深さに達すると、水分子の円運動に変化が生じ、その結果として波の変形が生ずるとしている。そして、砕波前後の波高の比、すなわち図-2に示した H_1 / H について、実験と現地観測の結果から1.5～2.0の値をとるとしている。また、砕波が落下する面の高さは、ほぼ静水面に等しいとして、式(1)の関係式を用い、砕波の落下高を式(2)で表した。

$$H_1 - H \left(\frac{1}{2} - \frac{\pi H}{4L} \right) \quad (2)$$

構造物を設計する上では、構造物に作用するはずの最大の波力を推定する必要がある。したがって、ここで問題にすべきは砕波の最大落下高である。このため、廣井博士は砕波前後の波高の比の最大値から、最大落下高を砕波前の波高を用いて次のとおり導いた。

$$\begin{aligned} H_1 - H \left(\frac{1}{2} - \frac{\pi H}{4L} \right) \\ = 2.0H - H \left(\frac{1}{2} - \frac{\pi H}{4L} \right) \\ = H \left(1.5 + \frac{\pi H}{4L} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

(2) 砕波後の水分子の運動速度

砕波が波頂から落下する時の水分子を考えると、この水分子は元々の運動速度に加え、落下の速度を持つことになる。まず、水分子の運動速度に関しては、深海波の状態、すなわち円運動を仮定する。砕波という現象が浅海域で発生するため、砕波変形の状態にある水分子の運動が円運動とは異なっている点については、廣井博士も認識していた。しかし、波力推定式の現地適用性を重視していた博士は、簡略な式の構築に向けた展開にあたって、あえて砕波時に深海波と同じ円運動速度を仮定した。論文では、砕波頂部の落下最終速度は落下の高さに帰することが多いと指摘しており、元来の水分子の運動速度が近似されても、大きな問題ではないと考えていたもの

と見ることができる。

砕波前の水分子は、直径 H の円周上を周期 T で運動していたことから、落下開始時に有していた回転運動速度 c_1 は、次のように表すことができる。

$$c_1 = \frac{\pi H}{T}$$

更に、トロコイド波の理論を前提とし、深海波の状態を想定するならば、微小振幅波と同様に、次の関係式を用いることが可能となる。

$$L = \frac{gT^2}{2\pi}$$

これらの式から、水分子の運動速度に関しては、次の式が導き出される。

$$c_1^2 = \frac{\pi^2 H^2}{T^2} = \frac{\pi^2 g H^2}{2\pi L} = \frac{\pi g H^2}{2L}$$

一方、砕波頂部の水分子の自由落下速度 c_2 に関しては、落下高 h を用いて、

$$c_2 = \sqrt{2gh}$$

と表すことができ、この式に砕波の最終落下高を表す式(3)を代入すると、次式が導き出される。

$$c_2^2 = 2gh = 2gH \left(1.5 + \frac{\pi H}{4L} \right)$$

以上のことから、砕波後に最大落下に至った水分子の運動速度 c は、次式により表される。

$$\begin{aligned} c^2 &= c_1^2 + c_2^2 \\ &= \frac{\pi g H^2}{2L} + 2gH \left(1.5 + \frac{\pi H}{4L} \right) \\ &= 2gH \left(\frac{\pi H}{4L} + 1.5 + \frac{\pi H}{4L} \right) \\ &= 2gH \left(1.5 + \frac{\pi H}{2L} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

(3) 砕波が直立面に及ぼす圧力

落下する水が水平な面に及ぼす圧力強度 p に関しては、速度 c を用い、一般的な次式によることとしている。

$$p = \varphi \frac{c^2 \omega}{2g} \quad (5)$$

ここに、 φ は作用する物体の表面によって変化する定数、 ω は水の単位体積重量である。

廣井博士は、水を満たして急に落下させる事のできる装置を作り、落下させる水量と落下高を変化させた実験を行い、 φ の値を実験的に確認した。その結果から、 φ の値としては2.0が適当とした。この値と式(4)、(5)から、砕波がその落下方向に垂直な平面に作用させる最大の圧力強度を次式のとおりに表すことができる。

$$p_{\max} = \frac{c^2 \omega}{g} = 2\omega H \left(1.5 + \frac{\pi H}{2L} \right) \quad (6)$$

砕波の状態にある水分子の運動速度を円運動速度で近似しているという問題点はあるものの、これがトロコイド波の理論から出発した砕波の最大圧力強度を求める推定式ということができる。

(4) 廣井式への簡略化

廣井博士が科学的な思考を大切にされた事は、以上の波圧強度推定式の導出過程をみても明らかである。しかし、その一方で、博士は築港工事の現場での適用性を常に意識していた。このため、以下のとおり、推定式の大胆な簡略化を進めている。

その簡略化のひとつは、式(6)の波長の項を消すことである。その背景は、実際の海洋において波長、もしくは波の周期を観測することが容易ではないことにある。式(6)中の H/L は波形勾配である。この値は、外洋を航海する船舶の構造的な安全性を検討する上で重要なものであり、その研究の歴史は古い。「築港巻之一」においても、スコレスビーの観測結果として1/20 ないし1/12 という値が紹介されている。博士は、この値を1/20 と仮定して、式の簡略化を進めた。このことによって、式(6)は次のように変形される。

$$\begin{aligned} p_{\max} &= 2\omega H \left(1.5 + \frac{\pi H}{2L} \right) = 2\omega H \left(1.5 + \frac{\pi}{40} \right) \\ &\approx 3.2\omega H \end{aligned} \quad (7)$$

これが、廣井博士が現地への適用性を考慮して導き出した砕波がその落下方向に垂直な面に及ぼす波圧強度の最大値を求める推定式である。ただし、表面波の研究から水分子の運動は水深方向へ急激に減少することが分かっていた。しかも、廣井博士は小樽北防波堤においても最大4個の波圧計を深度方向に連続的に設置して観測を行い、このような波圧強度が局所的にしか作用しないことを確認していた。このような背景から、廣井博士は砕波がその落下方向に垂直な面に作用させる平均的な波圧強度を別の過程で導出した。

今、式(4)に立ち返って考える。この式の括弧内の2項を比較すると、 H/L を1/20 と仮定すれば、 $\pi H/2L$ の項の値は他の項1.5 のほぼ1/20 に過ぎない。廣井博士は、平均的な波圧強度を求める上で、この $\pi H/2L$ の値を捨象することが適当とみた。

このことによって、式(4)は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} c^2 &= 2gH \left(1.5 + \frac{\pi H}{2L} \right) \\ &\approx 3gH \end{aligned}$$

そして、これを式(6)に代入すると砕波の落下方向に垂直な平面に作用する平均波圧強度を求める簡略な式が

得られる。

$$p = \frac{c^2 \omega}{g} = \frac{3\omega g H}{g} = 3\omega H$$

更に、砕波の落下方向を水平から45度の角度と仮定すると、落下方向に対する水平分力および落下方向に垂直な面の鉛直面への投影の関係から、鉛直面への平均的な作用波圧強度を求めるためには $\cos^2 45^\circ$ を乗ずる必要がある。このように、最大波圧強度を求めるための水分子の運動速度に関する微小項の捨象、砕波の落下方向の仮定によって、良く知られた廣井式が導き出される。

$$\begin{aligned} p &= 3\omega H \times \cos^2 45^\circ \\ &= 3\omega H \times 0.5 \\ &= 1.5\omega H \end{aligned} \quad (8)$$

以上のように、廣井式の導出過程では、深海波の水分子の運動がそのまま前提とされているほか、いくつかの割り切りが行われていたことが分かった。しかし、この過程の検証から、廣井式が任意の砕波が直立面に作用させる平均的な波圧強度を求めることを目指して、科学的な思考を基本としながらも現地の適用性を考慮して導き出されたことが分かった。任意の砕波のもたらす波力を砕波前の波高を用いて求めるための式であることから、防波堤の設計に適用する上では、想定される最高の波高を用いて算定すべきことは明白である。

4. 廣井式に用いる波高

(1) 廣井論文における波高

廣井式中の波高 H は、ここまでみたように砕波直前の波高である。つまり、砕波が発生する防波堤設置位置周辺での波高である。そして、次の理由から廣井式中の波高 H は統計的な意味での最高波高であると特定できる。

- ① 波の高さは水深を超えることがないので、構造物に作用する最高波高をその点の水深と等しいとして廣井式を用いて良いとしていること。
- ② 廣井式を発表した論文において、式の妥当性を検証するために用いた事例10件のうち、波高、防波堤の水深を用いた例がそれぞれ4件、6件ある。波高に注目すると、Peterhead Breakwaterの事例では大洋の波高が40フィートを超えることが稀であるとしてその数値、Milwaukeeの事例では最高波高(the greatest wave-height)、Buffaloの防波堤では波高が20フィートを超えることが稀であるとしてその数値、鶴見埋築會社の防波堤の被災事例には最高波高を推算するStevensonの公式をそれぞれ用いており、全て最高波高と見なすことができること。

以上のように、廣井論文においては、防波堤その他の海洋構造物を設計する上で必要な最大波力を推定するために、波高としては波浪推算から一貫して最高波を対象としているとみることができる。

(2) 廣井式に用いる波高の変遷

第2次大戦後、わが国に不規則波の概念が導入されるに及んで、それまで設計に用いた波力推定式の波高は不規則波のいずれの波高に相当するかという点が問題になった。廣井式に用いる波高については、主要文献によると以下の変遷がある。

1932年に発刊された鈴木雅次著「港工學」^⑥においては単に波高と記述しているが、例題には最大波高を用いている。1950年5月に港湾協会より発刊された「港湾工事設計示方要覽」^⑦のうち「防波堤設計示方書」においては、沖波の高さと記載されている。

1959年、日本港湾協会より発刊された「港湾工事設計要覽」^⑧においては、防波堤設置位置における進行波としての波高を用いることとされている。

伊藤ら^⑨は、廣井式中の波高として有義波高を用いることになっている点に関し、通常の型式の防波堤に対しては、従来の設計波高を推算や観測から求めた有義波高と対応せしめてほぼ妥当であろうという程度の根拠に基づくものと指摘している。

そして、1978年3月に運輸省港湾局によってまとめられた「港湾施設設計指針」^⑩では、壁体設置位置における進行波としての有義波高を用いることとされている。

廣井式に有義波高を用いる場合の問題点は、以下の2点である。

- ① 構造物が設計対象とする波群に対して安定であることを確認するためには、波群のもたらす最大の波力に対して安定であることを確認しなければならない。したがって、規則波を対象とした理論または実験に基づく波高 H には最高波高 $H_{\max}$ または H_b (限界砕波高) を用いる必要がある。
- ② 捨石マウンド天端高が比較的高い場合、実際より過小な波力を与える場合がある。

5. 既往の研究からみた廣井式への適用波高

波力は、波高のほか周期、波向、直立壁およびマウンドの形状、海底勾配など多くの要因によって変化する。また、砕波のような衝撃的波圧を正確に捉えるには、波圧計の精度に加え、直立部とマウンド上での構造物と水の動的挙動および摩擦力、波圧および揚圧力の時間的変化などを体系的に解析する必要がある。しかし、実務的な設計において波力を算定するには、種々の要因によって複雑に変化する波浪および構造物の動的挙動を静的関係に置き換えモデル化するため、その精度は実用的に問題がない範囲に収まっていることが重要である。このよ

うな視点から、廣井式の適用について概観的に検討する。

図-3は、伊藤ら⁹⁾による期待滑動量の研究から引用した図に筆者らが斜線を加筆したものである。不規則波による滑動限界波高と堤体重量との関係を限界波圧と滑動抵抗との関係に置き換え、壁面に作用する平均波圧強度を求めたものである。破線は通称、伊藤式といわれる波力推定式である。図中、低マウンドおよび高マウンドとは、各々マウンド厚が4m(水深13m)、9m(水深13.5m)である。波圧および揚圧力の分布を図-4のように想定している。摩擦係数は0.6とした。

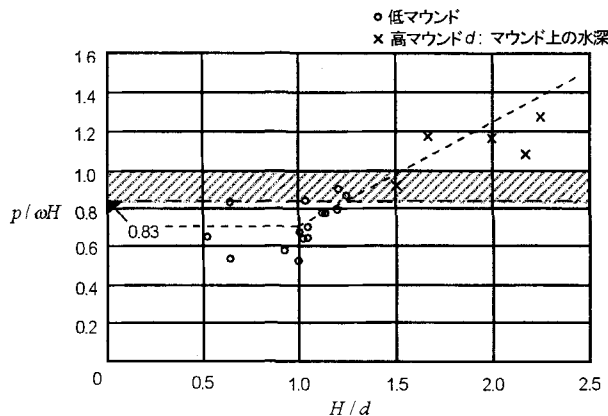


図-3 平均波圧強度と波高水深比

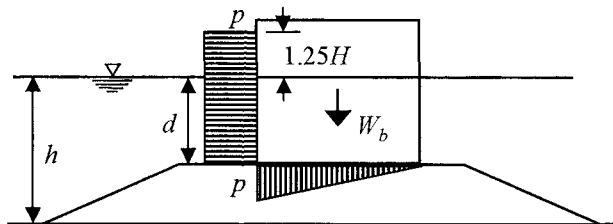


図-4 波圧・揚圧力の分布

縦軸にはこのようにして算出した波圧からの値 $p/\omega H$ をとり、横軸に波高とマウンド上の水深との比 H/d をとっている。 $p/\omega H$ は、 H/d が1.0を越えて増加するに従って比例的に増加する傾向にある。 $p/\omega H$ の最大値は、低マウンドのとき0.9、高マウンドのとき1.3となっている。

今、波高 H を最高波高 $H_{\max}$ とし、有義波高との関係を $H_{\max} = 1.8H_{1/3}$ と仮定して、従来の方法(有義波高を用いる)により廣井式を適用した場合の波圧強度は、一点鎖線のようになる。安全率として1.2を想定すると、網掛けの部分が安全率に対応する範囲となり、低いマウンドの場合に作用する波力はカバーできるが、高いマウンドで $H/d > 1.5$ の場合は安全率を考慮しても波圧強度が実験値より小さいことが分かる。

これに対し、廣井式に最高波高を用いた場合には、 $p/\omega H$ は1.5で一定となり、砕波(廣井式の構築上からは完全砕波)が生じる H/d の値をどこに取るかという問題はあるものの、高マウンドでかつ $H/d > 1.5$ の場合の平均波力もカバーできる。

廣井論文においては波の作用高さが示されておらず、揚圧力の記述はない。また、波浪の周期や海底勾配など、波力に影響を与える要因が考慮されていないという条件下ではあるが、最高波高による廣井式が平均波力の上限に近い値を算出していると言える。

防波堤のマウンド厚が大きい場合は衝撃砕波が発生する可能性が高くなるが、衝撃砕波が発生する場合はいずれの波力算定式を用いてもその波力を正しく推定することはむずかしい。衝撃砕波が発生するか否かの判定はマウンド法面、マウンド幅、マウンド厚、波高など種々の要因によって微妙に変化するために定性的¹¹⁾¹²⁾にならざるを得ない。谷本¹³⁾は、水理実験によって、海底勾配が1/50より緩やかな場合を対象としてマウンド厚と波高の変化による衝撃砕波力発生危険範囲を図-5のように整理している。

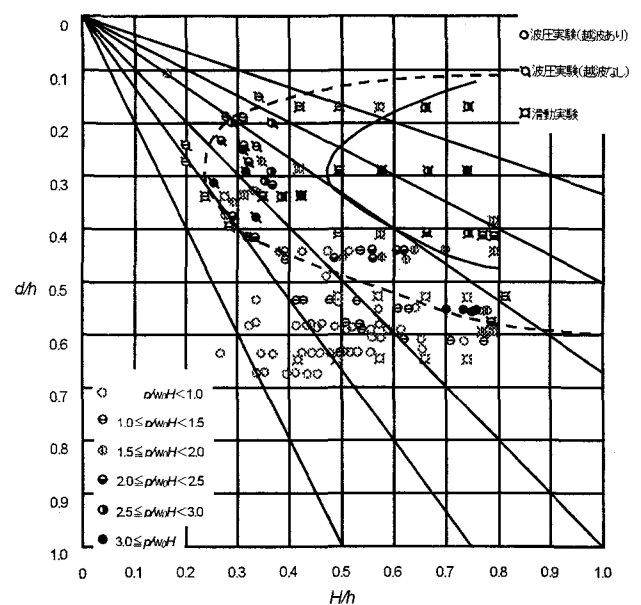


図-5 衝撃砕波力発生危険範囲¹³⁾

この図では、破線は $p/\omega H \geq 1.5$ の波力が発生する包絡線、実線は $p/\omega H \geq 2.0$ なる範囲を示している。マウンド上の水深と設置水深の比が $d/h < 0.1$ あるいは $d/h > 0.6$ の場合は、強大な衝撃砕波力は発生しないようである。

$d/h > 0.6$ の範囲ではおおむね $p/\omega H < 1.0$ となり、従来のように廣井式に有義波高を用いた方が実験値に近い値となる可能性が高い。一方、 $d/h \leq 0.4$ の場合、衝撃砕波が発生しない範囲では $1.0 < p/\omega H \leq 1.5$ となり、廣井式に最高波高を用いた適用範囲となる可能性が高い。

以上、既往の研究成果から、低マウンドの場合には廣井式に有義波高を用いる、そして高マウンドの場合に最高波高を用いることにより、作用波力を適切に推定できることが明らかとなった。

6. 実例による廣井式への適用波高の検討

ここまで、マウンド厚と廣井式に用いる波高との関係について考察してきたが、実際に建設された防波堤の変遷を調査するため、「築港要覧」¹⁴⁾および「北海道港湾構造物集覧」¹⁵⁾¹⁶⁾を用いて、第一線防波堤の主要断面を選び、混成防波堤の設置水深とマウンド厚を整理した。内訳は、1924年以前（明治・大正期）に建設された防波堤の12施設12断面、1945年度から1978年度（昭和20年度～昭和53年度）までに建設された39施設47断面である。傾斜堤に近い特異な形状にある小樽北防波堤も対象に加えるため、ここではマウンド天端水深 d を根固め方塊上面の水深として、設置水深 h との関係で図-6のように整理した。

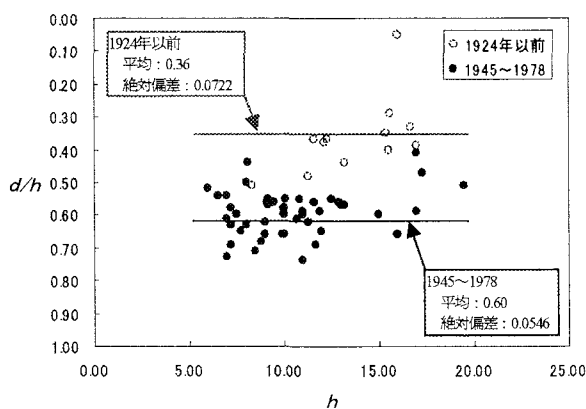


図-6 混成堤の相対水深比 (L.W.L.)

波の諸元が明らかでないものが多く、図-3および図-5との正確な照合はできないが、明治・大正期においては d/h が0.36程度の高マウンドの混成防波堤が多く、最高波高を用いた廣井式の適用範囲にあるのに対し、昭和20年度から53年度の混成防波堤は d/h が0.6程度の低マウンドであり、有義波高を用いた廣井式の適用範囲にあるとみることができる。

7. 結論

以上のことから、以下の点が明らかになった。

- ① 廣井式は、表面波に関するトロコイド波という厳密解から出発して導き出されていた。
- ② 廣井式は、現場での適用性を考慮して、いくつかの仮定と割り切りを行って、徹底的に簡略化することにより導き出されていた。
- ③ 廣井式中の波高は最高波高である。
- ④ わが国に混成堤形式の防波堤が導入された初期においては高マウンドの構造であり、廣井式に

最高波高を用いたことによって適切に波圧を推定できた。

- ⑤ 昭和20年から53年度の間建設された混成堤は、これに比べて低マウンドの構造であり、廣井式に有義波高を用いることにより適度に波圧を推定できたとみなし得る。
- ⑥ このような混成堤の構造の変遷が、廣井式に用いる波高の変遷の背景にあったと言える。
- ⑦ マウンド天端が比較的高い混成防波堤に対して廣井式を適用した場合、実際より小さな波力を算定することがあるとした従来からの指摘は、有義波高ではなく最高波高を用いることによって再評価する必要がある。

引用文献および参考文献

- 1) 日本港湾協会：港湾構造物設計基準，p. 2-4-26，1967年4月。
- 2) I. Hiroi：On a Method of Estimating the Force of Waves.，THE JOURNAL OF THE COLLEGE OF ENGINEERING, TOKYO IMPERIAL UNIVERSITY, 1919年。
- 3) 北海道廳：小樽港湾調査報文，1896年3月。
- 4) 北海道廳：小樽築港工事報文 前編，1908年6月。
- 5) 廣井勇：築港 卷之一，工學書院，1898年8月。
- 6) 鈴木雅次：湊工學，常磐書房，pp. 60-63，1932年10月。
- 7) 港湾協会：港湾工事設計示方要覧，p. 84，1950年5月。
- 8) 日本港湾協会：港湾工事設計要覧，pp. 13-14，1959年。
- 9) 伊藤喜行・藤島睦・北谷高雄：防波堤の安定性に関する研究，港湾技術研究所報告，第5巻，第14号，p. 9，1966年。
- 10) 運輸省港湾局：港湾施設設計指針，p. 2-241，1978年3月。
- 11) 谷本勝利・高橋重雄・北谷高雄：混成防波堤のマウンド形状による衝撃砕波力の発生と対策について，港湾技術研究所報告，第20巻，第2号，PP. 3-39，1981年。
- 12) 谷本勝利・高橋重雄・明瀬一行：防波堤直立部に働く不規則波力に関する実験的研究，港湾技術研究所報告，第23巻，第3号，pp. 47-99，1984年。
- 13) 谷本勝利：港湾技術研究所講演会講演集(1)，pp. 1-26，1976年。
- 14) 北海道廳：築港要覧，1924年12月。
- 15) 北海道開発局港湾部港湾建設課：北海道港湾構造物集覧(その1)，1980年4月。
- 16) 北海道開発局港湾部港湾建設課：北海道港湾構造物集覧(その2)，1980年4月。