

ケーソン式防波堤の外的安定に関する 安全性指標と感度係数の関係

RELATION BETWEEN SAFETY INDEX AND SENSITIVITY FACTOR FOR STABILITY OF CAISSON-TYPE BREAKWATERS

吉岡 健¹・長尾 毅²
Takeshi YOSHIOKA, Takashi NAGAO

¹正会員 工修 電源開発(株) エンジニアリング事業部 (〒104-8165 東京都中央区銀座 6-15-1)

²正会員 工博 国土技術政策総合研究所 港湾施設研究室長 (〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬 3-1-1)

It is important to specify most dominant design parameters affecting safety of structures and to improve estimated accuracy of them in order to promote construction cost reduction through the reliability-based design. In this study, the dominant parameters for stability against sliding, overturning, and foundation failure of caisson-type breakwaters are specified by using safety index and sensitivity factor with FORM (First-Order Reliability Method). Moreover, correlations among failure modes in present design sections were described.

Key Words : reliability-based design, safety index, sensitivity factor, caisson-type breakwater

1. はじめに

ISO2394 (構造物の信頼性に関する一般原則) を契機として, 土木および建築構造物への信頼性設計法の適用に関する研究が各方面で進められている。信頼性設計法は構造物の破壊可能性, 言い換えれば安全性を確率論に基づく手法によって制御する方法であり, その制御方法に応じて 3 つの設計水準がある¹⁾。最も高位に属するレベル 3 は構造物の破壊確率 P_f によって, レベル 2 は安全性指標 β によって, 最も簡易なレベル 1 は部分安全係数 γ を用いた安全性照査式によってそれぞれ制御される。ここで安全性指標とは, 図-1 に示すように破壊をもたらす破壊点 ($Z=0$, Z : 性能関数) から平均値がどの程度離れているかを示す尺度であり¹⁾, 1 次信頼性理論 (FORM: First-Order Reliability Method) に基づき算出される。

いずれの方法を選択するにせよ, 信頼性設計法により安全性を正しく定量評価するためには, 設計に介在する様々な不確定要因すなわち設計因子の従う確率分布を適切に定める必要がある。さもないければ, 算出した破壊確率や安全性指標は工学的意味を持たない。さらに, 信頼性設計法の適用により設計の合理化や建設コスト削減を推進するためには, 設計に最も影響を及ぼす支配因子の推定精度向上を目指す必要がある。なぜならば, 構造物の破壊確率 P_f には, 設計因子の平均値に加えて, その標準偏差が影響するからである (図-1)。そのための第 1 歩として, 支配因子の特定がまず必要であり, その手段として感度係数による評価が極めて有効である。ここで感度係数とは, 2. で詳述するように, 構造物の安全性

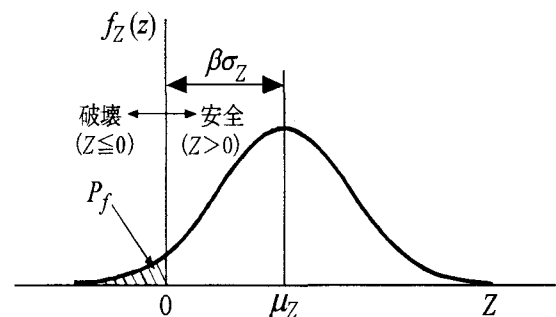


図-1 安全性指標 β ¹⁾

に各設計因子が及ぼす感度または重要度を表す指標である。また安全性指標と感度係数は, レベル 1 信頼性設計法における部分安全係数の算定に用いられることから, これらを定量評価しておくことの工学的意義は大きいものと考えられる。

以上の背景のもと, 本研究ではケーソン式防波堤の外的安定問題すなわち, 滑動, 転倒, 支持力破壊モードを対象とし, 破壊モード別の安全性指標と各設計因子の感度係数の関係について比較検討することにより, 安全性指標に大きな影響を及ぼす支配因子を特定することを目的とする。

2. 安全性指標と感度係数

安全性指標 β は, 標準化空間 (平均値 0, 分散 1 となる標準正規化空間) における原点から破壊点までの距離を表し (図-2), その値が大きいほど安全で

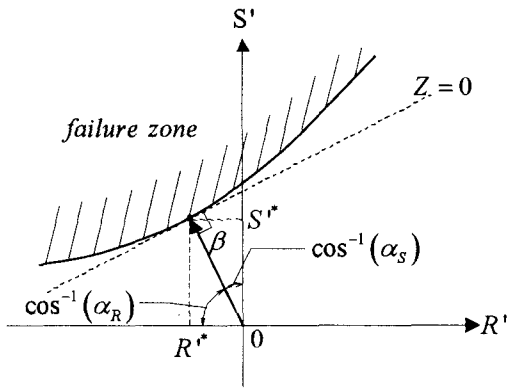


図-2 安全性指標 β と感度係数 α

あることを示す。安全性指標の算出方法は、平均値周りの線形化近似に基づく Cornell タイプ²⁾と、破壊点周りの線形化近似に基づく Hasofer-Lind タイプ³⁾に大別される。評価精度としては、破壊点周辺の近似精度を高めた Hasofer-Lind タイプ³⁾の安全性指標の方が安全性を正確に評価できることが知られており¹⁾、正規確率変数間に相関がない場合には式(1)によって定義される。

$$\beta = \frac{u_Z}{\sigma_Z} = \frac{\left(\frac{\partial Z}{\partial X_i} \right)_{X^*} (u_{X_i} - X_i^*)}{\sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial Z}{\partial X_i} \right)_{X^*}^2 \sigma_{X_i}^2}} \quad (1)$$

ここで、 Z ：性能関数、 X^* ：確率変数 X の破壊点における値、 u ：平均値、 σ ：標準偏差である。

式(1)における破壊点 X^* は一意的には定まらないため、収束計算によって算出される。

感度係数 α は、性能関数の線形化近似における線形化近似係数であり、確率変数間に相関がない場合には、式(2)によって定義される。

$$\alpha_{X_i} = \left(\frac{\partial Z}{\partial X_i} \right)_{X^*} \frac{\sigma_{X_i}}{\sigma_Z} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

$$= -\frac{X_i'}{\beta} \quad \text{ここで、} X_i' = \frac{X_i^* - u_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (2)'$$

(2)'式は、標準化空間における安全性指標の各確率変数軸へ方向余弦を表し、性能関数が $Z = R - S$ (R ：耐力、 S ：荷重効果) によって定義される場合には、図-2 に示す関係となる。感度係数は、確率変数間に相関がない場合には、耐力に対しては正值、荷重効果に対しては負値となり、その自乗和は 1 となる。また、図より明らかなように、感度係数の絶対値が 1 に近い確率変数ほど、破壊点における標準

化値が安全性指標に一致する傾向となり、安全性指標に及ぼす影響が大きいことを意味する。

また、確率変数間に相関がある場合には、性能関数の標準偏差や感度係数において、確率変数間の相関係数 ρ が考慮され、(3)、(4)式で表される⁴⁾。

$$\sigma'_Z = \sqrt{\sum_i \sum_j \left(\frac{\partial Z}{\partial X_i} \right)_{X^*} \left(\frac{\partial Z}{\partial X_j} \right)_{X^*} \rho_{X_i, X_j} \sigma_{X_i} \sigma_{X_j}} \quad (3)$$

$$\alpha'_i = \sum_j \left(\frac{\partial Z}{\partial X_j} \right)_{X^*} \rho_{X_i, X_j} \sigma_{X_j} / \sigma'_Z \quad (4)$$

以上に述べた安全性指標および感度係数を用い、レベル 1 信頼性設計法における部分安全係数 γ_X は、(2)'式を X^* に関する等式に変形することによって、式(5)により算出される。

$$\gamma_X = (1 - \alpha_X \beta_T V_X) B_X \quad (5)$$

ここで、 β_T は目標安全性指標、 V_X, B_X はそれぞれ確率変数 X の変動係数と平均値の偏り（平均値と特性値の比）である。

3. 検討方法

検討は、表-1 に示した設計因子の従う確率分布⁵⁾をもとに、滑動、転倒、支持力破壊に対して FORM

表-1 設計因子の従う確率分布⁵⁾

	B	V
波力(P_H, P_U)		
沖波波高推定精度	1.00	0.10
波浪変形計算精度		
水深変化緩	0.97	0.04
水深変化急	1.06	0.08
砕波変形推定精度	0.87	0.10
波力算定式推定精度		
ケーソン式混成堤	0.91	0.19
消波ブロック被覆堤	0.84	0.12
潮位 (w_l)		
$r_{wl}=1.5$	1.00	0.20
$r_{wl}=2.0, 2.5$	1.00	0.40
摩擦係数 (f)	1.06	0.15
単位体積重量 (W_s, w')		
鉄筋コンクリート	0.98	0.02
無筋コンクリート	1.02	0.02
中詰砂	1.02	0.04
基礎地盤	1.00	0.03
基礎地盤強度 ($c', \tan \phi'$)	1.00	0.10

注) B ：平均値の偏り（平均値／設計用値）

V ：変動係数

r_{wl} ：既往最高潮位とさく望平均満潮位の比

に基づく信頼性解析を実施し、Hasofer-Lind タイプ³⁾の安全性指標および感度係数を評価する。ここで、設計因子の従う確率分布については過去の知見をもとに設定されており、その根拠が明確になっている。また各破壊モードの性能関数は、「港湾の施設の技術上の基準⁶⁾」に従い、(6)～(8)式によって定義する。

(滑動破壊)

$$Z = f \left\{ \sum_i W_i - P_B - P_U \right\} - P_H \quad (6)$$

(転倒破壊)

$$Z = \left(a_1 \sum_i W_i - a_2 P_B - a_3 P_U \right) - a_4 P_H \quad (7)$$

(支持力破壊)

$$Z = \sum \left\{ \left[c' s + (w' + q) \tan \phi' \right] \frac{\sec \theta}{1 + \tan \theta \tan \phi'} \right\} - \left\{ \sum (w' + q) \sin \theta + a_5 P_H / r \right\} \quad (8)$$

ここに、

- f : 堤体底面と基礎との摩擦係数
- W_i : 堤体を構成する材料（鉄筋コンクリート、無筋コンクリート、中詰砂）の重量 (kN/m)
- P_B : 堤体に作用する浮力 (kN/m)
- P_U : 堤体に作用する揚圧力 (kN/m)
- P_H : 堤体に作用する水平波力 (kN/m)
- $a_1 \sim a_5$: 各荷重のアーム長 (m)
- c' : 有効応力に基づく見かけの粘着力 (kN/m²)
- s : 分割細片の幅 (m)
- ϕ' : 有効応力に基づく見かけのせん断抵抗角 (°)
- w' : 分割細片の重量 (kN/m)
- q : 分割細片に作用する上載荷重 (kN/m)
- θ : 分割細片の底面となす角 (°)
- r : すべり円弧の半径 (m)

式より明らかなように、滑動破壊については水平方向の力の釣合いによって、転倒破壊については堤体前趾回りのモーメントの釣合いによって、支持力破壊については、2層系地盤の偏心傾斜荷重作用時の支持力安全性として、簡易ビショップ法によって性能関数が定義される。

検討ケースには、全国広範囲より地域的、設計条件的に偏りがないように収集された76の建設事例（ケーソン式混成堤38ケース、消波ブロック被覆堤38ケース）を用いた。解析にあたり、安全性指標を変化させる目的から、各ケースについて堤体幅を5cm刻みで変化させ、断面毎に安全性指標および感度係数を算出した。計算において、波力と揚圧力は同様の確率分布に従うことから完全相関を仮定した。また、支持力破壊に関しては、複数のすべり円弧により算出される最小の安全性指標を用いることとし、上載荷重は、鉛直・水平各々の荷重平均値より得られる載荷幅をもとに設定した。ここで、上載荷重と

表-2 単位堤体幅当たりの安全性指標変化幅

破壊モード	ケーソン式 混成堤	消波ブロック 被覆堤
滑動 $\Delta \beta$	0.28	0.35
転倒 $\Delta \beta$	0.77	1.16
支持力 $\Delta \beta$	0.48	0.81

分割片重量は、(8)式に示すように滑動側にも抵抗側にも寄与するが、本研究ではこれを区別せず、それぞれ同一の確率変数として扱った。さらに、水平波力と上載荷重との相関性についても考慮している。

4. 安全性指標と感度係数の関係

(1) 安全性指標と感度係数の関係

図-3に、各破壊モードにおける安全性指標と感度係数の関係の一例を示す。図中の○印等のマークは、堤体幅1mの変化を表す。ここで、滑動においてマークが密になっているのは、ケーソンの壁体部ではなく、フーチング幅を変化させたことによる。また、図中の矢印は、現行設計法（許容滑動安全率1.2、許容転倒安全率1.2、許容支持力安全率1.0）によって設計した断面における安全性指標を表す。これを見ると、ケーソン式混成堤と消波ブロック被覆堤の両ケースとも滑動安全性指標が最も小さく、滑動破壊が支配モードであることがわかる。さらに、本検討では堤体幅を15m程度変化させたが、転倒および支持力破壊モードの安全性指標は堤体幅に対する変化度が大きいのに対し、滑動破壊モードについてはその変化度が小さいことが特徴である。表-2に、単位堤体幅に対する各安全性指標の変化幅の全事例についての平均値を示すが、各安全性指標の変化幅は、滑動が最も小さく、次いで支持力、転倒の順に大きくなっていることがわかる。これは、転倒や支持力破壊モードに対しては、堤体幅の変化が、堤体有効重量だけではなく、そのアーム長およびすべり円弧の半径にも影響するためである。

まず、各破壊モードにおける支配因子の特定を行う。滑動破壊の場合、感度係数の絶対値が大きい設計因子は、摩擦係数と波力・揚圧力であり、これらが安全性指標に大きく影響を及ぼす支配因子である。次いで中詰砂が若干大きく、潮位や鉄筋・無筋コンクリートはゼロに等しい。すなわち、これらは安全性指標とほぼ無関係である。転倒破壊の場合、波力・揚圧力がほぼ1であり、極めて大きい。次いで中詰砂が大きく、ここでも、潮位や鉄筋・無筋コンクリートはほぼゼロに等しい。表-1に示すように、潮位の変動係数は場合によってはかなり大きいにもかかわらず、その感度係数が小さいのは、たとえ潮位の推定誤差が大きくても、浮力としてのばらつきが他の因子に比較して小さいためである。支持力破壊の場合は、波力が最も大きく、次いで上載荷重、 $\tan \phi'$

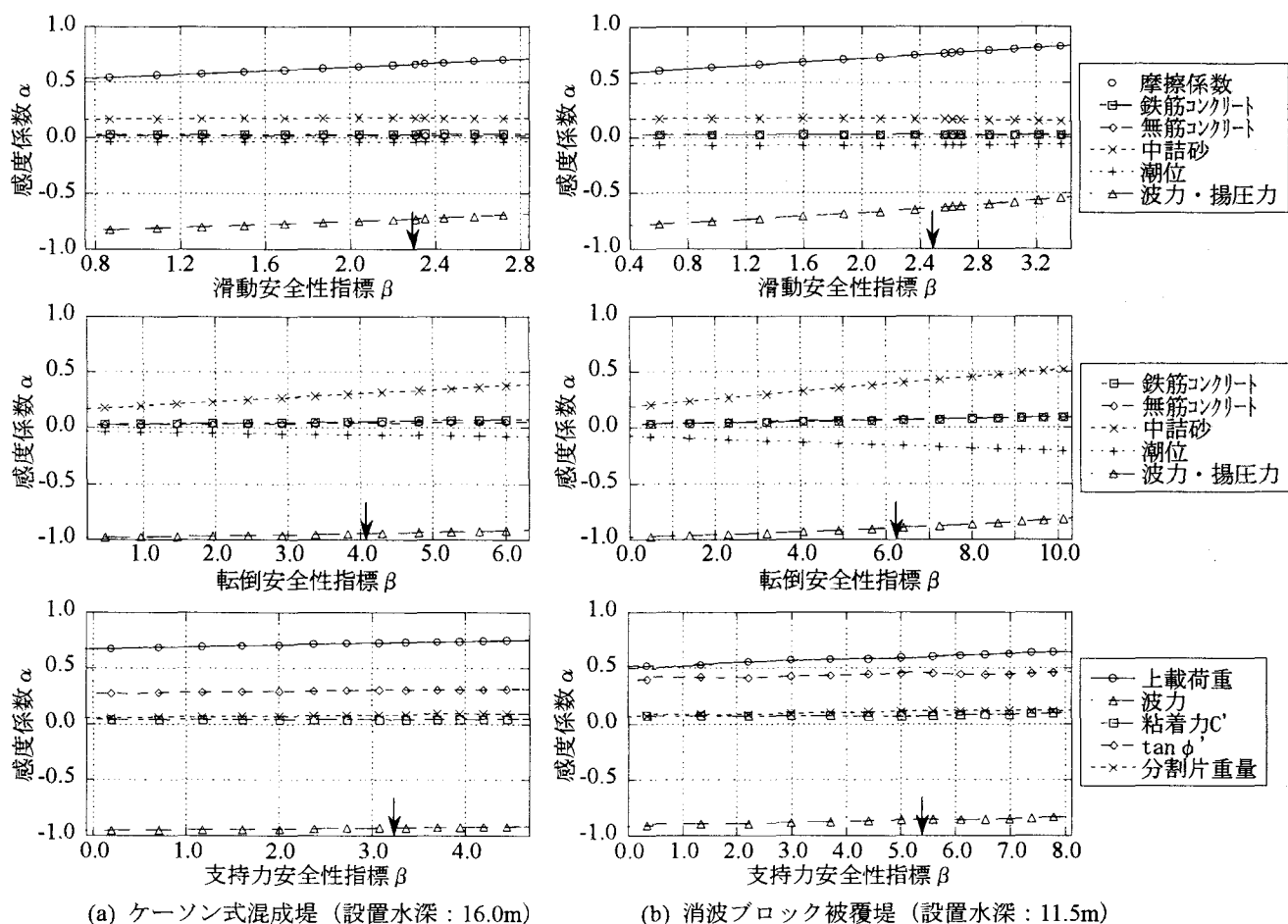


図-3 安全性指標 β と感度係数 α の関係

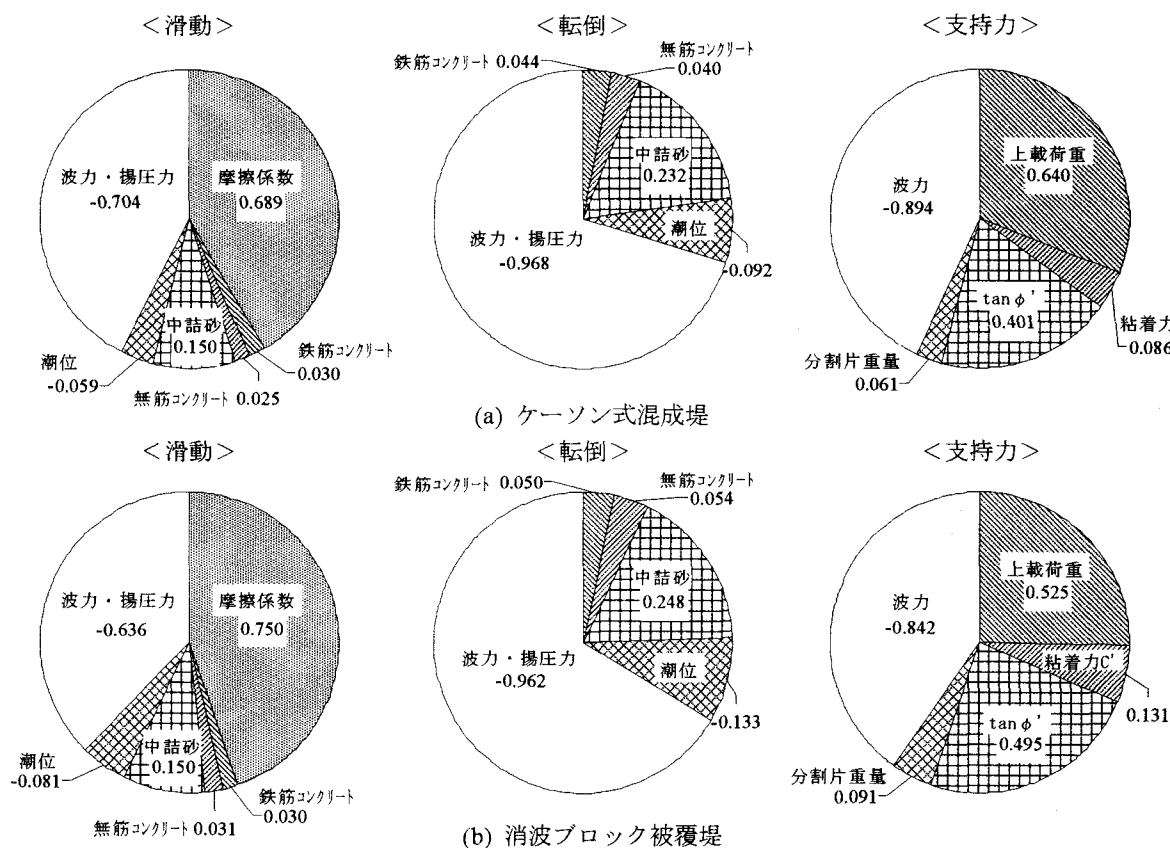


図-4 感度係数分布 ($\beta_T=2.4$)

の順となり、粘着力 C' 、分割片重量は極めて小さい。特に、粘着力 C' よりも $\tan \phi'$ の方が高い感度を示すことは特筆に値する。ここで上載荷重は、(8)式に示す通り滑動側にも抵抗側にも寄与するにもかかわらず、その感度係数は高い正値を示している。この理由は次の通りである。まず、波力が増加すると揚圧力も増加することによって鉛直合力は減少する。ここで上載荷重の載荷幅は平均値で固定しているため、上載荷重と波力は負の相関を示す。したがって、(4)式における上載荷重の感度係数には波力の偏微分の項が含まれ、これが負の相関係数と負の偏微分係数によって正側の作用として寄与するからである。また、分割片重量も荷重側、抵抗側に寄与するが、感度係数はわずかな正値を示していることから、抵抗側への寄与の方が大きいことがわかる。以上に述べたことは、構造形式および検討事例によらず、ほぼ同様の傾向を示した。

次に安全性指標に対する感度係数の変化について見ると、摩擦係数、波力・揚圧力、中詰砂等の感度の高い因子は、その感度係数が安全性指標に応じて変化するのに対し、鉄筋コンクリート等の感度の低い因子は、その感度係数が安全性指標によってほとんど変化しないことがわかる。例えば、図-3の滑動安全性指標 0.8 および 2.8 における摩擦係数の感度係数値には、有意な差が見られる。このことは、(5)式によって部分安全係数を算定する際に、目標安全性指標が変われば、それに用いる感度係数も変える必要があることを示唆している。

図-4は、目標安全性指標 β_T を 2.4 とし、各破壊モードの安全性指標が β_T をちょうど満足する断面における感度係数を、全事例について平均して算出したものである。ここで、 $\beta_T = 2.4$ は、長尾⁹⁾が行った現行設計による平均安全性水準の検討結果に基づいている。これを見ると、波力や中詰砂等の感度係数の値が、各破壊モードによって異なっていることがわかる。これは、(2)式に示したように、感度係数の絶対値の大小は、単に各設計因子のばらつきの程度だけではなく、性能関数の偏微分係数によっても決定されるためである。このことは、(5)式に基づく部分安全係数の設定の際には、同一の設計因子であっても性能関数によって部分安全係数を区別する必要があることを意味する。また、感度係数の値を構造形式別に比較すると、波力・揚圧力、摩擦係数、上載荷重等において有意な差が見られる。これは、表-1に示す波力算定式の推定精度が構造形式によって異なるためである。このことはまた、部分安全係数の設定の際に、構造形式によっても部分安全係数を区別する必要があることを意味している。

(2) 破壊モード間の相関性

本節では、破壊モード間の相関性について議論する。破壊モード Z_1, Z_2 間の相関係数 $\rho(Z_1, Z_2)$ は、(9)式によって定義される。ここで、FORM に基づく

性能関数 Z の線形化近似関数を代入、変形すると、(10)式が得られる⁴⁾。

$$\rho(Z_1, Z_2) = \frac{\text{cov}(Z_1, Z_2)}{\sigma_{Z_1} \sigma_{Z_2}} \quad (9)$$

$$= \sum_i \alpha_i(Z_1) \cdot \alpha_i(Z_2) \quad (10)$$

ここに、 $\text{cov}(Z_1, Z_2)$ は Z_1, Z_2 の共分散である。

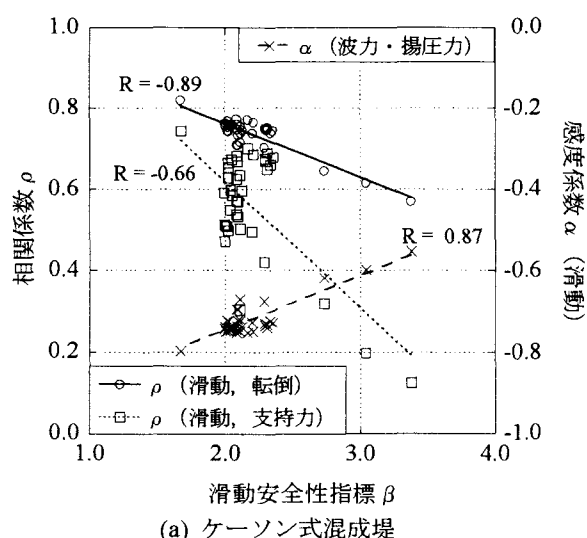
性能関数 Z が、支持力破壊のように非線形性の強い複雑な形式で定義される場合には、(9)式によって破壊モード間の相関係数を算出することは困難である。しかしながら(10)式を用いれば、各破壊モード、各設計因子の感度係数さえ解れば算出可能である。しかも、感度係数は FORM によって副次的に算出されるものであるため、相関係数を算出するために特段の労力を必要とせず、極めて便利である。

表-3に、現行設計断面における各破壊モードの安全性指標と(10)式によって算出した相関係数の、全事例についての平均値を示す。これによると、いずれの相関係数も正の相関を示しており、特に滑動-転倒間、転倒-支持力間の相関が高い。また、消波ブロック被覆堤よりもケーソン式混成堤の方が相関は高い。これらは波力・揚圧力の感度係数に大きく依存しており、図-4に示したように、波力・揚圧力の感度係数の絶対値が大きい構造形式、破壊モードほど相関が高くなっている。ただし、滑動-転倒間については、中詰砂による相関性もわずかに影響している。また、各破壊モードの安全性指標に関しては、滑動安全性指標が最も小さく、全国平均的に見ても滑動が支配モードになっている。

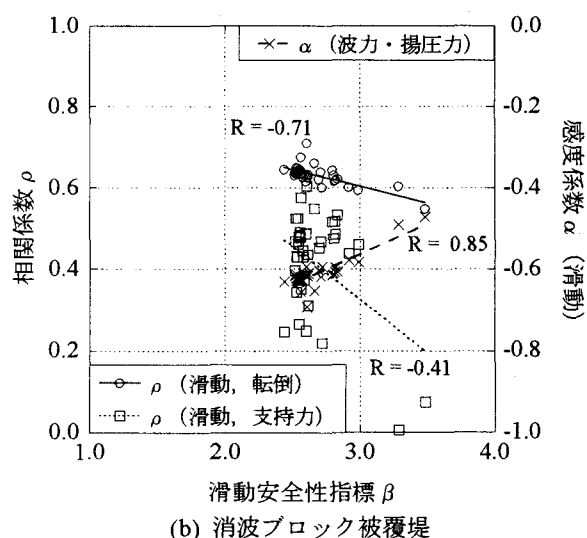
図-5は、滑動安全性指標と破壊モード間の相関係数との関係を示したものである。図中の R は相関係数である。これによると、滑動-転倒、滑動-支持力間の相関係数はいずれも、滑動安全性指標に対して負の相関を示すことがわかる。この理由は次のように解釈できる。まず、図中に併記した滑動破壊モードにおける波力・揚圧力の感度係数が、滑動安全性指標に対して高い正の相関を示しており、滑動安全性指標が増加するほど波力・揚圧力の感度係数の絶対値は減少する。4. (1)で述べたように、波力・

表-3 各破壊モードの 安全性指標 β および相関係数 (現行設計断面)

破壊モード	ケーソン式 混成堤	消波ブロック 被覆堤
滑動 β	2.18	2.67
転倒 β	4.20	5.22
支持力 β	4.43	6.13
ρ (滑動, 転倒)	0.74	0.63
ρ (転倒, 支持力)	0.73	0.61
ρ (支持力, 滑動)	0.56	0.41



(a) ケーソン式混成堤



(b) 消波ブロック被覆堤

図-5 滑动安全性指標と破壊モード間の相関係数との関係（現行設計断面）

揚圧力はいずれの破壊モードについても支配因子となっており、この感度が減少すると、滑动破壊モードでは次の支配因子である摩擦係数の感度が増加する。摩擦係数の感度が増加しても、滑动以外の破壊モードはこれを有していないため、(10)式により、破壊モード間の相関係数は減少する。ゆえに、その相関係数は滑动安全性指標に対して負の相関を示す。滑动安全性指標が低いケースほど、破壊モード間の正の相関が高くなっているのは上記の理由による。

以上に述べた、現行設計断面においては滑动破壊が支配モードであること、破壊モード間には正の相関があり、滑动安全性が低いケースほどその相関性が高くなっていることから判断する限り、滑动を伴わない転倒破壊や支持力破壊は極めて少ないものと考えられる。河合ら⁷⁾が実施した滑动および転倒被災の事例調査によれば、過去5年間に於いて被災した32箇のうち、31箇が滑动破壊であり、転倒のみによって被災した事例は1つも無い。また、小林ら⁸⁾によれば、収集した被災事例19例のうち、支持力不足が原因で被災した事例はわずか1例のみであり、4例が支持力破壊に至る前に転倒している。今回の算出結果は、これら過去の被災事例ともよく整合するものと考えられる。

5. まとめ

本研究では、ケーソン式防波堤の外的安定問題（滑动、転倒、支持力）を対象としたFORMに基づく安全性指標と感度係数の評価により、安全性指標に大きな影響を及ぼす支配因子の特定を行うとともに、現行設計断面における破壊モード間の相関性について検討した。主な結論を以下に示す。

①安全性指標に大きな影響を及ぼす支配因子は、波力・揚圧力、摩擦係数、上載荷重であり、これらの推定精度向上を目指す必要がある。逆に、潮位

は、堤体の外的安定に関しては支配的ではない。また、これら支配因子は、安全性指標に応じて感度係数が変化するため、その値を評価する際には注意が必要である。

- ②同一の設計因子であっても、性能関数や構造形式が異なれば感度係数の値も異なるため、レベル1信頼性設計法においては、性能関数や構造形式によって部分安全係数を区別する必要がある。
- ③現行設計断面においては滑动破壊が支配モードであり、さらに破壊モード間には正の相関があつて滑动安全性が低くなるほどその相関性が高くなる。このことから、滑动を伴わない転倒破壊や支持力破壊は極めて少ないものと考えられ、これは過去の被災事例ともよく整合している。

参考文献

- 1) 星谷 勝, 石井 清: 構造物の信頼性設計法, 鹿島出版会, 1986.
- 2) Cornell, C. A.: A Probability-Based Structural code, *Journal of the American Concrete Institute*, Vol.66, No.12, pp.974-985, 1969.
- 3) Hasofer, A. M. and Lind, N. C.: Exact and Invariant Second moment Code Format, *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol.100, No.EM1, pp.111-121, 1974.
- 4) 長 尚: 基礎知識としての構造信頼性設計, 山海堂, 1995.
- 5) 長尾 毅: ケーソン式防波堤の外的安定に関する信頼性設計手法の適用, 土木学会論文集 No.689, I-57, pp.173-182, 2001.
- 6) 運輸省港湾局監修: 港湾の施設の技術上の基準・同解説, (社)日本港湾協会, 1999.
- 7) 河合弘泰, 高山知司, 鈴木康正, 平石哲也: 潮位変化を考慮した防波堤堤体の被災遭遇確率, 港湾技術研究所報告, Vol.36, No.4, pp.3-41, 1997.
- 8) 小林正樹, 寺師昌明, 高橋邦夫, 中島謙二郎, 小谷 拓: 捨石マウンドの支持力の新しい計算法, 港湾技術研究所報告, Vol.26, No.2, pp.371-411, 1987.