

係留索配置形状が水中係留浮体の動的特性に 与える影響の評価

EFFECT OF TENSION LEG ARRANGEMENT ON DYNAMIC
CHARACTERISTICS OF SUBMERGED FLOATING STRUCTURE

佐藤太裕¹・蟹江俊仁²・三上 隆³

Motohiro SATO, Shunji KANIE and Takashi MIKAMI

¹正会員 博士(工学) 北海道大学大学院助手 工学研究科社会基盤工学専攻
(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

²正会員 博士(工学) 北海道大学大学院助教授 工学研究科社会基盤工学専攻
(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

³フェロー会員 工博 北海道大学大学院教授 工学研究科社会基盤工学専攻
(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

For a type of “perfectly underwater” structures moored by tension legs like Submerged Floating tunnel, dynamic behaviors of the floating body are expected to involve many severe design and computational problems. In addition, motions induced by some external forces like strong waves and earthquakes may be very complex and it is difficult to explain the mechanisms of the behavior accurately. Especially, dynamic characteristics in consideration of elasticity coupling caused by restoring force of tension leg arrangement have not been clear so far. When elasticity coupling can arise, restoring forces of tension legs associated with the rotation show some bad influences on the dynamic behaviors. From this point of view, we focus on the effect of tension leg arrangement on dynamic characteristics of submerged floating structure in this study.

*Key Words : Submerged floating structure, tension leg, dynamic characteristics,
modified Morison equation*

1. はじめに

本研究は、中空円形断面を有する水中係留浮体構造物の係留索配置に起因する回転-水平方向の連成振動が励起される場合における、係留浮体の動的特性について明らかにすることを目的としている。例えば水中浮遊式トンネルのような交通輸送を想定した構造体であれば、過大な回転変位を回避しなければならないことはいままでの間もない。また係留浮体の運動により索に生ずる変動張力は係留浮体の動的安定性に関わる重要な要因であるが、回転運動の発生に伴い変動張力振幅が増大することも考えられる。これは水中係留浮体にとって避けなければならないスラック（係留索が外力により張力を失い弛緩する状態）およびスナッフ荷重（係留索弛緩後の急激な張力回復に伴う衝撃的な張力）の発生可能性が回転

方向の運動とともに増加すると言え換えることもできる。このように回転運動は係留浮体の振動特性に悪影響を及ぼすことが予想されるが、現在のところ回転方向復元力および連成振動を伴う係留索配置を有する係留浮体の動的特性は明らかにされていない。またスラック状態発生を回避することは水中係留浮体の設計面において非常に重要であり、回転復元力が発生する係留索配置とした場合、回転運動を考慮した変動張力振幅の検討は不可欠である。そこで本研究はこのような背景の元にその影響を解析的に検討し、明確にするものである。

具体的にはまず回転復元力に起因する固有振動特性の変化について考察する。次に波浪作用時における変動張力振幅から係留索がスラック状態に陥る条件の検討を行い、連成振動が変動張力振幅に及ぼす影響について明らかにする。

2. 解析モデル

検討対象とする水中係留浮体は、図-1に示すような4本の係留索（長さ： l ，ヤング係数： E ，断面積： A ）を用いて，傾角 α （ $0 \leq \alpha < 90^\circ$ ），取り付け角度 β （ $0 < \beta \leq 90^\circ$ ）で水中に安定化させた中空円形断面（半径： r ，内空半径： r_1 ）を有するものである。また係留浮体は剛体であると仮定する。この係留浮体が水中で安定となるためには，浮力が重力を上回ることが条件となる。つまり係留浮体の質量を m ，奥行を B ，流体密度を ρ としたとき，必ず次式が成り立つものとする。

$$\rho \pi r^2 B - m > 0 \quad (1)$$

またこれより静平衡状態における係留索一本あたりのお初期張力 T_p は次式となる。

$$T_p = \frac{\pi r^2 B - m}{4 \cos \alpha} \quad (2)$$

3. 定式化

(1) 支配方程式

係留浮体重心における水平変位 u ，鉛直変位 v ，および回転角 θ に関する運動方程式は次式で表される。

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_h(t) \\ F_v(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここでまず左辺について， I は係留浮体重心回りの慣性モーメント， $k_{11} \sim k_{33}$ は k_h ， k_v をそれぞれ係留索の浮体取り付け点における係留索による水平，鉛直方向ばね定数としたとき，それぞれ次式で表される量である。

$$k_{11} = k_h = \frac{4(T_p \cos^2 \alpha + EA \sin^2 \alpha)}{l} \quad (4a)$$

$$k_{13} = -k_h r \cos \beta \quad (4b)$$

$$k_{22} = k_v = \frac{4(T_p \sin^2 \alpha + EA \cos^2 \alpha)}{l} \quad (4c)$$

$$k_{31} = k_{13} \quad (4d)$$

$$k_{33} = k_v r \sin \beta + k_h r \cos \beta \quad (4e)$$

$$k_{12} = k_{21} = k_{23} = k_{32} = 0 \quad (4f)$$

式(3)は係留索の取り付け位置が $\beta \neq 90^\circ$ であるならば，水平-回転の連成振動が発生することを表しているといえる。また右辺について，波浪中で運動する係留浮体に作用する水平および鉛直方向流体力 $F_h(t)$ ， $F_v(t)$ は，固定円柱に作用する波力を求め

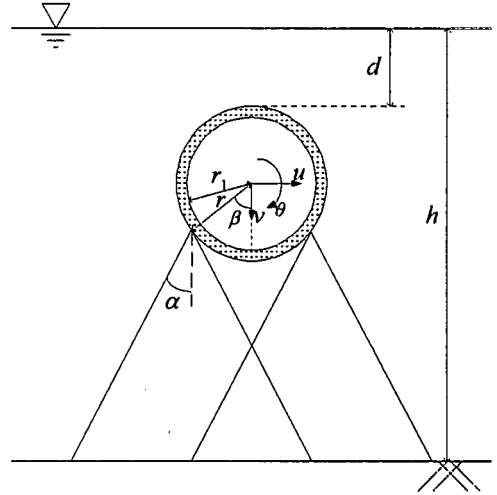


図-1 解析モデル

るモリソン式を，円柱の運動を考慮し動的問題に拡張した修正モリソン式により次式で評価する^{2),3)}。

$$F_h = C_M A_I (\ddot{w}_x - \ddot{u}) + A_I \ddot{u} + C_D A_D |\dot{w}_x - \dot{u}| (\dot{w}_x - \dot{u}) \quad (5a)$$

$$F_v = C_M A_I (\ddot{w}_y - \ddot{v}) + A_I \ddot{v} + C_D A_D |\dot{w}_y - \dot{v}| (\dot{w}_y - \dot{v}) \quad (5b)$$

ここで C_M は慣性係数， A_I は構造物の排水質量， C_D は抗力係数， A_D は構造物の投影面積， w_x ， w_y は水粒子の x ， y 方向変位をそれぞれ表す。この式(5a)，(5b)は相対速度に関する非線形項を含むので，ここでは等価に線形化を行い解析することとする³⁾。

(2) 固有振動数

ここで固有振動特性について考える。解として次式を仮定する。

$$u = U \exp(i \omega t) \quad (6a)$$

$$v = V \exp(i \omega t) \quad (6b)$$

$$\theta = \Theta \exp(i \omega t) \quad (6c)$$

これらを式(3)に代入し，抗力（減衰）項および外力を0とすることで，水平-回転連成振動に関しては次の振動数方程式が得られる。

$$\begin{vmatrix} k_h - m' \omega^2 & -k_h r \cos \beta \\ -k_h r \cos \beta & k_v r^2 \sin^2 \beta + k_h r^2 \cos^2 \beta - I' \omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

ここで， m' ， I' は付加質量を考慮した質量および慣性モーメントである。この式(7)を解くことによって，次の2つの固有振動数が得られる。

$$\Omega_1 = \frac{\omega_1}{\omega_h} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[1 + \left(\frac{er_s}{m_0} \right)^2 + \left(\frac{r_c}{m_0} \right)^2 \right. \\ \left. - \sqrt{\left\{ 1 + \left(\frac{er_s}{m_0} \right)^2 + \left(\frac{r_c}{m_0} \right)^2 \right\}^2 - 4 \left(\frac{er_s}{m_0} \right)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

$$\Omega_2 = \frac{\omega_2}{\omega_h} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[1 + \left(\frac{er_s}{m_0} \right)^2 + \left(\frac{r_c}{m_0} \right)^2 + \sqrt{\left\{ 1 + \left(\frac{er_s}{m_0} \right)^2 + \left(\frac{r_c}{m_0} \right)^2 \right\}^2 - 4 \left(\frac{er_s}{m_0} \right)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

ここで、 $\omega_h = \sqrt{\frac{k_h}{m'}}$ 、 $e = \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$ 、 $m_0 = \sqrt{\frac{I}{m}}$ 、

$r_c = r \cos \beta$ 、 $r_s = r \sin \beta$ である。式(8)より $\Omega_1 < 1$ 、式(9)より $\Omega_2 > 1$ となることがわかる。このことについては4章で詳しく検討する。

また鉛直方向の振動は、水平および回転運動とは独立の、いわゆる非連成の振動であり、式(8)、(9)と同様に ω_h で除した無次元固有振動数 Ω_3 の形で表すと次式となる。

$$\Omega_3 = \frac{\omega_3}{\omega_h} = e \quad (10)$$

(3) 変動張力振幅

変位振幅は式(6a)～(6c)を式(3)に代入して解くことでそれぞれ次式のように得られる。

$$U = \frac{F'_h}{k_h} \frac{\left(\frac{er_s}{m_0} \right)^2 + \left(\frac{r_c}{m_0} \right)^2 - \Omega^2}{\Omega^4 - \left\{ 1 + \left(\frac{er_s}{m_0} \right)^2 + \left(\frac{r_c}{m_0} \right)^2 \right\} \Omega^2 + \left(\frac{er_s}{m_0} \right)^2} \quad (11)$$

$$V = \frac{F'_v}{k_v} \frac{e^2}{e^2 - \Omega^2} \quad (12)$$

$$r_c \theta = \frac{F'_h}{k_h} \frac{\left(\frac{r_c}{m_0} \right)^2}{\Omega^4 - \left\{ 1 + \left(\frac{er_s}{m_0} \right)^2 + \left(\frac{r_c}{m_0} \right)^2 \right\} \Omega^2 + \left(\frac{er_s}{m_0} \right)^2} \quad (13)$$

ここで、 $\Omega = \omega / \omega_h$ (ω :外力振動数)、 F'_h 、 F'_v は式(5a)、(5b)における水平、鉛直方向波強制力成分である。またこれらを用いて変動張力 T は式(1)より求められた係留浮体重心変位を係留索上端(浮体と係留索の接合点)の水平、鉛直変位に変換し、係留索の伸び Δl を求めることで次式より得られる。

$$T = T_p + EA \frac{\Delta l}{l} \quad (14)$$

4. 解析結果と考察

3.での定式化をもとに、以下に示す条件のもとに解析を行った。

(係留浮体) 断面半径 $r=11.5$ [m]、内空半径 $r_1=10.5$ [m]、係留浮体の比重0.7、奥行50[m]、 $C_M=2.0$ 、等価線形化により導入された抗力係数 $C_{DR}=1.0$ ³⁾

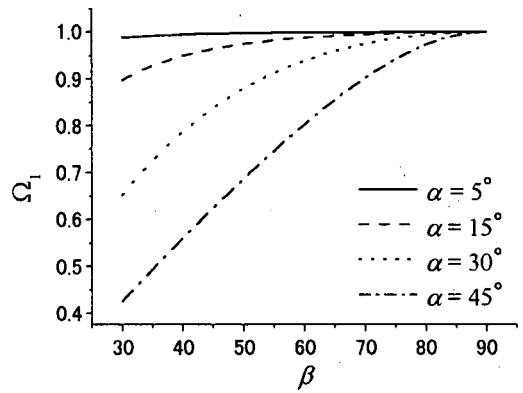


図-2 (a) 固有振動特性 (Ω_1)

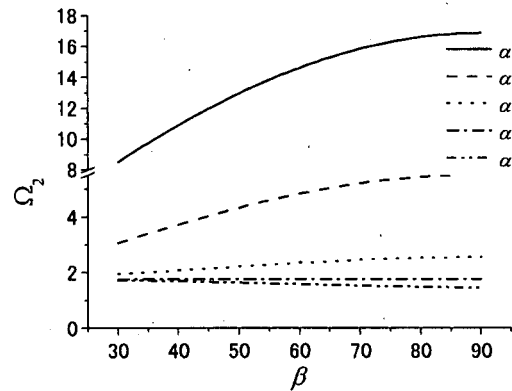


図-2 (b) 固有振動特性 (Ω_2)

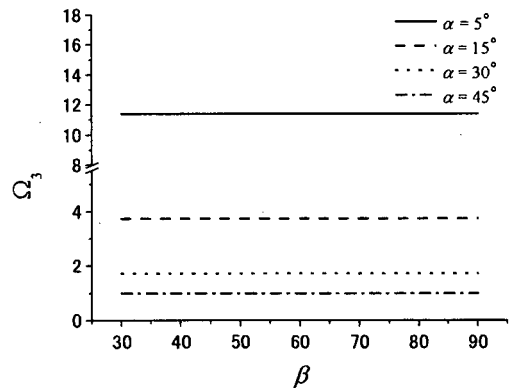


図-2 (c) 固有振動特性 (Ω_3)

(係留索) ヤング係数 $E=2.06 \times 10^{11}$ [N/m²]、断面積 $A=0.09$ [m²]

(海洋条件) 波高10.0[m]、波周期13[sec]、水深 $h=100$ [m]、クリアランス $d=30$ [m]

(1) 係留索配置の違いによる固有振動特性の変化

図-2 (a)～(b)は係留索配置形状の違いに伴う水平一回転連成振動の無次元固有振動数の変化を示したものである。図-2 (a)より最低次固有振動数は β の低下、すなわち連成の影響の増加に伴い低下し、その傾向は傾角 α の増加と共に顕著となることがいえる。著者らの研究¹⁾では、 $\beta=90^\circ$ で

係留された、長大浮遊構造物の弾性振動における固有振動数の存在範囲は常に $\Omega > \Omega_1 = 1$ ($\omega > \omega_h$)、つまり係留索復元力のみによる固有振動数より大きくなることが明らかにされている。つまり Ω_1 は長大な係留浮体が弾性変形を無視できない場合における係留浮体曲げ振動の最低次固有振動数の下限値に対応するものであり、構造設計上大きな意味を持つ。これより図-2 (a)の固有振動数は構造設計の制約条件の一つとなり、しかも本係留形式においては、取り付け位置の影響が無視できないことが指摘される。図-2 (b)は連成振動における高次の固有振動数の変化である。 Ω_1 と同様 β による変化がみられるが、 $\alpha = 40^\circ$ では β によらずほぼ一定値をとる。図-2 (c)は鉛直方向の固有振動特性を示したものである。鉛直方向の振動は連成振動ではないので、当然固有振動特性は β に依存しない。また $\alpha < 45^\circ$ においては水平一回転連成振動の ω_1 が必ず最低次固有振動数となるが、2次、3次については α 、 β の組み合わせによりその大小は変化することとなる。

(2) 係留索配置の違いによる係留索変動張力振幅の変化

図-3は初期張力に対する変動張力最小値の比を表したものである。 $T/T_p < 0$ はスラック状態であるが、波周期と近い固有周期を有する傾角 ($\alpha = 10^\circ$ 前後)においてはいずれも変位の増大によりスラック状態となり、傾角の増加と共に張力振幅の小さな安定した構造になることがわかる。これを回転の影響に着目してみると、この傾向の変化はおおよそ $\beta < 60^\circ$ において有意なものとなり、 β の低下とともに引張張力を保持する条件が急激に厳しくなることがわかる。また $\alpha \cong 0^\circ$ では β によらずスラックを回避しやすい構造であることも同時に読み取られる。一方図-4は $\alpha = 30^\circ$ における変動張力振幅を決定する係留索取付点変位の一周期の軌跡を示したものである。ここでも $\beta < 60^\circ$ における回転の影響が如実に表れているといえる。鉛直方向復元力は非連成であるが、水平一回転連成に伴い振幅が大きく増加する。

5. まとめ

本研究は中空円形断面を有する水中係留浮体構造物の動的特性に与える係留索配置の影響を検討したものである。本研究により得られた知見をまとめると以下のとおりである。

(1) $\alpha < 45^\circ$ においては水平方向の固有振動数が最低次となるが、連成振動に伴いその固有振動数は低下する。この振動数は長大な係留浮体が弾

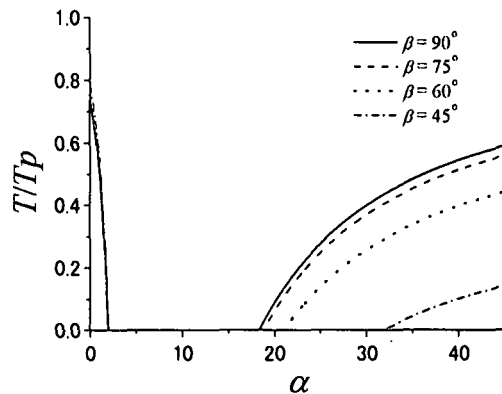


図-3 変動張力最小値の比較

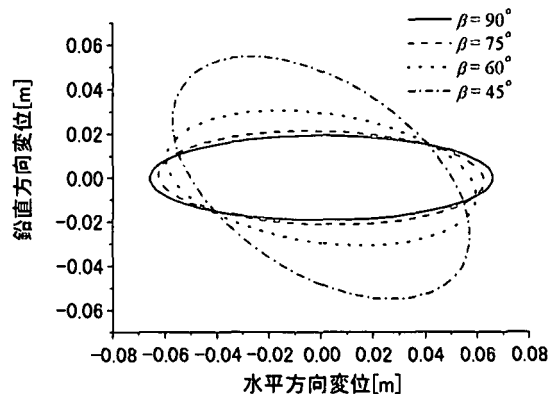


図-4 係留索取付点の軌跡

性変形を無視できない場合における係留浮体曲げ振動の最低次固有振動数の下限値に対応するものであり、構造設計上大きな意味を持つ。このことから共振周波数領域に回転復元力は大きな影響を及ぼす。

(2) 変動張力の最小値は、 β の低下、すなわち係留索の取り付け位置を下にするほど低下する傾向がみられる。このことから、連成振動が発生する係留索配置においてはスラック状態に陥りやすい。

参考文献

- 1) 佐藤太裕, 蟹江俊仁, 三上 隆: 弾性床に上梁にモデル化した水中浮遊式トンネルの波浪応答特性, 構造工学論文集, Vol.48A, pp.27-34, 2002.
- 2) Chakrabarti, S.K.: Hydrodynamics of Offshore Structures, Computational Mechanics Publications, 1987.
- 3) 蟹江俊仁: 水中浮遊式トンネルの解析手法と動揺特性に関する研究, 北海道大学学位論文, 1997.
- 4) (社)水中トンネル研究調査会: 水中トンネル 第I編 計画から設計施工まで, 第II編 ケーススタディー, 1995.
- 5) Mizuno, S., Tada, A., Mizuno, Y., Kunisu, H., Yamashita, T. and Saeki, H.: Experimental Study on Characteristics of Submerged Floating Tunnels under Regular Waves, Proceedings of the third symposium on Strait Crossings, pp.667-674, 1994.