

# 密度成層領域に入射する表面波の 非線形数値計算

## NONLINEAR NUMERICAL CALCULATION OF SURFACE WAVES PROPAGATING THROUGH A DENSITY-STRATIFIED FLUID

柿沼太郎

Taro KAKINUMA

正会員 博(工) 独立行政法人港湾空港技術研究所 海洋・水工部  
(〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬三丁目 1-1)

This paper describes propagation of nonlinear water waves through a density-stratified fluid. The governing equations for a multilayer fluid system have been derived by vertical integration in each fluid layer with nonlinear boundary conditions satisfied on the interfaces. These equations, which can treat fluid density distribution inside each layer, are also applicable to compressible fluid motion with additional sets of equations concerning fluid density and pressure. Numerical computation was performed for surface and internal long waves in the vertical section using the simplified set which consists of the continuity equations and Bernoulli's equations for incompressible fluids having horizontally distributed density. The surface and internal waves progressing through the density stratified region, where the lower layer water is heavier than the upper, are simulated and the changing rates of wave height are obtained. The wave profiles change in space and time because of energy transfer between the surface and internal waves, which repeat transmission and reflection through the density stratified region, resulting in generating longer and shorter period waves.

**Key Words:** Density stratification, long-period wave, internal wave, nonlinear long wave

### 1. 序 論

港湾内で観測される波浪の長周期波成分は, 船舶の停泊や荷役に支障をきたす可能性があり, 港湾機能を低下させる要因の一つである<sup>1)</sup>. 従って, 港湾の計画・設計に際し, 長周期波の特性を予測しておく必要がある. こうした長周期波は, 種々の原因によって発生することが指摘されており, その過程には, 波の非線形干渉を含む複雑なメカニズムが存在するであろう. 長周期波発生に関して, 様々な角度から検討が進められており, 例えば, 波浪の非線形性を考慮して湾水振動を扱った研究に Derun ら<sup>2)</sup> がある. 本研究では, 水域内に存在する密度成層が長周期波発生の一因となるかどうかについて確かめようとする. すなわち, 冬季に冷却された海水が夏季に底面付近に滞留することによって生じる水温の分布や, 河川から淡水が流入する海域に見られる塩分の分布のように, 海水中に密度成層が形成された場合, 表面波がこの密度成層領域に入射し, あるいは, この領域を透過し

たときに長周期波が発生するか否かについて調べる. こうした海水の鉛直方向の密度変化は, 密度の大きな層の流体運動が比較的抑制されるという意味では, リーフ上のように水深が浅くなる効果<sup>3)</sup> と類似した影響を波の変化に及ぼすことが推測される. 更に, 密度が異なる流体の境界面で内部波が発生するため, 界面振動の表面波・内部波モードに表面波のエネルギーが移行し, また, 逆に, 表面波の内部波モードが発生することになる.

ところで, 水域における内部波は, 復元力としての重力の効果を表面波ほど受けないため, 波高が比較的大きくなりやすい<sup>4)</sup>. 沿岸域に生成・伝播した大きなエネルギーを有する内部波は, 水質環境や漁場形成のみならず底質移動にも影響を与えるであろう. こうした内部波の波動としての物理的性質を正確に把握するためには, 非線形波動理論に基づく数値解析によって波動の非線形性・分散性を詳細に議論する必要がある. また, 水塊は, 等密度面に沿って移動する傾向があり, 鉛直方向に対象領域を層に区切った layer モデルを適

用することは、数値解析精度を向上させるという意味を有する。そこで、本研究では、各層内の密度が空間的、または、時間的に変化する流体運動の解析のための、層内の密度変化を考慮した内部波の非線形波動方程式を変分法により導出することを試みる。

数値解析では、鉛直断面内の 2 層流体を対象とし、2 層からなる密度成層領域に入射する表面波の特性変化について、数値計算により検討する。実際には、密度が温度や濃度の関数であるが、ここでは、下層の密度が比較的高い地域を計算領域内に設定し、密度の水平分布を固定する。そして、基礎方程式系を表面長波及び内部長波に対する非線形方程式系に簡単化し、層内の密度変化を Bernoulli の式において考慮する。

## 2. 基礎方程式

### (1) 密度成層

図-1 のように、流体が成層状態にあるとする。流体の種類を上から順に  $i = 1, 2, \dots, I$  で表わし、各層内の流体の密度を  $\rho_i(x, z, t)$  とする。第  $i$  層の流体の下面及び上面の位置をそれぞれ  $z = \eta_{i,0}(x, t)$  及び  $z = \eta_{i,1}(x, t)$  とし、各面における圧力をそれぞれ  $p_{i,0}(x, t)$  及び  $p_{i,1}(x, t)$  と定義する。これらの流体に関して、次のような仮定を設ける。

仮定 (1): 流体が非粘性流体である。

仮定 (2): 流体運動が非回転である。

仮定 (3): 流体の密度が  $\rho_i(x, \eta_{i,0}, t) \leq \rho_{i+1}(x, \eta_{i,0}, t)$  ( $i = 1, 2, \dots, I-1$ ) である。

仮定 (4): 各流体層間の界面を通しての混合及び拡散は、別途考慮することとして変分問題において無視する。

仮定 (5): 表面波と内部波の両者について碎波を考慮せず、渦や乱れの効果は無視し、 $\eta_{i,j}$  が  $x$  の 1 価関数であるとする。

仮定 (6): すべての層について、鉛直積分可能な対象領域の  $x-y$  平面への正射影が、時間に関して変化しない同一平面  $A$  である。

仮定 (7): 質量力が重力のみであり、表面張力による復元効果が重力の効果に比べて無視できる。

### (2) 層内の密度変化を考慮した表面波・内部波方程式

#### a) 変分問題における汎関数の定義

第  $i$  層の各点における速度ポテンシャル  $\phi_i(x, z, t)$  を  $u_i = \nabla \phi_i$ ,  $w_i = \partial \phi_i / \partial z$  によって定義する。ここで、 $u_i$  及び  $w_i$  は、それぞれ、各点における流速の水平方向成分ベクトル及び鉛直方向成分である。また、 $\nabla = (\partial / \partial x, \partial / \partial y)$  は、水平方向の微分演算子である。

いま、第  $i$  層が有する二つの界面のうちの何れか一

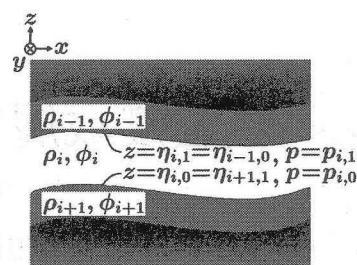


図-1 密度成層

方の位置  $z = \eta_{i,1-j}$  ( $j = 0$  or  $1$ ) と、他方の界面における圧力  $p_{i,j}$  とがともに既知であると考え。また、第  $i$  層の  $z = \eta_{i,j}$  における密度を  $\rho_{i,j}$  とする。すると、求める未知変数は、第  $i$  層の各地点における界面位置  $\eta_{i,j}$  及び各点における速度ポテンシャル  $\phi_i$ 、密度  $\rho_i$  ( $\eta_{i,0} \leq z \leq \eta_{i,1}$ )、圧力  $p_i(x, z, t)$  ( $\eta_{i,0} < z < \eta_{i,1}$ ), etc. となる。このとき、第  $i$  層における流体運動に対する変分問題の作用  $\mathcal{F}_i[\eta_{i,j}, \phi_i, \rho_i, p_i, \dots]$  を柿沼<sup>5), 6)</sup>を参考にして次式の汎関数とする。

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_i[\eta_{i,j}, \phi_i, \rho_i, p_i, \dots] \\ = \int_{t_0}^{t_1} \iint_A \int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} \left\{ \rho_i \left[ \frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi_i)^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right)^2 + gz + p_{i,j} / \rho_{i,j} \right] + \Pi_i \right\} dz dA dt \quad (1) \end{aligned}$$

ここで、 $(\nabla \phi_i)^2 \equiv |\nabla \phi_i|^2$  とする。また、 $g$  は、重力加速度である。 $\Pi_i(x, z, t)$  は、エンタルピーの  $\rho_i$  に関する積分である。第  $i$  層の  $\Pi_i$  は、層間の熱力学的干渉による第  $k$  層からの寄与分  $\Pi_{i,k}(x, z, t)$  ( $k = i-1, i+1$ ) を含む。

#### b) 鉛直分布関数の設定

速度ポテンシャル  $\phi_i$  及び密度  $\rho_i$  をそれぞれ重み  $f_{i,\alpha}$  及び  $l_{i,\alpha}$  付きの  $z$  のべき関数  $z^\alpha$  の和として、総和規約を用いて次式のように表わす。

$$\begin{aligned} \phi_i(x, z, t) &\equiv \sum_{\alpha=0}^{N-1} \{ z^\alpha \cdot f_{i,\alpha}(x, t) \} = f_{i,\alpha} \cdot z^\alpha \\ &= f_{i,0} \cdot 1 + f_{i,1} \cdot z + f_{i,2} \cdot z^2 + \dots + f_{i,N-1} \cdot z^{N-1} \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_i(x, z, t) &\equiv \sum_{\alpha=0}^{N-1} \{ z^\alpha \cdot l_{i,\alpha}(x, t) \} = l_{i,\alpha} \cdot z^\alpha \\ &= l_{i,0} \cdot 1 + l_{i,1} \cdot z + l_{i,2} \cdot z^2 + \dots + l_{i,N-1} \cdot z^{N-1} \quad (3) \end{aligned}$$

#### c) 変分原理の Euler-Lagrange 方程式の導出

式 (2) 及び (3) を式 (1) に代入して鉛直積分を行なった後、 $\eta_{i,j}$ ,  $f_{i,\alpha}$  及び  $l_{i,\alpha}$  に関する変分原理の Euler-Lagrange 方程式を求めると、表面波及び内部波の完全非線形方程式系が式 (4)~(6) のように得られる ( $\alpha = 0, 1, 2, \dots, N-1$ )。

$$\frac{\partial}{\partial t}(Q_i[\alpha + \beta]\ell_{i,\beta}) + \nabla(Q_i[\alpha + \beta + \gamma]\nabla f_{i,\beta} \cdot \ell_{i,\gamma}) - R_i[\alpha, \beta, \gamma]f_{i,\beta}\ell_{i,\gamma} - \left[ \int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} \Pi_i dz \right]_{\phi_i} = 0 \quad (4)$$

$$Q_i[\alpha + \beta]\frac{\partial f_{i,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2}Q_i[\alpha + \beta + \gamma]\nabla f_{i,\beta}\nabla f_{i,\gamma} + \frac{1}{2}R_i[\beta, \gamma, \alpha]f_{i,\beta}f_{i,\gamma} + gQ_i[\alpha + 1] + \frac{p_{i,j}}{\rho_{i,j}}Q_i[\alpha] + \left[ \int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} \Pi_i dz \right]_{\ell_{i,\alpha}} = 0 \quad (5)$$

$$\eta_{i,j}^{\beta+\gamma}\frac{\partial f_{i,\beta}}{\partial t}\ell_{i,\gamma} + \frac{1}{2}\eta_{i,j}^{\beta+\gamma+\delta}\nabla f_{i,\beta}\nabla f_{i,\gamma} \cdot \ell_{i,\delta} + \frac{1}{2}S_{i,j}[\beta, \gamma, \delta]f_{i,\beta}f_{i,\gamma}\ell_{i,\delta} + g\eta_{i,j}^{\beta+1}\ell_{i,\beta} + \frac{p_{i,j}}{\rho_{i,j}}\eta_{i,j}^{\beta}\ell_{i,\beta} + \Pi_i \Big|_{z=\eta_{i,j}} = 0 \quad (6)$$

ここで、 $Q_i[\alpha]$ 、 $R_i[\alpha, \beta, \gamma]$  及び  $S_{i,j}[\alpha, \beta, \gamma]$  は、それぞれ、次式のような  $\eta_{i,e}$  ( $e = 0$  or  $1$ ) の関数である。

$$Q_i[\alpha] = \frac{1}{\alpha + 1}(\eta_{i,1}^{\alpha+1} - \eta_{i,0}^{\alpha+1}) \quad (7)$$

$$R_i[\alpha, \beta, \gamma] = \begin{cases} \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta + \gamma - 1} \times (\eta_{i,1}^{\alpha+\beta+\gamma-1} - \eta_{i,0}^{\alpha+\beta+\gamma-1}) & (\alpha\beta \neq 0) \\ 0 & (\alpha\beta = 0) \end{cases} \quad (8)$$

$$S_{i,j}[\alpha, \beta, \gamma] = \begin{cases} \alpha\beta \eta_{i,j}^{\alpha+\beta+\gamma-2} & (\alpha\beta \neq 0) \\ 0 & (\alpha\beta = 0) \end{cases} \quad (9)$$

本方程式系は、鉛直分布関数の項数を十分に多くとることにより、密度成層の層厚や波の周波数帯域からの制約を受けることなく、強非線形性・強分散性を有する表面波や内部波の解析を理論的に可能とする。

密度は、圧力、温度、濃度等の関数であり、問題を解くためには、ここで示した方程式以外にも、 $\Pi_i$  の関数形や、これらの未知変数を結び付ける他の方程式系が必要である。例えば、理想気体や、体積弾性率と濃度とが一様かつ一定の液体では、圧力が密度の関数として表わされ ( $p_i = p_i(\rho_i)$ )、このとき、未知変数は、 $\eta_{i,j}$ 、 $\phi_i$  及び  $\rho_i$  のみとなる。

連続方程式である式 (4) は、圧縮性流体の質量保存則である。「圧縮性」とは、密度が変化し得るという意味であり、流体の単位質量当たりの体積が伸縮することである。塩分といった溶質の投与、日照による蒸発、化学反応や微生物の関与は、対象としている流体運動の系内の質量を変化させるが、これらは、未知変数に

関する方程式や境界条件を介して、圧縮性流体の密度変化として連続方程式と運動方程式の両者に影響する。

体積弾性率  $K_i \equiv \rho_i dp_i / d\rho_i$  は、圧力による流体粒子の体積の伸縮という意味の圧縮性を示すが、「圧縮性」流体の密度変化は、圧力変化を伴わない場合もある。この場合、密度は、圧力と独立した成分を有する。そして、熱力学的、化学的、または、生物学的原因による密度変化も、運動方程式において力学的影響として現れる。流体粒子の体積が伸縮せず、密度が既知量として扱える場合、その流体を非圧縮性流体とみなすことが可能になる。

### (3) 長波近似

長波近似のために、次の二つの仮定を設ける。

仮定 (8): 流体層が極浅水域にある。

仮定 (9): 静水圧近似が成り立つ。

すなわち、流体の各層が極浅水域にある場合を対象とし、鉛直分布関数を 1 項のみ用いることにして ( $N = 1$ )、 $\phi_i(\mathbf{x}, z, t) = f_{i,\alpha} \cdot z^\alpha = f_{i,0} = \phi_i(\mathbf{x}, t)$  及び  $\rho_i(\mathbf{x}, z, t) = \ell_{i,\alpha} \cdot z^\alpha = \ell_{i,0} = \rho_i(\mathbf{x}, t)$  とする。そして、圧力分布の静水圧近似が成り立つと仮定し、 $\Pi_i$  を次式で定義する。

$$\Pi_i = \rho_i g(\eta_{i,j} - z) \quad (10)$$

すると、式 (4) ~ (6) は、式 (11) 及び (12) となる。

$$\frac{\partial}{\partial t}\{\rho_i(\eta_{i,1} - \eta_{i,0})\} + \nabla\{\rho_i(\eta_{i,1} - \eta_{i,0})\nabla\phi_i\} = 0 \quad (11)$$

$$\rho_i \left\{ \frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \phi_i)^2 + g\eta_{i,j} \right\} + p_{i,j} + P_i = 0 \quad (12)$$

式 (11) 及び (12) は、各層内の水平方向の密度分布を考慮した表面長波・内部長波の方程式系である。

自由水面に大気圧が働く場合、その圧力を全領域で 0 とすると、Bernoulli の式から密度分布の効果が消去されてしまう。従って、ある定数値  $P_i$  を付加しておく必要がある。

なお、ポテンシャルの基準値は、各層に対してどのような値にとってもよく、また、その基準値が場に一樣な状態で時間的に変化してもよい。これは、ポテンシャルの差分が物理現象として現れるからである。

### (4) 水平方向の密度分布が制御された 2 層問題

一般に、未知変数である密度  $\rho_i$  を求めるために、密度と温度・濃度の関係式及び移流・拡散方程式といった  $\rho_i$  に関する補完方程式が必要である。しかし、次のような仮定が成り立つように密度が制御されている場合、連続方程式は、非圧縮性流体の質量保存則となる。

仮定 (10): 流体粒子の体積が伸縮せず、流体の密度が既知である。

この仮定が成り立つのは、例えば、非圧縮性流体が、ある領域だけ強制的に冷却され、他の領域が比較的高温に保たれている場合である。このとき、後者の領域にある流体粒子が前者の領域に移動すると、粒子密度が大きくなるが、体積が不変である。この場合、流体の粒子密度の変化は、連続方程式に現れず、運動方程式においてのみ浮力の効果という物理的影響として現れる。そして、式 (11) 及び (12) は、次式のように Bernoulli の式において各層内の水平方向の密度分布を考慮した表面長波・内部長波の方程式系となる。

$$\frac{\partial \eta_{i,1}}{\partial t} - \frac{\partial \eta_{i,0}}{\partial t} + \nabla \{ (\eta_{i,1} - \eta_{i,0}) \nabla \phi_i \} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi_i)^2 + g \eta_{i,j} + (p_{i,j} + P_i) / \rho_i = 0 \quad (14)$$

いま、表面が大気と接する 2 層問題を対象とし、自由水面に働く大気圧を 0 とする。表面、内部界面及び底面の位置をそれぞれ  $z = \zeta$ ,  $z = \eta$  及び  $z = b$  とし、第  $i$  層の初期層厚を  $h_i(x)$  ( $\sum_{i=1}^I h_i = h(x)$ ) とする。また、 $P_2 = 0$  とする。このとき、式 (13) 及び (14) より、 $p_{1,0}$  を消去して、各層で次式が成り立つ。

[第 1 層]

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial b}{\partial t} - \nabla \{ (\zeta - \eta) \nabla \phi_1 \} - \nabla \{ (\eta - b) \nabla \phi_2 \}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial t} = -\frac{1}{2} (\nabla \phi_1)^2 - g \zeta - P_1 / \rho_1 \quad (16)$$

[第 2 層]

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial b}{\partial t} - \nabla \{ (\eta - b) \nabla \phi_2 \}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial t} = -\frac{1}{2} (\nabla \phi_2)^2 - g(\eta + h_1) - \frac{\rho_1}{\rho_2} g(\zeta - \eta - h_1) - P_1 / \rho_2 \quad (18)$$

### 3. 表面波及び内部波の数値計算

(1) 数値計算の方法及び条件

鉛直断面において、式 (15) ~ (18) を差分法<sup>7)</sup>を用いて解く。すなわち、図-2 に示す陽的手順を繰り返して、新しい時間ステップにおける水面・内部界面の変動及び速度ポテンシャルの値を次々に求める。

初期条件として、次式を与える。

$$\zeta(x, 0) = 0 \quad (19)$$

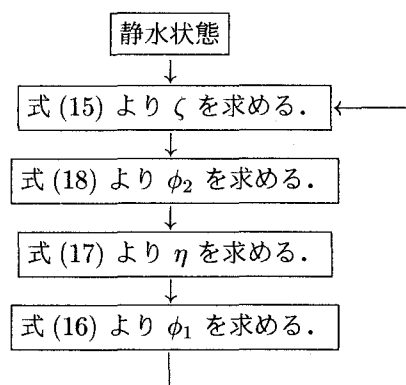


図-2 計算の手順

$$\eta(x, 0) = -h_1 \quad (20)$$

$$b(x, 0) = -h \quad (21)$$

$$\phi_1(x, 0) = 0 \quad (22)$$

$$\phi_2(x, 0) = 0 \quad (23)$$

入射波は、図-3 に示すように、底面  $b(x, t)$  の一部を隆起、または、沈降させて造波する。こうして生成した表面波及び内部波が密度成層領域 ( $x_1 \leq x \leq x_4$ ) に入射する。

図-3 の第 1 層における流体の密度は、 $\rho_1 = \text{const.}$  である。従って、 $P_1 = 0$  としてよい。他方、第 2 層における流体の密度  $\rho_2$  は、次式のように場所的に変化する。

$$\rho_2 = \rho_1 \quad (x_0 \leq x < x_1) \quad (24)$$

$$\rho_2 = \rho_1 + (\rho - \rho_1) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad (x_1 \leq x < x_2) \quad (25)$$

$$\rho_2 = \rho \quad (x_2 \leq x < x_3) \quad (26)$$

$$\rho_2 = \rho_1 - (\rho - \rho_1) \frac{x - x_4}{x_4 - x_3} \quad (x_3 \leq x < x_4) \quad (27)$$

$$\rho_2 = \rho_1 \quad (x_4 \leq x \leq x_5) \quad (28)$$

計算領域の両端 ( $x = x_0, x_5$ ) が滑らかに接続されるよう、空間的に周期的な境界条件を与え、計算領域を十分に長く取る。

(2) 密度成層領域を伝播する表面波の数値計算

図-3 において、 $x_0/h = 0$ ,  $x_1/h = 60$ ,  $x_2/h = 62$ ,  $x_3/h = 68$ ,  $x_4/h = 70$  及び  $x_5/h = 200$  とし、密度比を  $\rho/\rho_1 = 2.0$  として第 2 層に密度分布を設定する。

底面に、 $b/h = 7.0 \times 10^{-4} t \sqrt{g/h} \sin(\pi x/h) - 1.0$

( $10 \leq x/h \leq 50$ ) なる隆起・沈降を  $0 \leq t\sqrt{g/h} \leq 0.9$  の時間に与え、これにより発生した 20 周期程度の表面波を密度成層領域に入射させた。この入射波群の前後には、波高が空間的に徐々に変化する数波が位置する。

このときの計算結果を図-4~6 に示す。

図-4 は、初期層厚比が  $h_1/h = 0.2$  である場合に発生・伝播する表面波及び内部波の、時刻  $t\sqrt{g/h} = 44.3$  における空間波形である。ここで、プロットは、全領域で一定値  $\rho_1$  の密度を有する 1 層の場合の計算結果である。両者を比較すると、2 層領域に表面波が入射した場合、この領域内で表面波高が大きくなる。これは、浅水効果による波高の増加に類似した傾向である。密度成層領域における表面波の波高増加率をゼロアップクロス法で波別に計算すると、その最大値は、入射波高の約 9.6% である。しかし、密度成層領域通過後、表面波高は、入射波高よりも減少する。これは、密度成層領域の存在によって反射波が発生し、かつ、入射波のエネルギーが、より密度の大きな流体を動かして内部波を生成することに使われたためである。

また、表面波モードの位相速度は、密度成層領域内で減少し、この領域通過後、入射波の位相速度とほぼ等しくなる。しかし、表面波には、内部波モードが含まれ、このモードがゆっくりと進行するため、密度成層領域への入射以後、表面波形が波の進行とともに変化し、更に、長周期波成分の発生に伴う平均水位の変動も相俟って、表面波の包絡線が振動する。この平均水位を入射波の平均周期に対する移動平均値として求めると、 $x/h = 65$  の地点において平均水位の振幅は、入射波高の約 1.6% であった。この  $x/h = 65$  の地点での  $15.5 \leq t\sqrt{g/h} \leq 53.1$  の時間における水面変動の周波数スペクトルは、図-7 のような形状を示す。ここで、 $f$ 、 $E$  及び  $E_{\max}$  は、それぞれ、周波数、密度比を考慮せずに波形から求めた各成分波のエネルギー及びそのエネルギーの最大値である。ここでは、入射波を 20 波程度しか入射させていないが、比較的長周期の波も含めて様々な周波数の成分波が見られる。こうした成分波の発生機構の解明は、今後の課題としたい。

なお、密度比を  $\rho/\rho_1 = 100.0$  のように大きくすると、ここに示していないが、潜堤上の表面波に類似した波の分裂が見られ、短周期の波が発生した。

他方、内部波の波高は、密度成層領域内でもあまり変化しないが、これは、この場合、表面波モードが内部波のエネルギーのほとんどを占めているためである。僅かながら、密度成層領域の両端において内部波の反射が発生しており、内部波形が時々刻々変化することを確かめている。

図-5 は、初期層厚比が  $h_1/h = 0.5$  の場合の結果である。密度成層領域内の表面波の波高増加率は、 $h_1/h = 0.2$  の場合よりも大きく、その最大値が入射波高の約 15.0% である。他方、内部波の波高変化が顕著

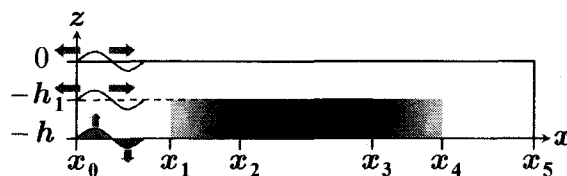


図-3 計算領域

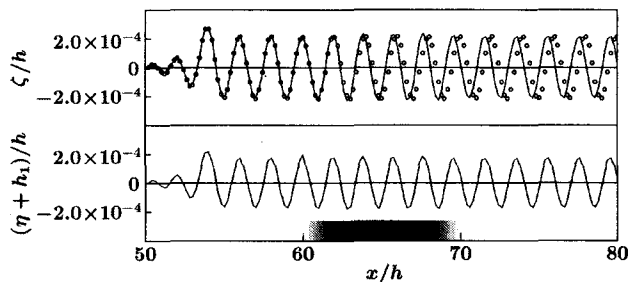


図-4  $h_1/h = 0.2$  の場合の表面波及び内部波の空間波形 (—:  $\rho/\rho_1 = 2.0$ , ○:  $\rho/\rho_1 = 1.0$ ;  $t\sqrt{g/h} = 44.3$ )

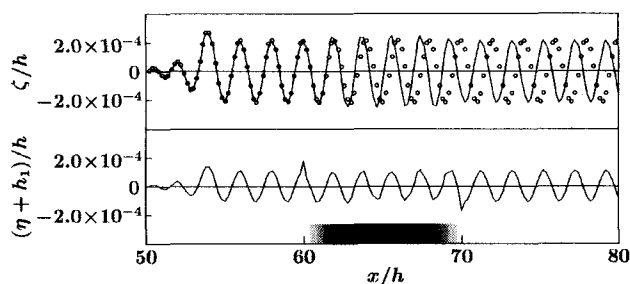


図-5  $h_1/h = 0.5$  の場合の表面波及び内部波の空間波形 (—:  $\rho/\rho_1 = 2.0$ , ○:  $\rho/\rho_1 = 1.0$ ;  $t\sqrt{g/h} = 44.3$ )

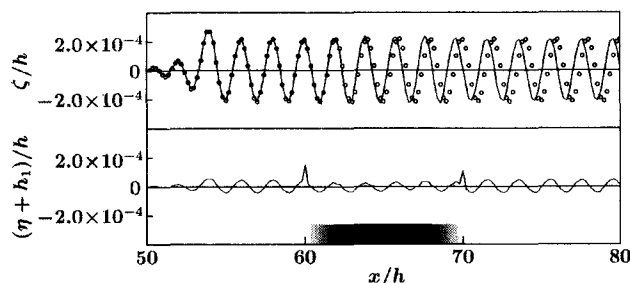


図-6  $h_1/h = 0.8$  の場合の表面波及び内部波の空間波形 (—:  $\rho/\rho_1 = 2.0$ , ○:  $\rho/\rho_1 = 1.0$ ;  $t\sqrt{g/h} = 44.3$ )

であり、 $h_1/h = 0.2$  の場合よりも密度成層領域内で波高減少率が高い。また、密度成層領域の両端で内部波の透過及び反射が繰り返され、内部波は、その一部がトラップされて、この領域内を行き来する。

図-6 に示す、初期層厚比が  $h_1/h = 0.8$  の場合、密度成層領域における表面波の波高増加率が約 8.7% と比較的低くなっている。しかし、内部波の波高変化は、 $h_1/h = 0.5$  の場合よりも更に著しい。

#### 4. 結 論

密度成層領域を透過する表面波の特性変化を調べるために、表面波及び内部波の数値計算を行なった。

まず、層内の空間的・時間的な密度変化を考慮した非線形内部波方程式を導出した。これは、各層内のポテンシャル場を対象とした変分問題に基づいて導いた方程式系である。粘性、渦、摩擦及び拡散の効果や、密度に影響するその他の要因に関する方程式系をこの変分問題の外部から与えることにより、密度成層の層厚や波の周波数帯域からの制約を受けることなく、強非線形性・強分散性を有する表面波や内部波の解析を行なうことが理論的に可能である。

次に、本方程式系を非圧縮性流体の連続方程式及び各層内の水平方向の密度分布を考慮した Bernoulli の式に簡単化し、表面長波・内部長波の数値解析を行なった。そして、鉛直断面において水平方向の密度分布が既知であるときの、2層からなる密度成層領域を透過する表面波の特性を調べた。入射波となる表面波は、底面の隆起・沈降によって1層領域で発生させて、これを2層領域に伝播させ、その透過波を再び1層領域に伝播させた。その結果、次のような現象を得た。

- (1) 2層領域に表面波が入射した場合、密度成層領域内で表面波高が増加し、他方、内部波高が減少する。
- (2) 密度成層領域通過後、表面波高は、入射波高よりも減少する。
- (3) 表面波モードの位相速度は、密度成層領域内で減少し、領域通過後、入射波の位相速度とほぼ等しくなる。
- (4) 密度成層領域への入射以後、表面波モードより位相速度が低い内部波モードが発生するため、表面波形が波の進行とともに変化する。
- (5) 長周期波成分の発生に伴い、平均水位が変動する。
- (6) 2層間の密度比が大きいと、波の分裂が見られ、短周期の波が発生する。
- (7) 初期層厚比が  $h_1/h = 0.2, 0.5$  及び  $0.8$  の場合を比較すると、密度成層領域内の表面波の波高増加率は、 $h_1/h = 0.5$  の場合に最大となった。

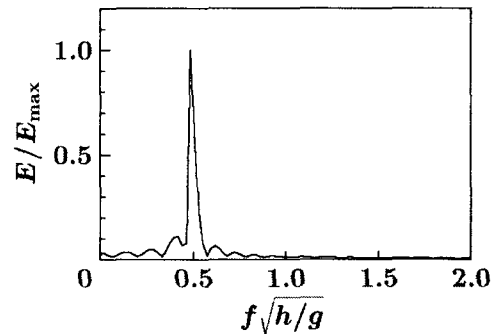


図-7 表面波の周波数スペクトル ( $h_1/h = 0.2$ ,  $\rho/\rho_1 = 2.0$ ,  $x/h = 65$ ,  $15.5 \leq t\sqrt{g/h} \leq 53.1$ )

- (8) 密度成層領域内の内部波の波高減少率は、 $h_1/h$  が大きいほど高い。
- (9) 密度成層領域の両端において内部波の透過及び反射が発生し、内部波の一部がこの領域内にトラップされる。
- (10) 密度成層領域の存在によって、比較的長周期の波を含む様々な周波数の表面波が発生する。

今後、本方程式系を用いて、密度成層領域を透過する表面波の特性変化に関して、より詳細な検討を進めたい。その際に、流体層が浅水域にない場合や、変動がより大きい場合に重要となるであろう高次項の影響をも考慮したい。長周期波成分を含む各周波数モードの振動の発生機構を明らかにするためには、表面波及び内部波の両者間のエネルギー輸送や、運動の非線形性の影響といった要因について考察していく必要がある。

査読者に丁寧な御指摘を受けました。謝意を表します。

#### 参考文献

- 1) 平石哲也・林恒一郎・栗田一昭・河野信二: リーフおよび港湾内における現地観測に基づく長周期波対策, 海岸工学論文集, 第43巻, pp. 206-210, 1996.
- 2) Derun, A. B.・柿沼太郎・磯部雅彦: 湾水振動の非線形数値モデルの開発と形状による港湾の応答特性変化について, 海岸工学論文集, 第50巻, pp. 231-235, 2003.
- 3) 木村 晃・中本克己: リーフ上に発生する長周期自由波について, 海岸工学論文集 第48巻, pp. 161-165, 2001.
- 4) 焦 春萌: 40メートルもの高さをもった水中の大波—琵琶湖の非線形内部サーージ—, オウミア, 滋賀県琵琶湖研究所, No. 54 (電子版), 1995.
- 5) 柿沼太郎: 非線形緩勾配方程式の内部波への拡張, 海岸工学論文集, 第47巻, pp. 1-5, 2000.
- 6) 柿沼太郎: 流体の密度を考慮した非線形波動方程式, 海岸工学論文集, 第49巻, pp. 1-5, 2002.
- 7) 柿沼太郎・渡辺 晃: 海面や海底の動揺が生成する内部波の数値計算, 土木学会第55回年講概要集, II, pp. 4-5, 2000.