

係留索の動的挙動を考慮した完全没水浮体の振動特性

VIBRATION OF SUBMERGED FLOATING STRUCTURE CONSIDERING DYNAMIC BEHAVIOR OF MOORING CABLES

蟹江俊仁¹・佐藤太裕²・三上隆³

Shunji KANIE, Motohiro SATO and Takashi MIKAMI

¹正会員 博(工) 北海道大学大学院助教授 工学研究科 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

²正会員 博(工) 北海道大学大学院助手 工学研究科 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

³正会員 博(工) 北海道大学大学院教授 工学研究科 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

In case of completely submerged floating structure, no change in buoyancy can be expected with its dynamic motion and the restoring force fully depends on cables. Consequently, it is necessary to seize the relation between structural displacement and restoring force and to evaluate the effect of nonlinear deformation of cables on the dynamic response. This study aims to evaluate the effect of deformation of mooring cable caused by self-weight, inertia and fluid force on the vibration of the structure. This paper introduces nonlinear equations of motion considering the dynamic behavior of the cables and investigates the effect of dynamic deformation of cables on whole behavior with numerical examples.

Key Words : Submerged floating structure, non-linear, restoring force, dynamic, analysis, cable, tension, slack

1. はじめに

石油から燃料電池時代への良好な橋渡し役として、天然ガスの需要が近い将来高まることが予想される。このようなガスパイプラインを海域に設ける場合、その重力よりも浮力が勝る完全没水型の浮体構造となることが考えられ、海中あるいは海底面への支持・固定構造の検討が必要となる。本研究は、水深が急激に変化するような箇所での海底パイプラインのフリーサスペンド部分を対象に、海中に索で係留する方式を採用した場合を想定し、その振動特性を把握しようとするものである。その場合、係留索に作用する外力と浮力のバランス等は、振動特性を左右する重要な因子となる。これまでの著者らの研究では索自身の動的効果を考慮していなかったが¹⁾、本研究ではこれらも含めて数値的検討を行い、適切な支持形式についての知見を得ることを目的とする。

2. 構造モデルと運動方程式

円形の断面を有する没水浮体が、パイプ軸方向に一定間隔で設けられた係留索により係留されてい

る。係留索は断面当り 2 本とし、索に作用する自重や浮力による伸びや変形がないとした条件下で、その傾角は ϕ とする(図-1)。索の両端は、海底面ならびに浮体にピン結合されているものとする。モデル化に当り、次のような仮定を採用した。

- 1) 浮体の動的挙動は、断面二次元で考える。したがって、その自由度は、 x , z および θ の3つである。
- 2) 浮体は剛体とし弾性変形しないものとする。
- 3) 係留索は、軸方向剛性のみを有し、曲げ剛性は見込まない。
- 4) 浮体および索に作用する流体力の評価には、動的問題に拡張した修正モリソン式²⁾が適用できるものとする。
- 5) 浮体および索の慣性力評価には、適切な付加質量を考慮する。

(1) 浮体の運動方程式

図-2 に示す座標系を用いると、浮体の変位は x_s , z_s および θ で表される。今、浮体が流体中で x 方向に運動しているとする想定し、浮体に作用する流体力を修正モリソン式で評価する。修正モリ

ソソ式は、静止物体に作用するモリソソ式を動的問題に拡張したもので、浮体自身の慣性力成分を控除し、抗力成分の評価には浮体と流体との相対速度を用いて表される。したがって、流体力 F_{FX} は式(1)で与えられる。

$$F_x = C_M A_f (\ddot{u} - \ddot{x}_s) + A_f \ddot{x}_s + \frac{1}{2} \rho C_D A_D |\dot{u} - \dot{x}_s| (\dot{u} - \dot{x}_s) \quad (1)$$

ここに、

F_{FX} : 浮体に作用する流体力

u : 浮体中心における水粒子の x 方向変位

ρ : 流体の密度

C_M : 浮体の排水質量分も含めた付加質量係数、円形断面の場合 2.0

A_f : 浮体の排水質量

C_D : 浮体の抗力係数、円形断面の場合 1.0

A_D : 移動方向鉛直面への浮体の投影面積

鉛直方向に作用する流体力についても同様に評価するが、流体の鉛直方向定常流はないものとした。浮体に作用する波力は、式(1)において水粒子の速度、加速度を与えることでも得られるが、本論文では、浮体中心に作用する変動外力 F_x , F_z として扱うものとし、流体と構造物の相対速度として定常流速のみ考慮した。したがって、3自由度に対する浮体の運動方程式は次のようになる。

$$(M + (C_M - 1)A_f) \ddot{x}_s(t) + \frac{1}{2} \rho C_D A_{Dz} (\dot{x}_s(t) - v_c(z,t)) |\dot{x}_s(t) - v_c(z,t)| + R_x = F_x \quad (2)$$

$$(M + (C_M - 1)A_f) \ddot{z}_s(t) + \frac{1}{2} \rho C_D A_{Dx} \dot{z}_s(t) |\dot{z}_s(t)| + R_z = F_z \quad (3)$$

$$I \ddot{\theta}_s(t) - R_z r_0 \cos \theta + R_x r_0 \sin \theta = 0 \quad (4)$$

ここに、

M and I : 浮体の質量および慣性モーメント

R_x, R_z : 索による復元力

F_x, F_z : 変動外力

v_c : 潮流等の定常流速

r_0 : 索取付位置から浮体回転中心までの距離

これらの運動方程式の中には、二つの非線形項が含まれている。一つは流体と浮体との相対速度に関係した抗力成分、いま一つは浮体の回転角 θ に依存する索の復元モーメントである。索による復元力 R 自体も非線形性を有するが、これについては次節で紹介する。

(2) 係留索の運動方程式

索は等価な集中質量を有するセグメントに N 等分して考え、それぞれのセグメントは索の軸方向剛性に等しいバネで互いに連結しているものとする(図-3)。この時、ある節点 j における x および z 方向の静的つり合い方程式は次のようになる。

$$k \left\{ \Delta l_j \frac{\partial \Delta l_j}{\partial x_j} + \Delta l_{j+1} \frac{\partial \Delta l_{j+1}}{\partial x_j} \right\} = 0 \quad (5)$$

$$(mg - b) + k \left\{ \Delta l_j \frac{\partial \Delta l_j}{\partial z_j} + \Delta l_{j+1} \frac{\partial \Delta l_{j+1}}{\partial z_j} \right\} = 0 \quad (6)$$

$$\Delta l_j = \left\{ (x_j - x_{j-1})^2 + (z_j - z_{j-1})^2 \right\}^{1/2} - l_0 = l_j - l_0 \quad (7)$$

ここで、 k は索の軸方向バネ係数、 l_0 , l_j はセグメント j の変形前後の長さ、 m は等価質量および b は浮力を表している。浮体への取付点となる節点においては、復元力のそれぞれの方向成分 R_x, R_z を式(6)および式(7)の右辺側に加えればよい。

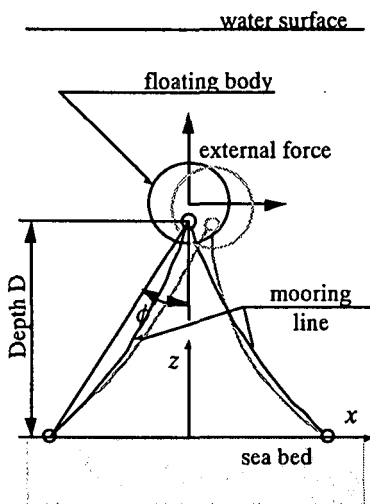


図-1 構造モデル

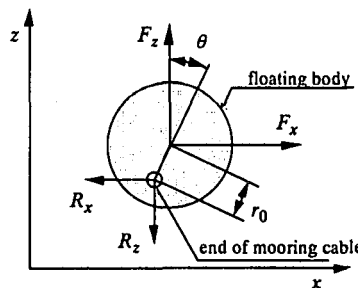


図-2 浮体の座標系

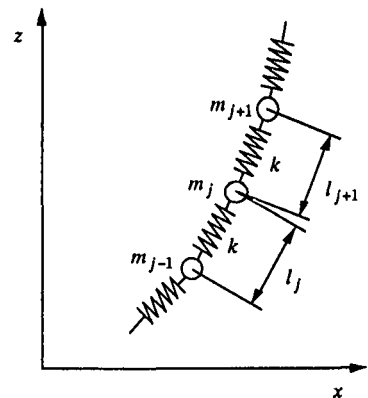


図-3 索の離散化モデル

動的問題においては、浮体の場合と同様に、離散化した索の集中質量自身による慣性力のほかに、運動による流体の慣性力と抗力の項を付加することになる。この場合も修正モリソン式を適用した。

索に作用する抗力の計算にあたっては、索の軸に直交する法線方向相対速度 v_n をまず求め、これに修正モリソン式を適用して x および z 方向の抗力を算出した。なお、索の軸に沿う方向（接線方向）の抗力については、その影響が小さいものと考え、本解析では見込んでいない。

その結果、係留索が2本の場合、海底面での固定端を除いて、 x および z 方向それぞれについて(2N - 1)のつり合い方程式が得られることになる。これらを式(2)から式(4)と連立させることにより、浮体および係留索の全体運動を表す運動方程式が形成される。ここでは、セグメント分割数 N として10を採用した。また、この連立運動方程式を解くために、時間方向には Newmark- β 法（線形加速度法）を適用して離散化し、各時間ステップにおいては Newton-Raphson 法による収束計算を行った。

(3) 線形復元力について

係留索に質量がなく、運動時の作用流体力も無視できる理想的な線形バネであると仮定し、変位が微小変形にとどまるとすれば、浮体に作用する復元力は線形になる。この条件は、係留索の運動による影響を見る上での基本的条件となる。このような場合、復元力 R_x および R_z は、索の弾性係数 E 、断面積 A および長さ L を用いて(8)式となる。

$$R_x = K_x x = \frac{2EA \sin^2 \phi}{L} x, \quad R_z = K_z z = \frac{2EA \cos^2 \phi}{L} z \quad (8)$$

索の初期張力 T_0 は、索の上端部に作用する上向き力を f とすると、次のように表される。

$$T_0 = \frac{f}{\cos \phi} \quad (9)$$

今、外力が浮体中心に静的に作用すると考えると、索に作用する張力が失われる時の外力の大きさ F_{sl} は次のようになる。

$$F_{sl} = \frac{f}{\cos \phi} \quad (10)$$

上式において、外力の作用方向は索の傾角 ϕ に等しく、この時の荷重強度 F_{sl} をスラック限界荷重と定義する。同様に、このスラック限界荷重が静的に x および z 方向に作用したときの変位を、 x_{sl} および z_{sl} としてスラック限界変位とする。すなわち、

$$x_{sl} = \frac{F_{sl}}{K_x} = \frac{fL}{2EA \sin^2 \phi \cos \phi}, \quad z_{sl} = \frac{F_{sl}}{K_z} = \frac{fL}{2EA \cos^2 \phi \cos \phi} \quad (11)$$

これらの限界値は、索の弾性係数と断面積ならびに傾角といった構造条件が与えられれば、索の上端部に作用する上向き力 f により一義的に決められることになる。

3. 構造諸元

(1) 計算諸元の設定

構造体の直径や肉厚といった条件は、通常、その機能要件から最初に与えられることが多い。このため、浮体の重量や浮力は与条件と考えられ、係留索の断面当り本数とその軸方向取付間隔を決めれば、索上端部に作用する上向き力 f は決定される。さらに、索の傾角 ϕ を仮定すると初期張力 T_0 は式(9)より求められる。

係留索の張力が失われた状態では、構造物は安定性を保てないため、この状態に至らないように構造物を設計する必要がある。張力が初期張力を挟んで等振幅で変動するとすれば、最大張力は初期張力 T_0 の2倍を超えることはない。したがって、索の必要断面積 A は許容される応力度 σ_a と安全係数 S_f を用いて次のように求められる。

$$A = S_f \frac{2T_0}{\sigma_a} = S_f \frac{2f}{\sigma_a \cos \phi} \quad (18)$$

索の取付点と海底面との鉛直距離を D とし、索の全長を L で表すと、索に中実断面を採用した時の、索端部に作用する上向き力 f と索重量の比 α は次式で表される。

$$\alpha = \frac{(\rho_c - \rho) AgL}{f} = S_f (\rho_c - \rho) \frac{2gL}{\sigma_a \cos \phi} = S_f p_c \frac{D}{\cos^2 \phi} \quad (19)$$

ここで、 ρ_c は索材料の密度、 p_c は許容応力度と材料ならびに流体の密度により決まる材料定数である。換言すれば、係留索の変形における支配パラメータである α は、安全係数と海底面までの深さに比例するということになる。

本論文では、パイプライン2条分程度を内包できる大きさとして外径 1.0m のパイプを想定した。また、索には鋼製のケーブルを想定し、安全率は1.0としている。表-1は、計算に用いた主要諸元の一覧表である。海底面までの距離 D が73.0m、係留索の傾角 $\phi=45^\circ$ 、中実断面を採用したとすると、(19)式で与えられるパラメータ α は0.1となる。海底面までの長さを大きくとればその距離に比例して大きくなる一方、中空断面を採用しその内外径を適当に調節することにより任意のパラメータ α が設定できる。

表-1 計算に用いた構造諸元

諸元	値	単位	諸元	値	単位
海底面までの距離	73.0	m	係留索の傾角 ϕ	45	deg.
浮体の外径	1.0	m	索の断面積	20.8	cm ²
係留索の軸方向間隔	50.0	m	索の弾性係数	205800	MPa
浮体重量	96.2	kN	索の許容応力度	196	MPa
浮体浮力	384.8	kN	材料定数, P_c	6.85×10^{-4}	1/m

(2) 静的載荷時の外力-変位関係

任意方向の外力 F が浮体中心に静的に作用している場合を考える。もし、復元力の線形性が保たれていれば、外力の作用方向を変化させたときに描かれる変位位置の軌跡は円になる。また、パラメータ $\alpha = 0$ の場合も、幾何学的非線形性が小さい限りほぼ円形となる。しかし、パラメータ α が大きくなるにつれ、非線形性の影響が無視できなくなり、変位の軌跡は大きく歪んでくる。図-4は、その作用方向を変化させながら様々な荷重強度 F を与えた時の静的変位位置を示したものである ($\alpha = 0.10$, $\phi = 45$ deg.)。図中には、線形復元力の場合のスラック限界変位位置も示してあるが、 $\alpha = 0.10$ になると索の変形による復元力の低下が大きな変位をもたらし、スラック限界荷重の50%程度 ($F = 0.5 F_{sl}$) の荷重でも、スラック限界変位を上回る変位量が生じている。図-5は、浮体に水平載荷を与えた場合の索の変形を示している。与える荷重強度が $0.5 F_{sl}$ を超えると係留索にたるみ(サグ)が発生していることが分かる。また、図-6、図-7は、外力の大きさを変化させたときの、それぞれ最大・最小変位および最大・最小張力を示したものである。これらの図から明らかなように、パラメータ α が大きくなると復元力の非線形性が強まり、張力低下はそれほど生じないものの、変位は著しい増加傾向を示すことがわかる。

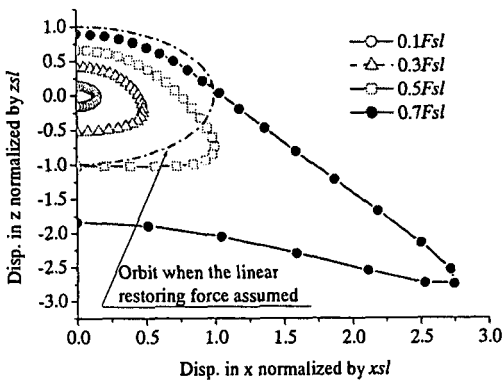


図-4 静的載荷時の浮体変位

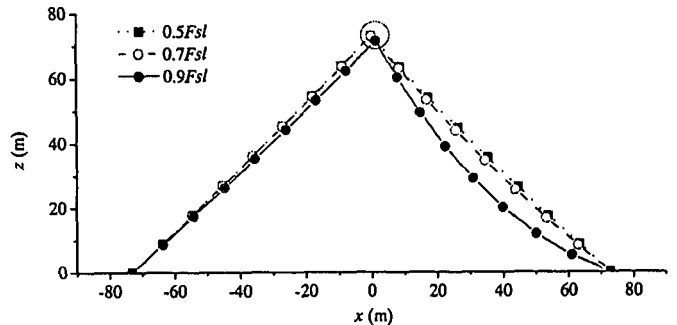


図-5 水平載荷時の係留索変位

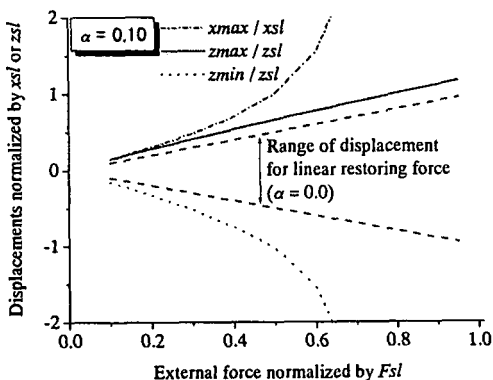


図-6 静的載荷時の最大・最小変位

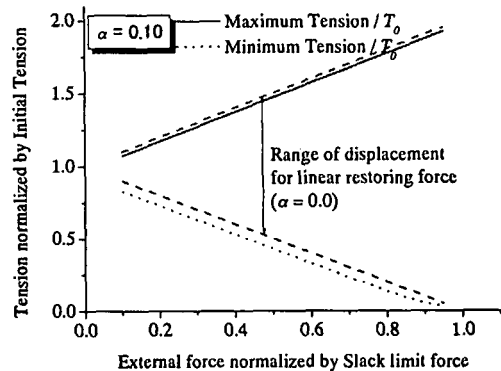


図-7 静的載荷時の最大・最小張力

4. 索の動的挙動が浮体の振動に与える影響

(1) 自由振動時の動揺特性

動揺特性を検証するため、浮体に一定の水平力あるいは鉛直力を静的に与えた後開放し、自由振動を発生させた。図-8および図-9に示すのは、この時の水平および鉛直変位である。これらのケースはいずれも、索の傾角 ϕ を 45° にし、スラック限界荷重 F_{sl} の25%荷重を与えたものである。図中には、 $\alpha = 0.0$ とした場合の変位の履歴も示してある。線形復元力の場合の固有周期変動 (0.68sec.) に加えて、より長周期の振動が見られている。この時のフーリエスペクトル図を図-10および図-11に示した。図から明らかなように、パラメータ $\alpha = 0.0$ の時はひとつの固有周期しか見られないのに対し、 $\alpha = 0.10$ の時には2つの卓越周期が存在している。このうち、短い方の周期 (0.68sec.) が、線形復元力によりもたらされるものであり、 $\alpha = 0.10$ および $\alpha = 0.0$ の両ケースに共通である。一方、長い方の周期 (約2 sec.) は、索自身の変形モードによりもたらされるもので、線形復元力の固有周期振幅に近い振幅が観測されている。

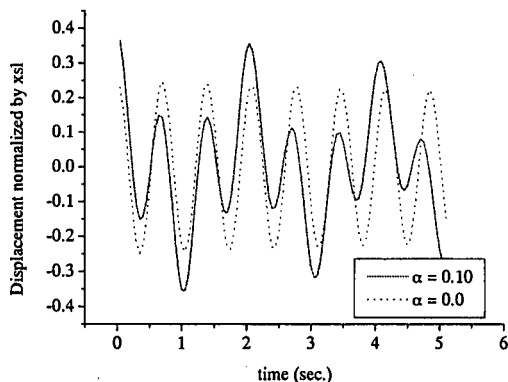


図-8 自由振動時の水平変位 (水平載荷)

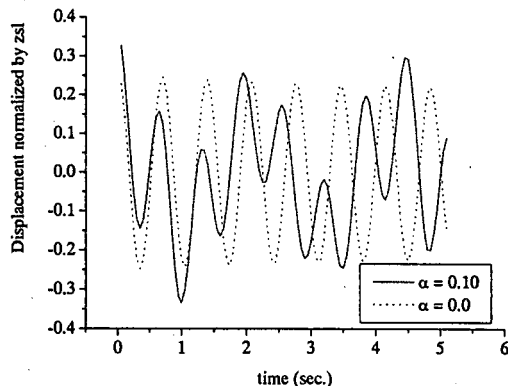


図-9 自由振動時の鉛直変位 (鉛直載荷)

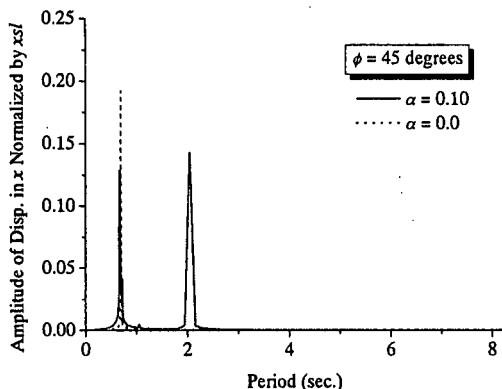


図-10 自由振動時の水平変位フーリエスペクトル

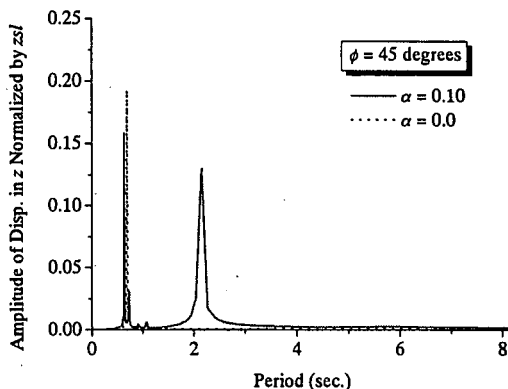


図-11 自由振動時の鉛直変位フーリエスペクトル

(2) 周期変動外力による振動時の動揺特性

浮体に周期変動外力を与えて、動的応答特性を検証した。外力は浮体の中心に作用し、その荷重強度を F 、作用方向は周期 T_f で1回転 (2π) するものとした。本解析は非線形解析となるため、浮体の静止状態から定常状態になるまで徐々に荷重強度を増加させて計算を行っている。また外力の周期 T_f は、波浪を想定して 1.0~12.0sec.まで変化させている。

図-12 および図-13 は、係留索の張力損失が発生せず、比較的安定した挙動を見せる場合の浮体変位軌跡図である。採用した荷重強度は $F = 0.25F_{sl}$ (スラック限界荷重の 25%) で、それぞれ周期 T_f は 5.5sec.および 10.0sec.である。図中には幾何学的非線形性のみが反映される $\alpha=0.0$ の場合も合わせて記載しているが、図から明らかのように、パラメータ $\alpha=0.10$ の場合は $\alpha=0.0$ の場合に比べて大きな変位を示している上、外力周期に応じてその軌跡図も変化することが分かる。

図-14 は、動的応答に与える外力周期の影響を見るため、外力周期と水平方向変位の動的応答倍率の関係を示したものである。自由振動問題で確認された索の変形による周期成分に対応したいくつかのピークが観測されている。同様に、図-15 は鉛直方向変位についてまとめた結果である。鉛直方向変位の場合、変位の方向(上下)によって応答

倍率が変化する。下方に変位する場合 (z_{min}) は水平方向変位のケースと同様、索の変形による周期成分に対応した変位のピークが見られるが、上方に変位する場合 (z_{max}) には、長周期領域でのピークがほとんど発生しない。

次に、索に作用する最大・最小張力について整理した結果が、図-16 (係留索の傾角 $\phi = 45 \text{ deg.}$) および図-17 (係留索の傾角 $\phi = 30 \text{ deg.}$) である。索の初期張力で無次元化しているため、縦軸において 0 を下回る場合は、索にたるみ (スラック) が発生し挙動が不安定になることを示している。これらの図より、変位のピークに対応して大きな張力振幅が発生していることが読み取れる。この計算で与えている外力の荷重強度は、スラック限界荷重の 25% であるが、索の傾角 $\phi = 45 \text{ deg.}$ の場合、外力周期 $T_f = 2.0 \sim 2.7 \text{ sec.}$ で張力損失が発生している。また、4.2 sec. 付近でも張力が損なわれる状態となっており、比較的短周期の変動外力に対して張力損失が発生しやすいと考えられる。また、索の傾角 $\phi = 30 \text{ deg.}$ の場合は、5 秒を超える外力周期に対してもスラックの発生が懸念され、安定挙動を得ることがさらに難しくなると言える。

これに対し、索の断面を中空にして $\alpha=0.0$ にした場合は安定した挙動を示しており、索に作用する流体力の増加はほとんど無視できると考えられる。

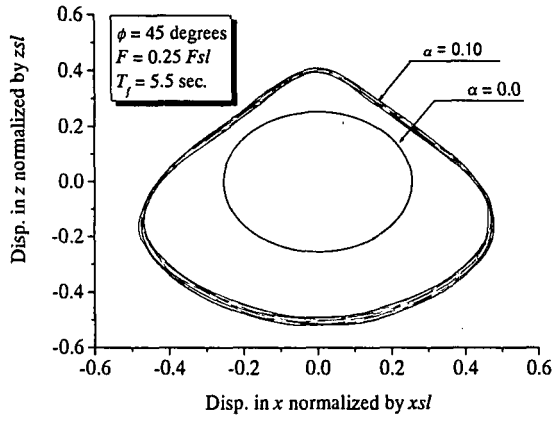


図-12 浮体中心の動的変位 ($T_f = 5.5$ sec.)

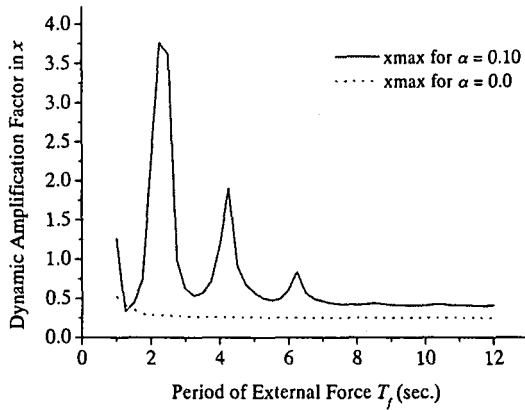


図-14 水平変位の動的応答倍率 ($\phi = 45$ deg.)

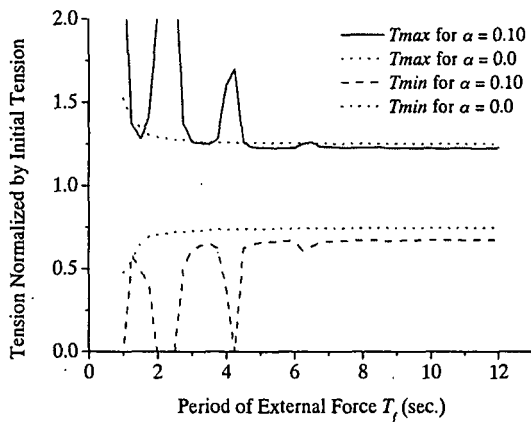


図-16 索張力の動的応答倍率 ($\phi = 45$ deg.)

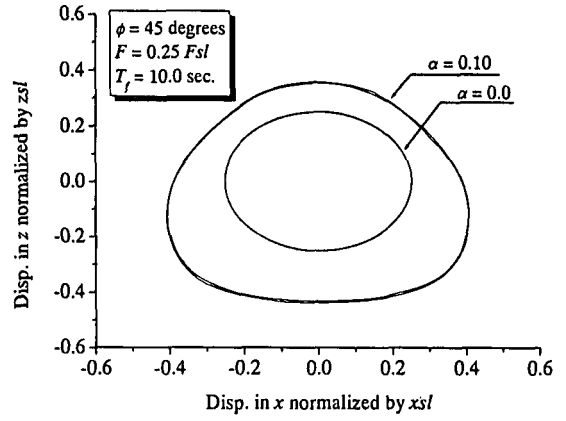


図-13 浮体中心の動的変位 ($T_f = 10.0$ sec.)

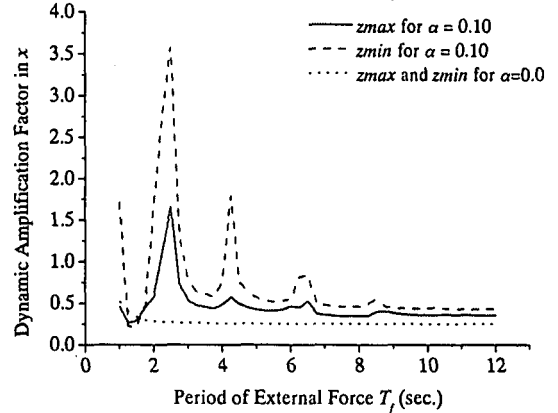


図-15 鉛直変位の動的応答倍率 ($\phi = 45$ deg.)

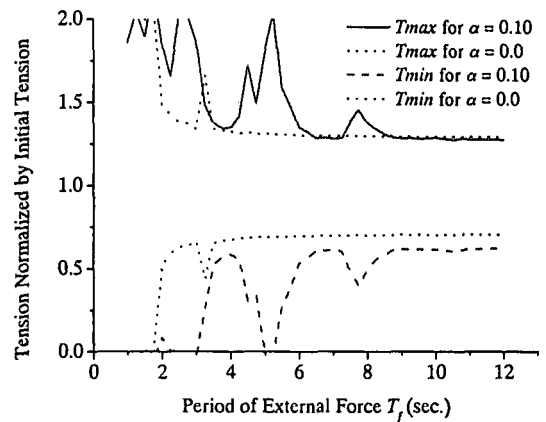


図-17 索張力の動的応答倍率 ($\phi = 30$ deg.)

5. まとめ

係留索に中実断面を採用した場合は、索の変形に対応して大きな変位と張力変動が発生する。本計算ケースの場合、比較的周期の短い波浪等に反応することが予想され、海底面位置が深くなればなるほど、より長周期の変動外力による影響が強まっていくものと考えられる。一方、同一条件下で索に中空断面を採用した場合、索に作用する流体力は増加するものの動的応答変位や索の変動張力に与える影響はきわめて小さく、変位や張力の抑制に有効である。本解析では、潮流等の定常流

の影響や索自身に作用する波力の影響は考慮していないが、今後はこれらの影響についても検討する必要があると考える。

参考文献

- 1) 蟹江俊仁, 三上隆: 係留索の自重変形が水中係留浮体の復元力に与える影響について, 海洋開発論文集, 第17巻, pp193-198, 2001
- 2) Chakrabarti S. K., 'Hydrodynamics of Offshore Structures', WIT Press, pp168-196, 1999