

大型矩形浮体の長周期動揺について

LOW FREQUENCY OSCILLATION OF A LARGE SCALE FLOATING BODY

木村 晃¹・藤井秀和²

Akira KIMURA and Hidekazu FUJII

¹ 正会員 工博 鳥取大学工学部 (〒680-8552 鳥取市湖山町南 4-101)

² 正会員 工修 日本建設コンサルタント (〒460-0002 名古屋市中区丸の内 1-10-29 白川第八ビル)

This study deals with a low frequency oscillation of a large scale rigid floating body. The oscillation due to first order short period waves of an order of 10s is small. However, new free low frequency waves appear both sides of the floating body if a second order (bound) low frequency waves are considered. Due to the free low frequency waves, together with the low frequency bound waves, the floating body shows an significant oscillation. In this study characteristics of the new free low frequency waves around the floating body and the oscillation induced by the wave is clarified. The mooring system, which reduce the low frequency oscillation in principle is also explained.

Key Words : *Floating body, Low frequency oscillation, 2nd order low frequency waves*

1. はじめに

浮体が長周期動揺する現象については, Newman¹⁾, Pinkstar²⁾, Triantafyllou³⁾, Agnon May⁴⁾ らによる研究がある. いずれも 2 次長周期波による浮体の動揺を取り扱っているが, 複雑な形状の港湾や浮体に適用することを目的としているため表現が抽象的で, 応用の過程に数値計算が必要である. この研究では形状の簡単な矩形浮体を対象として, やはり 2 次長周期波による浮体の動揺を取り扱い, 浮体を線型の係留システムに結合した場合の長周期波の動揺のスペクトルの理論式を与える. さらに動揺を減らすための係留システムの要件についてもふれる.

2. 矩形浮体と周辺の波浪場

図 1 は対象とした矩形浮体を示したものである. 浮体は 2 次元として取り扱うので, ここではサージ, ヒープ, ピッチの 3 つの運動について検討する. 座標軸は図に示すようにとる. 浮体の両側面は $(x = \pm l)$ とする. 水深を h , 浮体の吃水を qh として流体域を I $(x > l; -h \leq z \leq 0)$, II $(-l \leq x \leq l; -h \leq z \leq -qh)$,

III $(x < -l; -h \leq z \leq 0)$ の 3 つの領域に分ける. まず規則波が領域 I の負の方向に入射する場合を考える.

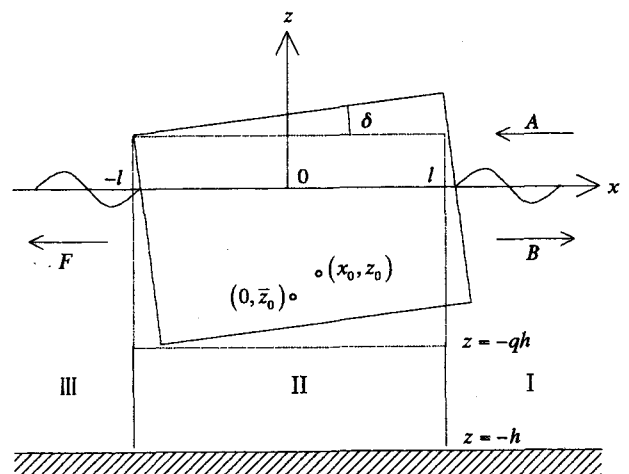


図 1 矩形浮体と領域

浮体の重心位置は $(0, z_0)$ であり, 波による運動で (x_0, z_0) に移動した場合, 浮体重心の水平, 鉛直および回転角の振幅をそれぞれ ξ, η および ω とすると

$$x_0 = \xi e^{i\sigma t}, z_0 = z_0 + \eta e^{i\sigma t}, \delta = \omega e^{i\sigma t} \quad (1)$$

なる関係がある. ここに $\sigma (= 2\pi/T)$ は入射波の周波数

である。このとき浮体の側面及び底面の境界は

$$\begin{aligned} x &= \pm l + \{\xi - \omega(z - \bar{z}_0)\}e^{i\sigma t} \\ z &= -qh + (\eta + \omega x)e^{i\sigma t} \end{aligned} \quad (2)$$

のように表される。浮体表面の方程式 $F(x, z; t) = 0$ に対する運動学的条件式は $DF/Dt = 0$ と表されることから流体の水平及び鉛直水粒子速度を u, w とすると運動学的境界条件は

$$\begin{aligned} x = \pm l: \quad u &= i\sigma\{\xi - (z - \bar{z}_0)\}e^{i\sigma t} \\ z = -qh: \quad w &= i\sigma(\eta + \omega x)e^{i\sigma t} \end{aligned} \quad (3)$$

のようになる。

領域 I, II, III における波の速度ポテンシャルをそれぞれ次のように置く⁵⁾。

$$\begin{aligned} \phi_1(x, z; t) &= \left\{ \left(A e^{ik(x-l)} + B e^{-ik(x-l)} \right) \right. \\ &\times \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-k_n(x-l)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \left. \right\} e^{i\sigma t} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \phi_2(x, z; t) &= \sum_{s=0}^{\infty} \left[\left(D_s \frac{\cosh \bar{S}x}{\cosh \bar{S}l} + E_s \frac{\sinh \bar{S}x}{\sinh \bar{S}l} \right) \right. \\ &\times \cos \bar{S}(z+qh) + 2i(-1)^s \frac{h}{l} \left\{ \eta \sigma h \cos \mu_s x \right. \\ &\left. + \omega \sigma l^2 \left(\frac{h}{l} \right)^2 \frac{\sin \mu_s x}{\mu_s h} \right\} \frac{\cosh \mu_s(z+h)}{(\mu_s h)^2 \sinh \bar{\mu}_s h} \left. \right] e^{i\sigma t} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \phi_3(x, z; t) &= \left\{ F e^{ik(x+l)} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \right. \\ &\left. + \sum_{n=1}^{\infty} G_n e^{k_n(x+l)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right\} e^{i\sigma t} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma^2 h}{g} &= kh \tanh kh = -k_n h \tan k_n h \\ (n &= 1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \quad (7)$$

ここに

$$\bar{S} = s\pi/\bar{q}h, \quad \mu_s = (2s+1)/2l, \quad \bar{\mu}_s = \bar{q}\mu_s, \quad \bar{q} = 1-q$$

である。これらのポテンシャルは、 $x = \pm l$ では浮体の側面における運動学的境界条件と、流体域 I と II, II と III の境界では mass, energy の連続条件を満たさねばならない。すなわち、

$x = l$:

$$\begin{aligned} 0 > z > -qh; \quad \frac{\partial \phi_1}{\partial x} &= i\sigma\{\xi - (z - \bar{z}_0)\omega\} \\ -qh > z > -h; \quad \phi_1 &= \phi_2, \quad \frac{\partial \phi_1}{\partial x} = \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \end{aligned} \quad (8)$$

$x = -l$:

$$\begin{aligned} 0 > z > -qh; \quad \frac{\partial \phi_3}{\partial x} &= i\sigma\{\xi - (z - \bar{z}_0)\omega\} \\ -qh > z > -h; \quad \phi_3 &= \phi_2, \quad \frac{\partial \phi_3}{\partial x} = \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \end{aligned} \quad (9)$$

である。(4) から (7) の各式を (8), (9) の両式に代入すれば未知数 B, F, C_n, D_n, E_n および G_n を A との比の形で計算することができる。ただし、式 (8), (9) の等号はそれぞれの z の範囲にわたる積分値の意味で成立するものとする。その際、 $\cosh k(z+h)$, $\cos k_n(z+h)$ が $0 > z > -h$ で、 $\cos \bar{S}(z+qh)$ が $0 > z > -qh$ で完全直交系であるので、積分の際には両辺にこれをかけて項数を減らす工夫をする (Takano⁶⁾, 井島⁵⁾)。式 (4) から (6) の n, s は 20 項程度計算すれば十分な精度の解を得ることができる。

3. 浮体の運動

浮体の質量を M , 重心に関する慣性モーメントを I , 浮体の右側面, 左側面および底面に作用する圧力をそれぞれ p_1, p_3 および p_2 とすると、浮体の水平, 鉛直および回転に関する運動方程式は次のようになる。

$$M \frac{d^2 x_0}{dt^2} = \int_{-qh}^0 (p_3 - p_1) dz \quad (10)$$

$$M \frac{d^2 z_0}{dt^2} = \int_{-l}^{+l} p_2 dx - Mg \quad (11)$$

$$\begin{aligned} I \frac{d^2 \delta}{dt^2} &= \int_{-qh}^0 (p_1 - p_3)(z - \bar{z}_0) dz \\ &+ \int_{-l}^{+l} p_2(x - x_0) dx \end{aligned} \quad (12)$$

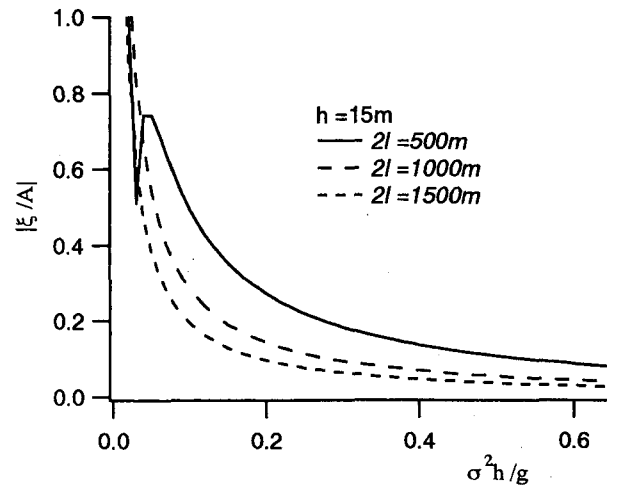


図2 短周期波による浮体の動揺

浮体の質量と慣性モーメントはそれぞれ

$$M = 2\rho qhl, \quad I = 2/3 \cdot \gamma \rho qhl^3$$

となる．ここに ρ は流体の密度， γ は浮体により異なる定数であり，ここでは $\gamma = 1.0$ として計算した⁵⁾．圧力は $p = -\rho \partial \phi / \partial t - \rho g z$ で与えられるので 2. の結果をこれに代入して方程式を解けば規則波による運動の解を得る．図 2 は $h = 15m$ の条件で浮体の長さを $500m$ ， $1000m$ ， $1500m$ と変えてサージングの振幅と入射波の振幅の比を示したものである． q の値は 0.5 とした．図からわかるように $10s$ 程度の波では浮体の動揺はほぼ無視できる．

4. 長周期波による浮体の動揺

つぎに入射波として波高，周期の異なる 2 成分の合成波を作用させる．成分波ごとの B ， F ， C_n ， D_n ， E_n および G_n は上と同様にして求めることができる．領域 I，II および III の波は成分波ごとの波を足しあわせることで求めることができる．いま入射波，反射波および透過波の速度ポテンシャルを

$$\begin{aligned}\phi_{jI} &= A_j^* \frac{\cosh k_j(z+h)}{\cosh k_j h} e^{i\{k_j(x-l)+\sigma_j t+\varepsilon_{1j}\}} \\ \phi_{jR} &= B_j^* \frac{\cosh k_j(z+h)}{\cosh k_j h} e^{-i\{k_j(x-l)-\sigma_j t-\varepsilon_{2j}\}} \\ \phi_{jT} &= F_j^* \frac{\cosh k_j(z+h)}{\cosh k_j h} e^{i\{k_j(x+l)+\sigma_j t+\varepsilon_{3j}\}}\end{aligned}\quad (j=1,2) \quad (13)$$

とする．領域 I，II，III 内での 1 次波（自由波）相互の干渉により発生する 2 次長周期波の速度ポテンシャルはそれぞれ，

$$\begin{aligned}\Phi_{1bI} &= -\frac{i}{2} A_1^* A_2^* H(z) e^{i\{k_{12}^-(x-l)+\sigma_{12}^- t+\varepsilon_{12I}^-\}} \\ \Phi_{1bR} &= -\frac{i}{2} B_1^* B_2^* H(z) e^{-i\{k_{12}^-(x-l)-\sigma_{12}^- t-\varepsilon_{12R}^-\}} \\ \Phi_{3bT} &= -\frac{i}{2} F_1^* F_2^* H(z) e^{i\{k_{12}^-(x+l)+\sigma_{12}^- t+\varepsilon_{12T}^-\}}\end{aligned}\quad (14)$$

となる．ここに

$$k_{12}^- = k_1 - k_2, \quad \sigma_{12}^- = \sigma_1 - \sigma_2 \quad (15)$$

$$\varepsilon_{12I}^- = \varepsilon_{11} - \varepsilon_{12}, \quad \varepsilon_{12R}^- = \varepsilon_{21} - \varepsilon_{22},$$

$$\varepsilon_{12T}^- = \varepsilon_{31} - \varepsilon_{32} \quad (16)$$

$$H(z) = \frac{\cosh k_{12}^-(z+h)}{\cosh k_{12}^- h} \frac{D_{12}^-}{\sigma_{12}^-} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}D_{12}^- &= \left\{ \left(\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2} \right) \left\{ \sqrt{R_2} (k_1^2 - R_1^2) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sqrt{R_1} (k_2^2 - R_2^2) \right\} \right. \\ &\quad \left. + 2 \left(\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2} \right)^2 (k_1 k_2 - R_1 R_2) \right\}\end{aligned}$$

$$\left/ \left\{ \left(\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2} \right)^2 - k_{12}^- \tanh k_{12}^- h \right\} \right. \quad (18)$$

$$R_m = k_m \tanh k_m h, \quad (m=1,2) \quad (19)$$

である⁷⁾．

このほか領域 I では入射波と反射波，あるいは自由波と evaneccent mode の波の干渉，領域 III では自由波と evaneccent mode の波の干渉もあるがこれらの波の振幅は小さいので無視する．合成波（1 次波）による浮体の運動は小さいので，領域 II では干渉による非線形長周期波は無視できる．短周期の波をすべて無視すると，浮体周辺に存在する波は，ポテンシャルが式 (14) で与えられる波のみとなる．これらにより，式 (5) と同様に領域 II には次式の速度ポテンシャルをもつ長周期波が発生すると仮定する．

$$\begin{aligned}\Phi_2 &= \sum_{s=0}^{\infty} \left[\left(D_s^* \frac{\cosh \bar{S}x}{\cosh \bar{S}l} + E_s^* \frac{\sinh \bar{S}x}{\sinh \bar{S}l} \right) \cos \bar{S}(z+qh) \right. \\ &\quad \left. + 2i(-1)^s \frac{h}{l} \left\{ \eta \sigma_{12}^- h \cos \mu_s x + \omega \sigma_{12}^- l^2 \left(\frac{h}{l} \right)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \frac{\sin \mu_s x}{\mu_s h} \right\} \frac{\cosh \mu_s(z+h)}{(\mu_s h)^2 \sinh \bar{\mu}_s h} \right] e^{i\sigma_{12}^- t}\end{aligned}\quad (20)$$

$\Phi_{1bI} + \Phi_{1bR}$ と Φ_2 ， Φ_{3bT} と Φ_2 は式 (8)，(9) と同じ形の境界条件を満足する必要があるが，これらの式は条件を満たさないので，新たに領域 I，III に速度ポテンシャルが次式で与えられる自由長周期波を仮定する．

$$\Phi_{1f} = iH_T \frac{\cosh k_{12f}(z+h)}{\cosh k_{12f} h} e^{-i\{k_{12f}(x-l)-\sigma_{12}^- t\}} \quad (21)$$

$$\Phi_{3f} = iK_f \frac{\cosh k_{12f}(z+h)}{\cosh k_{12f} h} e^{i\{k_{12f}(x+l)+\sigma_{12}^- t\}} \quad (22)$$

ここに k_{12f} は σ_{12}^- に対応する自由波の波数であり， H_T ， K_f はそれぞれの振幅 H_T^* ， K_f^* に位相角 $e^{i\varepsilon_{1f}}$ ， $e^{i\varepsilon_{3f}}$ を掛けした値である．図 3(a)，(b) は浮体から放射される長周期自由波の振幅 $|H_T/A_{12}|$ と $|K_f/A_{12}|$ を示したものである．ここに $||$ は絶対値を意味する． A_{12} は

$$A_{12} = \frac{A_1^* A_2^*}{2} \frac{D_{12}^-}{\sigma_{12}^-} e^{i\varepsilon_{12}^- t} \quad (23)$$

であり，2 つの入射波の干渉による 2 次長周期波（周波数差の波）の振幅である．図 3(a) は $2l = 1000m$ ，波高は 2 波とも $3m$ ，周期は 1 方を $T_1 = 10s$ に固定し，他方を変化させて計算した．水深は $10m$ ， $15m$ ， $20m$ と 3 種類変え， q は 0.5 とした．また，図 3(b) は水深を $10m$ ， $q = 0.5$ とし， $2l$ を $500m$ ， $1000m$ ， $1500m$ と変化させた結果である．周期，波高は (a) 図と同じである．

浮体の運動方程式は式 (10)~(12) と同じであるが x 軸方向の運動を制御する目的で係留システムに繋ぐため、この方向の運動方程式は

$$M \frac{d^2 x_0}{dt^2} + c \frac{dx_0}{dt} + kx_0 = \int_{-qh}^0 (p_3 - p_1) dz \quad (24)$$

となる。浮体の側面に作用する圧力は $p = -\rho \partial \Phi / \partial t - \rho g z$ で与えられる。領域 I, III の速度ポテンシャルはそれぞれ式 (14) の第 1, 2 式と式 (21) の和、式 (14) の第 3 式と式 (22) の和を用いる。浮体のヒープ、ピッチは小さいので、矩形浮体の左右に作用する静水圧は等しいと考えて良いので上式の第 2 項は無視する。

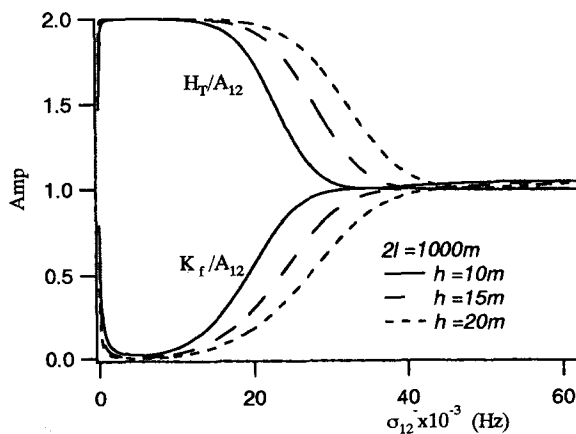


図 3(a) 自由長周期波の振幅 ($2l = 1000m$)

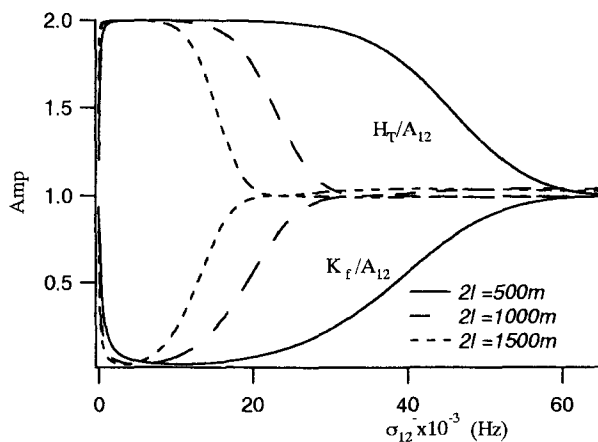


図 3(b) 自由長周期波の振幅 ($h = 10m$)

式 (11), (12) および (24) の z_0 , δ および x_0 に式 (1) を代入すると次の各式を得る。

$$\xi \sigma_{12}^- l = (A_{12} + B_{12} - F_{12}) f_{12} + (K_f - H_T) f_{12f}$$

(25)

$$\eta \sigma_{12}^- h = i \alpha \sum_{s=0}^{\infty} H_s D_s^* \quad (26)$$

$$\omega \sigma_{12}^- l^2 = \beta \left[(A_{12} + B_{12} - F_{12}) g_{12} + (K_f - H_T) g_{12f} + i \sum_{s=0}^{\infty} I_s E_s^* \right] \quad (27)$$

ただし、

$$B_{12} = \frac{B_1^* B_2^*}{2} \frac{D_{12}^-}{\sigma_{12}^-} e^{i \varepsilon_{12}^- R}, \quad F_{12} = \frac{F_1^* F_2^*}{2} \frac{D_{12}^-}{\sigma_{12}^-} e^{i \varepsilon_{12}^- T}$$

である。式 (25) から (27) は未知数 D_s^* , E_s^* ($s = 0, \dots$), K_f , H_T を含むが、これらの値は式 (8), (9) の速度ポテンシャル ϕ を Φ に書き換えた境界条件式を解くことで全く同様に決めることができる。すなわち、計算を進めると、

$$\begin{aligned} & - \left[k_{12f} h + 2i \frac{qh}{l} \left\{ \left(\frac{qh}{2l} + \frac{\bar{z}_0}{l} \right) \beta' g_{12f} + f_{12f} \right\} \right] \\ & \times \left(\frac{K_f}{A_{12}} - \frac{H_T}{A_{12}} \right) - 2 \left\{ \frac{qh}{l} - \frac{qh}{l} \left(\frac{qh}{2l} + \frac{\bar{z}_0}{l} \right) \beta' \frac{l}{h} \right\} \\ & \times \frac{E^*}{A_{12}} = -k_{12}^- h \left(1 - \frac{B_{12}}{A_{12}} + \frac{F_{12}}{A_{12}} \right) \\ & + 2i \frac{qh}{l} \left\{ \left(\frac{qh}{2l} + \frac{\bar{z}_0}{l} \right) \beta' g_{12} + f_{12} \right\} \\ & \times \left(1 + \frac{B_{12}}{A_{12}} - \frac{F_{12}}{A_{12}} \right) \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & k_{12f} h \left(\frac{K_f}{A_{12}} + \frac{H_T}{A_{12}} \right) - 4 \alpha' \frac{h}{l} \left(\frac{2l}{\pi h} \right)^2 \frac{D^*}{A_{12}} \\ & = -k_{12}^- h \left(1 + \frac{B_{12}}{A_{12}} - \frac{F_{12}}{A_{12}} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & -ih \left\{ 1 + 4 \left(\frac{h}{l} \right)^3 \left(\frac{2l}{\pi h} \right)^4 \beta' g_{12} \right\} \left(\frac{K_f}{A_{12}} - \frac{H_T}{A_{12}} \right) \\ & + 4h \left(\frac{h}{l} \right)^2 \left(\frac{2l}{\pi h} \right)^4 \beta' \frac{E^*}{A_{12}} - 2qh \frac{E^*}{A_{12}} \\ & = ih \left\{ 1 + 4 \left(\frac{h}{l} \right)^3 \left(\frac{2l}{\pi h} \right)^4 \beta' g_{12} \right\} \\ & \times \left(1 + \frac{B_{12}}{A_{12}} - \frac{F_{12}}{A_{12}} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

$$ih \left(\frac{K_f}{A_{12}} + \frac{H_T}{A_{12}} \right) - 2qh \frac{D^*}{A_{12}} = ih \left(1 + \frac{B_{12}}{A_{12}} - \frac{F_{12}}{A_{12}} \right) \quad (31)$$

を得る。浮体が十分大きければ式 (26), (27) の式中の s に関する和は $s = 0$ だけ計算すれば十分である。また

$$\begin{aligned}
f_{12} &= \frac{\rho(\sigma_{12}^-)^2 l h}{-M(\sigma_{12}^-)^2 + i c \sigma_{12}^- + k} \frac{\sinh k_{12}^- h - \sinh k_{12}^- h \bar{q}}{k_{12}^- h \cosh k_{12}^- h} \\
f_{12f} &= \frac{\rho(\sigma_{12}^-)^2 l h}{-M(\sigma_{12}^-)^2 + i c \sigma_{12}^- + k} \\
&\quad \times \frac{\sinh k_{12f}^- h - \sinh k_{12f}^- h \bar{q}}{k_{12f}^- h \cosh k_{12f}^- h} \\
\alpha &= \left\{ q - \frac{1}{(\sigma_{12}^-)^2 h/g} + 6 \left(\frac{h}{l} \right)^4 \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\coth \bar{\mu}_s h}{(\mu_s h)^5} \right\}^{-1} \\
\beta &= \left\{ \gamma q - \frac{1}{(\sigma_{12}^-)^2 h/g} + 6 \left(\frac{h}{l} \right)^4 \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\coth \bar{\mu}_s h}{(\mu_s h)^5} \right\}^{-1} \\
g_{12} &= \frac{3h}{2l} \left\{ \frac{q k_{12}^- h \sinh k_{12} h \bar{q} - \cosh k_{12}^- h}{(k_{12}^- h)^2 \cosh k_{12}^- h} \right. \\
&\quad \left. - \left(\frac{\bar{z}_0}{h} - \frac{Mg}{h(-M((\sigma_{12}^-)^2 + i c \sigma_{12}^- + k))} \right) \right. \\
&\quad \left. \times \frac{\sinh k_{12}^- h - \sinh k_{12}^- h \bar{q}}{k_{12}^- h \cosh k_{12}^- h} \right\} \\
g_{12f} &= \frac{3h}{2l} \left\{ \frac{q k_{12f}^- h \sinh k_{12f} h \bar{q} - \cosh k_{12f}^- h}{(k_{12f}^- h)^2 \cosh k_{12f}^- h} \right. \\
&\quad \left. - \left(\frac{\bar{z}_0}{h} - \frac{Mg}{h(-M((\sigma_{12}^-)^2 + i c \sigma_{12}^- + k))} \right) \right. \\
&\quad \left. \times \frac{\sinh k_{12f}^- h - \sinh k_{12f}^- h \bar{q}}{k_{12f}^- h \cosh k_{12f}^- h} \right\} \\
H_s &= \frac{\tanh \bar{S} l}{\bar{S} l}, \quad I_s = 3 \frac{l}{h} \frac{\bar{S} l \coth \bar{S} l - 1}{(\bar{S} l)^2} \\
\alpha' &= \left\{ q - \frac{1}{(\sigma_{12}^-)^2 h/g} \right. \\
&\quad \left. + 2 \left(\frac{h}{l} \right)^2 \left(\frac{2l}{\pi h} \right)^3 \coth \left(\frac{\bar{q} h \pi}{2l} \right) \right\}^{-1} \\
\beta' &= \left\{ \gamma q - \frac{1}{(\sigma_{12}^-)^2 h/g} \right. \\
&\quad \left. + 6 \left(\frac{h}{l} \right)^4 \left(\frac{2l}{\pi h} \right)^5 \coth \left(\frac{\bar{q} h \pi}{2l} \right) \right\}^{-1} \quad (32)
\end{aligned}$$

である。

5. 不規則波浪による浮体の動揺

入射波が次式で与えられる不規則波 (uni-directional) のよる浮体の動揺を考える。

$$\eta_I = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{a_j}{2} e^{i(k_j x + \sigma_j t + \varepsilon_j)} \quad (33)$$

式 (13) の A^* , B^* , F^* との関係は、

$$A_j^* = \frac{i g a_j}{\sigma_j} e^{i k_j l}, \quad B_j^* = \frac{i g b_j}{\sigma_j} e^{-i k_j l}$$

$$F_j^* = \frac{i g f_j}{\sigma_j} e^{i k_j l}, \quad (j = 1, 2, 3, \dots) \quad (34)$$

である。ここに b_j , f_j はそれぞれ a_j に対する反射波および透過波の振幅である。不規則波に含まれる任意の2つの成分波 (たとえば $j = m$ および $j = n$) の相互干渉により、式 (13) 以降で説明した2次干渉波および長周期自由波が発生する。成分波が無数に存在するので、領域全体に発生する2次干渉波ならびに長周期自由波は、式 (13) 以降の各式の添え字1を m に、2を n に変えて、結果を m , n の可能な組み合わせすべてについて加えあわせることで得ることができる。たとえば $j = m, n$ の2波の干渉により発生する長周期波 (拘束波 + 自由波) による浮体のサージングの振幅 ξ は

$$\begin{aligned}
\xi &= \frac{\rho \sigma_{mn}^- q h e^{-i \varphi_{mn}}}{\sqrt{\{k - M(\sigma_{mn}^-)^2\}^2 + (c \sigma_{mn}^-)^2}} \\
&\quad \times (A_{mn} + B_{mn} - F_{mn} + K_{mnf} - H_{mnT}) \quad (35)
\end{aligned}$$

の様に与えられる。ここに

$$\begin{aligned}
\varphi_{mn} &= \tan^{-1} \frac{c \sigma_{mn}^-}{k - M(\sigma_{mn}^-)^2} \\
A_{mn} &= -\frac{g^2}{2} \frac{a_m a_n}{\sigma_m \sigma_n} \frac{D_{mn}^-}{\sigma_{mn}^-} e^{i \varepsilon_{mnT}} \\
B_{mn} &= -\frac{g^2}{2} \frac{b_m b_n}{\sigma_m \sigma_n} \frac{D_{mn}^-}{\sigma_{mn}^-} e^{i \varepsilon_{mnR}} \\
F_{mn} &= -\frac{g^2}{2} \frac{f_m f_n}{\sigma_m \sigma_n} \frac{D_{mn}^-}{\sigma_{mn}^-} e^{i \varepsilon_{mnT}} \\
H_{mnf} &= H_T^* e^{i \varepsilon_{f1}}, \quad K_{mnf} = K_f^* e^{i \varepsilon_{f3}}
\end{aligned}$$

である。いま、式 (33) の周波数を $\sigma_j = j \Delta \sigma$ とおいて、 $\sigma_{mn}^- = \sigma_m - \sigma_n = r \Delta \sigma$ なる波を加えあわせて位相の平均をとると、

$$\begin{aligned}
|\xi_r|^2 &= \frac{(\rho \sigma_r q h)^2}{(k - M \sigma_r^2)^2 + (c \sigma_r)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_m^2 a_n^2 \right. \\
&\quad \left. + b_m^2 b_n^2 + f_m^2 f_n^2 + H_{mnT}^2 + K_{mnf}^2 \right) \quad (36)
\end{aligned}$$

となる。ただし、 $m = n + r$ である。入射波の振幅 a は入射波のスペクトルを $S(\sigma)$ とすると

$$a_m = \sqrt{2 S(\sigma_m) \Delta \sigma} \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (37)$$

のように与えられる。 b_m , f_m , H_{mn} , T_{mn} 等はここまで説明した方法で計算する。最後にサージングのスペクトルは

$$S(\sigma_M) \Delta \sigma = \frac{1}{2} \sum_{r=M}^{M+N} \frac{|\xi_r|^2}{(N+1)} \quad (38)$$

で与えられる。

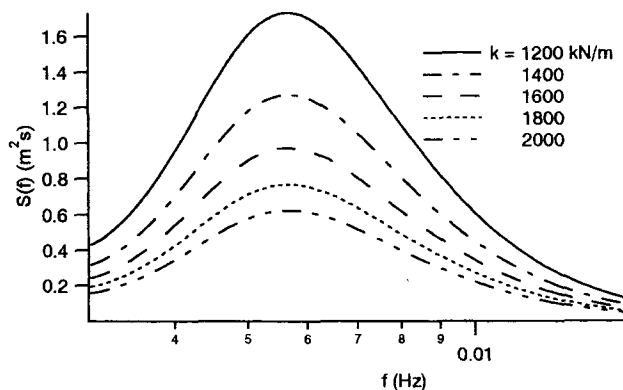


図 4(a) サージングスペクトル (Case 1)

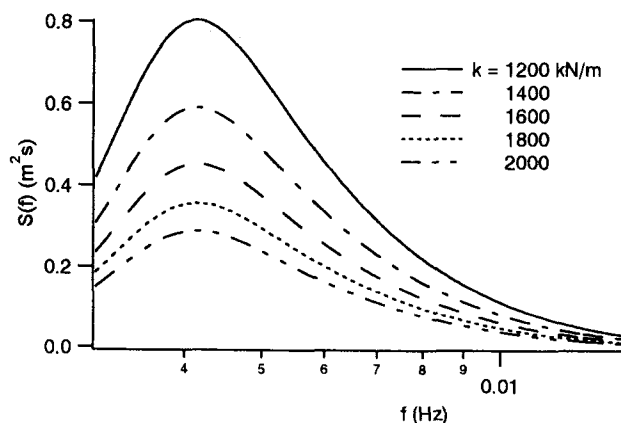


図 4(b) サージングスペクトル (Case 2)

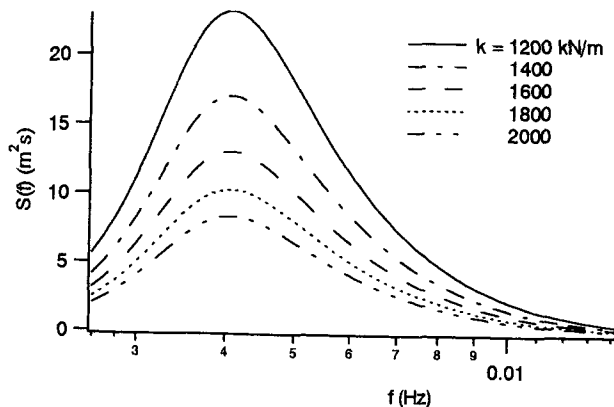


図 4(c) サージングスペクトル (Case 3)

表 1 計算条件

case	$h(m)$	$H_{1/3}(m)$	$T_{1/3}(s)$	$2l(m)$	q
1	10	3	10	500	0.5
2	10	3	10	1000	0.5
3	10	5	12	1000	0.5

6. 計算結果とまとめ

表 1 は計算条件を示したもので、図 4 は各ケースのスペクトル図 (式 38) を示したものである。図中の各線は係留システムのパネ定数を変えて計算したものである。ただし減衰比は便宜的に $\zeta = 0.1$ とした。浮体の動揺を軽減する方法として国交省⁸⁾ のような試みも行われているが、式 (36) で示されるように、浮体の動揺スペクトルは線型係留システムの特性和浮体周辺の波の特性に関する項の積として与えられる。したがって最初の項の周波数特性のピーク値を第 2 項のもののピーク値から離せば動揺の軽減が期待できる。

謝辞: 本研究を進めるにあたり新井信一足利工業大学教授から貴重な資料ならびにコメントをいただいた。記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Newman, J. N.: Second order, slowly varying forces on vessels in irregular waves, Proc. Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, pp.193-197, 1974.
- 2) Pinkstar, J. A.: Low frequency phenomena associated with vessels moored at sea, Soc. of Petroleum Engineers of AIME, SPE Paper No. 4837, pp.487-497, 1975.
- 3) Triantafyllou, M. S.: A consistent hydrodynamic theory for moored and positioned vessels, J. of Ship Research, Vol. 26, 1982.
- 4) Agnon, Y. and C. C. Mei: Slow-drift motions by multiple scale analysis, Int. Workshop on Ship and Platform Motions, Berkeley, pp.283-304, 1983.
- 5) 井島武士, 田淵幹修, 湯村やす: 矩形断面を持つ浮体の浅海波による自由振動, 第 18 回海岸工学講演会論文集, pp.173-180, 1971.
- 6) Takano, K.: Effects d'un obstacle parallélipédique sur la propagation de la houle. Houille Blanche 15, 247, 1960.
- 7) 木村 晃: 非線形長周期波の 2 次元スペクトル, 第 32 回海岸工学講演会論文集, pp.154-158, 1985.
- 8) 平石哲也, 永瀬恭一: 長周期波対策護岸の性能検証実験, 海岸工学論文集, 第 50 巻, pp.801-805, 2003.