

ブシネスクモデルに適した碎波減衰 モデル導入のための一考察

A STUDY FOR BOUSSINESQ MODELING OF WAVE BREAKING ON A REEF

平山克也¹・平石哲也²

Katsuya HIRAYAMA, Tetsuya HIRAISHI

¹正会員 工博 (独) 港湾空港技術研究所 海洋・水工部主任研究官 (〒239-0826 横須賀市長瀬3-1-1)

²正会員 工博 (独) 港湾空港技術研究所 海洋・水工部波浪研究室長 (同上)

A Boussinesq model which can calculate breaking waves in surf zone has been developed. The eddy viscosity coefficient in the momentum diffusion term for reducing the wave energy due to wave breaking should be estimated appropriately in order to reproduce the wave transformation in surf zone. In this study, wave breaking models are proposed by combining a bore model with models for distributing turbulence energy in time and space domains. The accuracies in the breaking wave calculations are verified by results of model experiments with reef and bar-trough bathymetries.

Key Words: Wave Breaking, Bore, Eddy Viscosity, Boussinesq Model

1. はじめに

ブシネスクモデルを用いて海岸や浅瀬上で生じる碎波変形を計算することが試みられている。このために提案された碎波モデルには、碎波による運動量拡散項を適用した片山・佐藤 (1986)¹⁾の研究、大規模渦の発生などの碎波構造をSurface rollerの考え方をういてモデル化したSchaffer et. al. (1993)²⁾の研究、1方程式乱流モデルを用いて乱れの生成や逸散過程を考慮した研究 (大山・長谷部, 2001)³⁾などがある。一方、開水路の段波によるエネルギー逸散が海の波の碎波減衰を近似的によく表すことを利用したBoreモデルを時間発展型の波浪変形計算に適用することが試みられている (例えば, Kennedy et. al., 2000⁴⁾, 平山・原, 2003⁵⁾, など)。

本研究は、簡易ながら碎波現象をよく表すBoreモデルを基本として、碎波による乱れの生成や逸散過程を考慮でき、かつ、ブシネスク方程式の記述精度と差分計算の負荷に見合った碎波モデルを提案することを目的とする。ブシネスクモデルを用いて、海岸に打ち寄せる碎波のほか、潜堤やバー・トラフ地形、リーフ地形上やその背後での碎波と碎波減衰の継続を再現するために、本稿ではその手始めとして、汀線付近の水深を一定とした1次元水平リーフ地形による碎波変形を対象に、モデル開発と模型実験結

果に対する検証計算を行った。なお、平面2次元波浪場への拡張、および海浜やリーフエッジを遡上・越流する境界処理モデルとの組み合わせによる極浅海域での波浪変形計算については別途報告するものとし、遡上境界のみ最後に若干の計算例を示す。

2. ブシネスクモデルによる碎波計算法

ブシネスク方程式を含む水深積分型の波動方程式は、その誘導過程において、水粒子が水面から飛び出さないという運動学的境界条件と、水面における圧力が大気圧に等しいという力学的境界条件が適用されている。したがって、それらを基礎式とした波浪変形計算法では本質的に碎波現象を計算することができず、何らかの碎波モデルの導入が不可欠となっている。その基本は、碎波判定と碎波による波エネルギー (波高) 減衰モデルの構築である。とくに、弱非線形性・弱分散性と渦なし流れが仮定されたブシネスク方程式に対する碎波モデルの計算精度は、強い非線形性を有する碎波限界と、碎波によって発生する大規模渦による波浪減衰の取り扱い方に大きく依存すると考えられる。

(1) ブシネスクモデル

本研究で対象としたブシネスクモデルは、浅海波

に対する分散特性が改善された修正ブシネスク方程式を、ADI法を用いて差分化したNOWT-PARIモデル（平山ら，1998）⁶⁾である。ただし本稿では，y方向の計算ステップでは連続式の計算による水位の更新のみを行い，x方向の1次元波浪解析だけを行えるようにモデルを修正してある。この場合の基礎方程式はつぎのようである。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + \sigma P + \frac{f_b}{2} \left| \frac{P}{D} \right| \frac{P}{D} - \nu_t \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \\ = \left(B + \frac{1}{3} \right) h^2 \frac{\partial^3 P}{\partial t \partial x^2} + \frac{h}{3} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} \\ + Bgh^3 \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + 2Bgh^2 \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial t} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで，(2)式の左辺第6項は，碎波による波エネルギー減衰を表す運動量拡散項であり， ν_t は渦動粘性係数である。また，左辺第5項は底面摩擦項，左辺第4項は開境界や部分反射境界を実現するためのエネルギー吸収項である。ただし，後述する碎波の模型実験結果に対する検証計算では，底面摩擦による波浪減衰は考慮せず底面摩擦係数 $f_b=0$ とした。また，水路端では透水層による任意反射境界を用いて模型消波工による反射波の再現を試みたので，エネルギー吸収項を含めた上述の基礎方程式は，透水層内に拡張されたブシネスク方程式に変更されている。なお，透水層の外（空隙率 $\lambda=1$ ）で生じる碎波変形に対しては，これらの基礎方程式は完全に等価である。ここで， P は運動フラックス， η ， h ， D はそれぞれ水位変動，静水深と全水深であり， g は重力加速度である。分散項の補正係数は $B=1/15$ とした。

(2) 碎波判定法

佐藤・Kabiling（1993）⁷⁾は，海浜周辺の碎波変形を計算するために，長波の波速に対する水表面の水粒子速度の比をブシネスクモデルにおける碎波判定指標とする碎波モデルを採用した。また，有川・磯部（1997）⁸⁾は，これを非定常緩勾配方程式に用いた場合の碎波判定条件として，実験結果との比較から0.8～1.0とすることを提案している。ブシネスクモデルを用いて珊瑚礁周辺の碎波変形を計算した例（平山ら，1998）⁶⁾では，規則波の場合に0.6，不規則波の場合にはその80%とすれば，平面模型実験結果との整合性が比較的良好ことが示されている。

一方，灘岡ら（1996）⁹⁾は，自由表面における鉛直オイラー方程式から出発して厳密に誘導した，鉛直方向圧力勾配式を用いた碎波判定法を提案している。彼らは，碎波点近傍で鉛直方向圧力勾配が急激に減少し，ゼロとなるところで碎波が生じることを

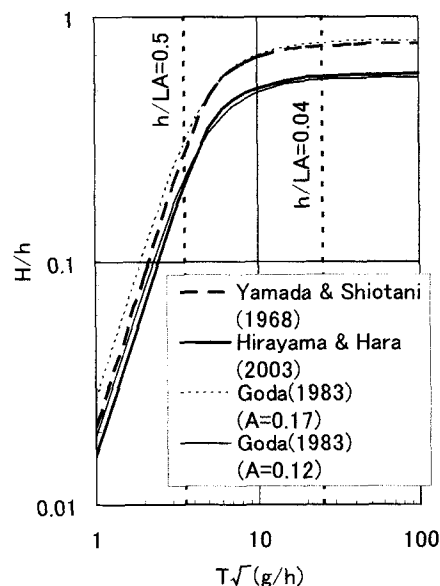


図-1 碎波限界曲線

碎波実験により確認している。大山・長谷部（2001）³⁾は，これを弱非線形仮定のブシネスクモデルに適用した場合には，碎波判定条件を0.5程度に緩和する必要があることを示している。

本研究における碎波判定法には，流速波速比による方法に比べ波向きによる影響を比較的受けにくいと考えられる，鉛直方向圧力勾配式を用いる方法を採用した。ただし，ブシネスクモデルによる水面波の近似精度を考慮し，鉛直方向圧力勾配の算定には，灘岡らによる厳密式ではなく，ブシネスク近似された圧力方程式を鉛直方向に偏微分した次式を用いた。

$$-\frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial z} \bigg|_{z=\eta} = 1 - \frac{1}{g} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{D} \right) - \frac{D}{g} \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \left(\frac{P}{D} \right) \quad (3)$$

平山・原（2003）⁵⁾は，防波堤・護岸前面の重複的な碎波の判定も行うために(3)式に対する碎波判定条件を0.7まで緩和し，それによる碎波判定精度の低下を補うため，Yamada and Shiotani（1968）¹⁰⁾による碎波限界曲線の緩和曲線を補助的に用いた。しかしながら重複的な碎波による波浪減衰量は小さいことに加え，進行波に対する碎波判定を過剰に行う傾向がみられたため，試行錯誤的な検討の結果，本研究では碎波判定条件を0.5とした。また，弱非線形仮定による精度低下を補うため，合田（1973）¹¹⁾による碎波限界波高の下限值（ $A=0.12$ ）を超えた波を碎波判定の対象とした。これは平山・原（2003）⁵⁾による緩和された碎波限界曲線にほぼ対応する（図-1）。

(3) 碎波減衰モデル

先に紹介した佐藤・Kabiling（1993）⁷⁾の研究では，碎波減衰の評価はつぎのように行われる。すなわち，運動量拡散項に代入する渦動粘性係数の

値とその分布は、砕波点での平均水深や流量フラックスの振幅、正の海底勾配などに加え、砕波点を挟む岸沖方向の両側1波長の区間で線形に減少する係数を用いて算定される。

一方、平山・原 (2003)⁵⁾は、単位時間当たりの平均エネルギー逸散率を与えるBoreモデルを改良して、時間発展型の波動方程式に適用できるよう各時刻のエネルギー損失を算定する擬似段波モデルを提案した。方法は異なるが、これと同じような試みはKennedy et. al. (2000)⁴⁾などの研究にみることが出来る。擬似段波モデルでは、算定されるエネルギー損失水頭勾配を重力項の水面勾配に加えることで、砕波による運動量の変化を表現している。実際の計算では、砕波点の前後に現れる水面勾配の変曲点に挟まれた区間でこれらを平均して与えることとし、水平リーフ上の砕波を対象とした検証計算では時間波形や波高分布、平均水位上昇量などについて、いずれも実験結果を比較的良好に説明する結果を得ている。

ところで、この算定式は断面1次元の差分式でのみ示されているため、他の計算モデルに対する適用性については不明である。また、Boreモデルで通常算定されるエネルギー逸散率とは異なる量を用いて砕波減衰量を算定したことへの、理論的な妥当性の確認は今のところ不十分であると言わざるを得ない。

そこで本研究では、擬似段波モデルに対し若干の修正を行い、エネルギー損失勾配のみをつぎのような微分式の形で表すことにした。単位時間・単位長さあたりの砕波によるエネルギー逸散率は、これらに流体の質量束と重力加速度を掛け合わせて得ることができる。なお、エネルギー損失勾配の算定区間は、(3)式による鉛直方向圧力勾配の算定点を挟んだ1計算格子幅とした。

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\alpha}{\beta} \frac{l}{2D_0} D^2 - (\eta - \alpha'h) \right] - \left(\alpha' + \frac{\alpha}{\beta} l \right) \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\alpha}{\beta} \frac{l}{2D_0} \eta^2 - \alpha'h \right] \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{D} \right) + \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{l}{6D_0} (\eta^3 + 3\eta^2 h - 2h^3) \right] \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \left(\frac{P}{D} \right) - \alpha' \left(1 + \frac{\alpha'}{2} \right) h^2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \left(\frac{P}{D} \right) \quad (4)$$

$$\text{ここに、} l = \frac{D_0^2}{D_1 D_2}, \quad D_0 = \frac{D_1 + D_2}{2}, \quad z = \alpha'h \quad (5)$$

ここで、 $\alpha' = -1$ とした。また、 α, β はそれぞれ流速分布形による補正係数であるが、通常は $\alpha=1.0, \beta=1.0$ としてよい。さらに、段波の上、下流側の全水深をそれぞれ D_1, D_2 と定義した。なお、水位変動分を無視し、定常な一様水深流れを仮定すると、(4)式からはよく知られた跳水によるエネルギー損失算定式が導かれる。

このように修正された擬似段波モデル (Boreモデル) で算定されるエネルギー逸散率は、乱れエネルギーの概念を用いて渦動粘性係数に変換され、(2)式中の運動量拡散項に代入される。すなわち、ある乱れにおけるエネルギー逸散率は、乱れスケールを l^* [m] として次式で表される。

$$\varepsilon l^* = C_u K^{3/2} \quad [\text{m}^3/\text{s}^3] \quad (6)$$

ここに、定数 $C_u=0.09$ である。また、乱れスケールの大きさは、大山・長谷部 (2001) による研究を参考に、本研究では、 $l^*=1.5H_0$ (H_0 は沖波波高) とした。これを砕波によるエネルギー逸散に当てはめると、乱れエネルギーはつぎのように算定できる。

$$P_g \frac{\partial E}{\partial x} = C_u K^{3/2} \Rightarrow K = \left[P_g \frac{\partial E}{\partial x} / C_u \right]^{2/3} \quad (7)$$

ところで、式(7)は砕波点で砕波直後に発生する乱れエネルギーを示しているに過ぎない。乱れエネルギーの逸散過程をモデル化するために、本研究では、a) 時間積分関数を用いる方法、b) 1方程式乱流モデルを用いる方法、の適用をそれぞれ試みた。

a) 時間積分関数を用いる方法

Boreモデルによるエネルギー逸散率を砕波直後から時間積分し、それを経過時間で除したものを式(7)に代入してその時刻における乱れエネルギーを得た。ここで t_0 は砕波の発生時刻である。

$$K(t) = K(t_0) + \left[\frac{1}{t-t_0} \int_{t_0}^t \left(P_g \frac{\partial E}{\partial x} \right) dt / C_u \right]^{2/3} \quad (8)$$

b) 1方程式乱流モデルを用いる方法

修正された擬似段波モデルによるエネルギー逸散率を乱れの長さスケールで除してこれを1方程式乱流モデルにおける乱れの生成項とみなし、式(9)を解いて各地点各時刻における乱れエネルギーを得た。

$$\frac{\partial K}{\partial t} + u \frac{\partial K}{\partial x} = P^* - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma^*} \frac{\partial K}{\partial x} \right) \quad (9)$$

$$\text{乱れの生成項: } P^* = P_g \frac{\partial E}{\partial x} / l^* \quad [\text{m}^2/\text{s}^3] \quad (10)$$

ここで、 u は水深平均流速である。また、乱流モデルにおける標準値を採用し、定数 $\sigma^*=1.0$ とした。

渦動粘性係数は乱れエネルギーの平方根に乱れの長さスケールを乗じて次式で与えられる。

$$\nu_t = K^{1/2} l^* \quad (11)$$

(4) 渦動粘性係数の時空間分布の比較

本研究で対象としたブシネスクモデルでは、砕波による波エネルギー減衰は運動量拡散項によって評価される。この場合、砕波減衰に関する計算精度は、渦動粘性係数の時間的な変化やある時刻での空間分布の推定精度に依存すると考えられる。図-2は、そ

それぞれの碎波モデルで算定される渦動粘性係数の時空間分布である。なお、この計算における碎波点は水平距離28.3m付近であり、1次元の水平リーフ地形のリーフエッジ付近に当たっている。また、水平距離0mの地点では、周期3.0sの規則波を造波した。

佐藤・Kabiling (1993) ⁷⁾による碎波モデルでは、碎波時刻に集中した渦動粘性の空間分布のみを表現し、それらの時間方向への広がりは見られないので、碎波減衰が時間的に継続する現象は再現されない。

Boreモデルと時間積分関数を組み合わせた碎波モデルでは、時間積分関数の効果により波浪の進行に伴う時間的な変化はよく表現されているが、とくに碎波点より沖側への渦動粘性の広がりは見られない。この結果は、このモデルでは渦動粘性の空間分布に対するモデル化がなされていないことをよく反映している。それでも岸側への渦動粘性の広がりがみられるのは、鉛直圧力勾配式による碎波判定の結果、碎波後に形成されるBoreがこの区間を伝播するあいだ、碎波していると判定されるためである。なお、式(8)の時間積分関数は離散過程で差分時間間隔 Δt に依存するという弱点がある。乱れの継続をモデル化した例としては他に、予め碎波後の乱れの継続時間を仮定したKennedy et. al. (2000) ⁴⁾の方法がある。

Boreモデルと1方程式乱流モデルを組み合わせた方法では、渦動粘性の分布は、通過波の水位変動にも反応しながら時空間面に比較的滑らかに広がり、両者の特長を合わせ持っているようにみえる。懸念された乱流方程式の演算負荷は、他の碎波モデルによる演算負荷と比べてもとくに大差はなかった。

3. 碎波計算の実施と計算結果の検証

上述の修正擬似段波モデルの碎波計算への適用性を確認するために、碎波実験や異なる碎波計算モデルで得られた結果に対して比較計算を実施した。

(1) 平山・原による碎波実験との比較

この模型実験では、(独)港湾空港技術研究所が所有する35m不規則造波水路の岸側端に、1/10あるいは

表-1 進行波碎波の入射波

No.	Slope	H0(m)	T(s)	Breaker Type
2	1/10	0.08	3	Plunging
3	1/10	0.1	2	Plunging
5	1/3	0.04	2.2	Plunging
6	1/3	0.06	2.2	Plunging
7	1/3	0.08	2.2	Plunging

は1/3勾配斜面と長さ2mの水平床からなる木製の水平リーフ模型を設置した。水路端には長さ1.4mの繊維状消波工（ヘチマロン、空隙率0.928）を設置しているが、進行波の碎波を対象とした波浪条件（表-1）では5～20%程度の反射波が生じている。造波水深は0.5m、水平リーフ上水深は0.1mであり、リーフエッジ付近での巻き波碎波が観察された。

a) 波高と平均水位上昇量

図-3は、1/3勾配斜面と一定水深からなる水平リーフ地形（接合部は28.3mの地点）に対して得られた、不規則波の有義波高と平均水位上昇量の分布に関する実験結果および計算結果である（Case7）。なお、計算結果は、(a)時間積分関数を用いたモデル、および(b)1乱流方程式を用いたモデルについてそれぞれ示している。

実験結果と比較すると、(a)による計算結果では、渦動粘性係数の空間分布が岸側へ偏るために、碎波帯より沖側の波高が過大に算定されている。(b)では、碎波後の波高を大きく算定する傾向がみられるものの、実験結果に対する再現性は比較的良いといえる。ここで、計算結果のうち、塗点は模型実験と同様に、収録した水位変動の時系列データを計算終了後にゼロアップクロス法を用いて統計解析した結果である。一方、実線は計算実行中に行ったゼロアップクロス解析による平均波高の算定結果に対し、レーリー分布を仮定して1.6を乗じて得た1/3有義波高である。碎波帯内においても両者の差異は小さいので、プシネスクモデルによる有義波高はまず後者の方法で算定できることが改めて確認された。なお、碎波判定条件を0.6～0.7程度に緩和して碎波しやすくした場合には、水平リーフ前面の斜面上でも頻繁に碎波が生じるようになり、（渦動粘性係数の分布

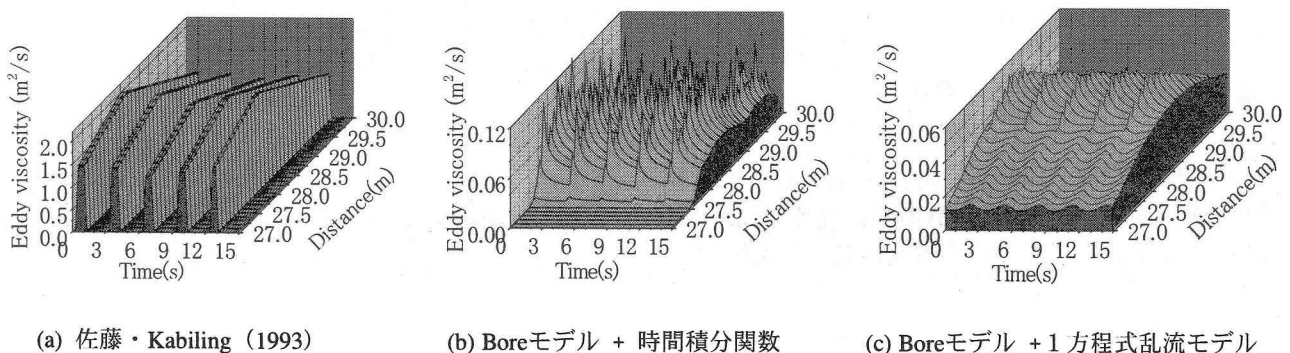


図-2 碎波モデルによる渦動粘性係数の時空間分布の比較

が沖側へ広がるために) (a)による計算でも実験結果をほぼ再現する結果が得られた。平均水位上昇量の比較では波高分布の差異ほどの明瞭な違いはなく、両方法とも実験結果をほぼ再現した。また、1/10勾配斜面を対象とした検証計算では、両モデルによる違いはなく、いずれも実験結果をよく再現した。

b) 波による流れ

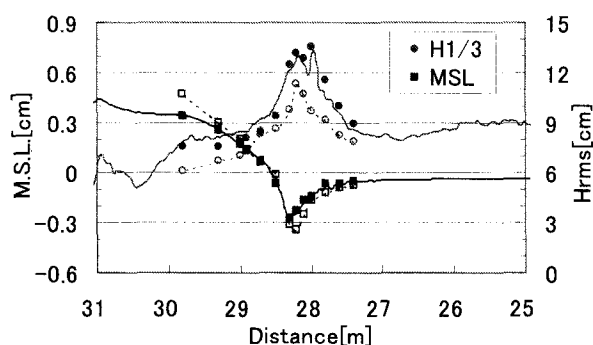
図-4は、1/3勾配斜面を有する水平リーフ地形に対して得られた、不規則波作用時の岸向き流速および沖向き流速の1/3有義値と、流速変動を平均した残差流の分布に関する実験結果および計算結果である (Case6)。計算結果は、同じく、(a)時間積分関数を用いたモデル、および(b)1乱流方程式を用いたモデルについてそれぞれ示した。なお、実験結果および計算結果ともに、碎波帯内で観測された流速変動には、波の巻き込みや流下水深 (全水深) が極端に小さくなるのが原因と思われるノイズが含まれていたため、これらの統計解析にはローパスフィルター通過後の時系列データを使用した。

実験結果と比較すると、(a)による計算結果では、とくに沖向き流速が過大 (絶対値が大きい) に算定されている。この傾向は斜面勾配が急な場合により顕著である。(b)ではこれがかかなり改善され、岸向き流速も含め、実験結果をよく再現していることがわかる。これらに比べると、残差流速に関する再現

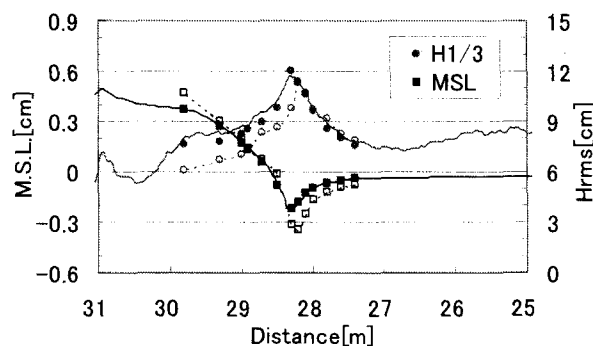
性はいずれもあまり高いとはいえないものの、碎波帯内の代表水深付近では沖向きの平均流れが卓越する傾向にあることなどは実験結果と一致している。ただし、本モデルでは水平流速の鉛直分布に戻り流れの効果を考慮していないため、どうしてもこのような再現計算には限界があると考えられる。さらなる精度向上のためには、流れの多層化や鉛直分布関数の改良などが必要になるものと思われる。

(2) 合田による段階的碎波モデルとの比較

合田 (2002)¹²⁾は、放物型方程式による波浪変形計算をレーリー分布の各波高レベルについて行い、その際に水深で規定される碎波限界を波高レベル毎に変えるという、段階的碎波変形モデルを提案した。この論文ではさまざまな地形での碎波変形に対するモデルの適用性が示されているが、本研究ではそのうち逆勾配斜面を有するバー・トラフ地形を取り上げ、本研究で提案した1方程式乱流モデルの導入による修正擬似段波モデルで計算した結果と比較した。なお、以下の図に示した実験値および合田 (2002)¹²⁾の碎波モデルによる計算値は、平山・原 (2003)⁵⁾が擬似段波モデルの検証を行うために論文から読み取った値をそのまま用いている。また、本研究による修正擬似段波モデルを用いた計算では、汀線付近での波の遡上を考慮するために別途開発した遡上



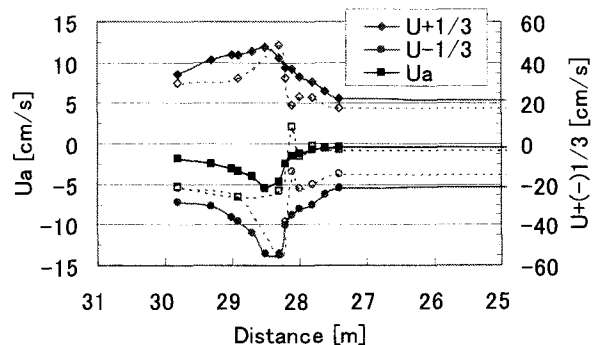
(a) Boreモデル + 時間積分関数



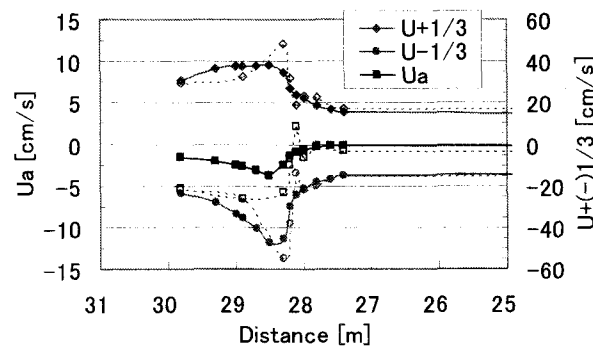
(b) Boreモデル + 1方程式乱流モデル

図-3 碎波波高と平均水位上昇量の分布 (Case7)

(実線・塗点: 計算値, 点線・抜点: 実験値)



(a) Boreモデル + 時間積分関数



(b) Boreモデル + 1方程式乱流モデル

図-4 岸向き流速: $U+1/3$, 沖向き流速: $U-1/3$, 残差流速: Ua の分布 (Case6)

(実線・塗点: 計算値, 点線・抜点: 実験値)

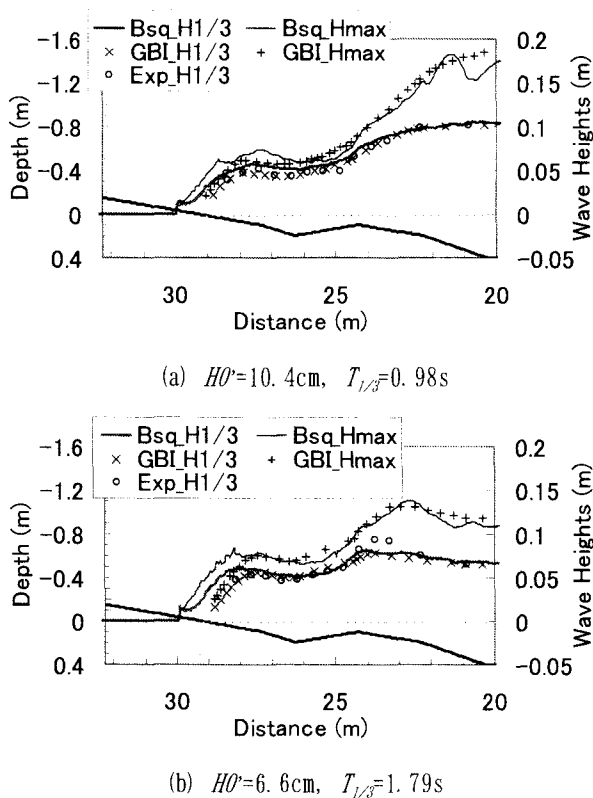


図-5 バー・トラフ地形による碎波波高の比較
(実線；修正擬似段波モデル，+，×；合田(2002)
による段階的碎波変形モデル，白丸；実験値)

モデルを用いているが、この詳細は別途報告する。

図-5にはそれぞれ、換算沖波波高 $HO'=10.4\text{cm}$ 、有義波周期 $T_{1/3}=0.98\text{s}$ 、および $HO'=6.6\text{cm}$ 、 $T_{1/3}=1.79\text{s}$ の不規則波を入射させた場合の有義波高 $H_{1/3}$ と最大波 H_{max} の分布を示した。いずれのケースでも、(図には示していないが)平山・原(2003)⁵⁾が示した擬似段波モデルによる計算結果に比べ、本研究による修正擬似段波モデルで算定した有義波高は実験結果とよく一致している。とくに逆勾配斜面とその岸側において計算精度が大きく改善されており、1方程式乱流モデルを導入した効果が顕著に現れている。さらに、これらの計算結果は、実務への応用性が高いと考えられる合田による段階的碎波変形モデルによる計算結果とも極めてよく一致し、碎波後に最大波の波高が有義波高に急速に近づくなどの傾向もよく再現された。なお、汀線近傍でみられる両モデルの差異は、遡上波の有無によるものと考えられる。

4. おわりに

ブシネスクモデルに適した碎波減衰モデルを開発する試みとして、Boreモデルで碎波による乱れエネルギーを算定し、時間積分関数または1方程式乱流モデルを用いて乱れの逸散過程を再現する、運動量拡散型の碎波モデルを提案した。両者とも、碎波に

より生じる渦動粘性係数の時間的な変化を表現できるが、とくに、1方程式乱流モデルを用いた碎波モデルでは、同時に既往研究にあるような渦動粘性係数の空間分布も表現でき、模型実験結果などに対する再現性も良好であることから、ブシネスク計算におけるこの碎波モデルの有望性が示された。

謝辞：本研究は、著者の一人がJames Cook大学に滞在中に行ったものであり、本研究を行う良い機会を与えていただいた(独)港湾空港技術研究所小和田亮理事長、並びに親切なご指導と適切なご助言を頂戴した、Marine Modelling Unit のThomas Hardy先生とLuciano Mason先生に対し、ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) 片山祐之・佐藤慎司：Boussinesq方程式を用いた不規則波の浅水・碎波変形の計算法、第33回海講、pp.26-30, 1986.
- 2) Schaffer, H.A., P.A. Madsen and R. Deigaard : A Boussinesq model for waves breaking in shallow water, *Coast., Engng.*, 20, pp.185-202, 1993.
- 3) 大山巧・長谷部雅伸：碎波による渦度供給を考慮した碎波帯内の波・流れ場のモデル化、海岸工学論文集、第48巻、pp. 121-125, 2001.
- 4) Kennedy, A.B., Q. Chen, J.T. Kirby and R.A. Dalrymple : Boussinesq Modeling of Wave Transformation, Breaking, and Runup. I: 1D, *J. Wtrwy., Port, Coast., and Oc. Engrg.*, Vol.126, ASCE, pp.48-56, 2000.
- 5) 平山克也・原 信彦：時間発展型擬似段波モデルに基づく碎波モデルの開発、港湾空港技術研究所報告、第42巻、第1号、pp.27-45, 2003.
- 6) 平山克也・上原 功・永松宏一・平石哲也：珊瑚礁リーフにおける波と流れの計算法の適用性、海岸工学論文集、第45巻、pp.161-165, 1998.
- 7) 佐藤慎司・M. Kabiling : Boussinesq方程式を用いた不規則波の浅水・碎波変形の計算法、海岸工学論文集、第40巻、pp. 16-20, 1993.
- 8) 有川太郎・磯部雅彦：非線形緩勾配方程式を用いた碎波判定法の適用性、海岸工学論文集、第44巻、pp.91-95, 1997.
- 9) 灘岡和夫・大野修史・栗原礼：波動場の力学状態に基づく碎波過程の解析と碎波実験、海岸工学論文集、第43巻、pp. 81-85, 1996.
- 10) Yamada, H. and T. Shiotani : On the Highest Water Waves of Permanent Type, *Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ.*, Vol.18, Part2, No.135, 22p, 1968.
- 11) 合田良実：防波堤の設計波圧に関する研究、港研報告、第12巻、第3号、pp.31-69, 1973.
- 12) 合田良実：不規則波浪変形計算における段階的碎波係数の導入について、ECOH/YG技術論文 No.2, 18p, 2002.