

大型浮体構造物や大型没水構造物と相互干渉する 表面波及び内部波の非線形数値計算

NONLINEAR INTERACTION OF SURFACE AND INTERNAL WAVES WITH VERY LARGE FLOATING OR SUBMERGED STRUCTURES

柿沼太郎

Taro KAKINUMA

正会員 博(工) 独立行政法人港湾空港技術研究所 海洋・水工部
(〒239-0826 神奈川県横須賀市長瀬三丁目 1-1)

This paper describes interaction of surface/internal water waves with floating/submerged platforms by considering nonlinearity of fluid motion and flexibility of oscillating structures. The model represents a multilayer fluid system interacting with horizontally very large and elastic thin-plates, where the set of governing equations is derived by vertical integration in each fluid layer with nonlinear boundary conditions satisfied on the interfaces. Numerical computation is performed for surface/internal long waves and floating/submerged plate oscillations in the vertical section. Resonated pressures beneath a floating plate on the sea surface in a two-layer system are obtained in forced oscillation cases by taking into account different order of wave height to water depth ratios. In free oscillation cases surface and internal waves interacting with a floating or submerged plate structure are calculated. Progressing waves are also simulated under floating structures whose flexural rigidity changes spatially.

Key Words: Very large floating structure, submerged elastic plate, internal wave, nonlinear interaction

1. 序 論

密度成層が発達した水域において、メガフロートのような大型浮体構造物が振動するとき、その揺れに呼応して内部界面が振動を始めるであろう。内部界面の振動は、その構造物に覆われた水域の温度や塩分に影響を与えるのみならず、内部波として構造物周囲の水域に伝播し、広範囲の水圏環境に影響することが予想される。また、こうした内部界面の振動が発生する場合、浮体構造物には、流体の密度が一様である場合と異なる応力が作用する。本研究では、表面波及び内部波と、浮体構造物や没水構造物の振動との相互干渉について、流体運動の非線形性を考慮した数値計算によって検討する。浮体構造物の利用法として、空港、橋梁、居住区や処理場といった様々な用途が考えられている。他方、平面的に大きな没水構造物としては、消波のための没水平板、貯蔵プラントや人工漁礁等が考えられる。

ここで適用する基礎方程式は、水面、または、水中で柔軟に振動する、水平方向に大きなスケールを有する薄板と、多層流体との間の相互干渉を支配する非線形方程式系¹⁾とする。流体の各層において鉛直積分を

行なう際に、速度ポテンシャルを鉛直分布関数の重み付きの和で表わす。そして、水面や底面を含むすべての界面における非線形な境界条件を満たす変分原理を適用して、方程式系が導出される。従って、本方程式系に基づく数値解析モデルは、鉛直分布関数の項数を十分多くとることによって、強非線形・強分散性を有する表面波や内部波に適用可能となる。

方程式の導出過程で、密度の異なる流体が混合しないと仮定する。このため、密度界面が不連続な境界面となるが、だからこそ、二つの異なる流体層の間に柔軟な薄板を挿入することができるのである。こうして、曲げ剛性を有する弾性薄板に接する流体の運動を調べることが可能となる。平面的に大規模で、柔軟な薄板状の浮体・没水構造物を対象とし、これらが水面、または、水面下で流体と相互干渉しながら振動する。

ここでは、鉛直断面内の2層流体を対象とする。そして、鉛直方向の長さスケールの1次のオーダの効果まで考慮する。まず、水面上の大型弾性浮体が流体に強制振動を与えるときの内部界面の共振現象について調べる。浮体構造物に働く圧力について、構造物の振動の周波数や波長を変えて検討し、内部界面が存在し

ない1層の場合や、2層問題において鉛直方向の長さスケールの0次のオーダーの効果のみを考慮した場合と比較する。次に、浮体や水面に初期変位を与えてから放置することによって系に自由振動を発生させた場合の、水面、または、水面下に浮かぶ薄板構造物と流体との相互干渉について、その初期変位の波長や構造物の曲げ剛性を変えて解析する。更に、水面の一部を覆う浮体構造物や、曲げ剛性が場所的に変化する浮体構造物を対象として、自由振動の場合及び進行波が入射する場合の解析を行なう。

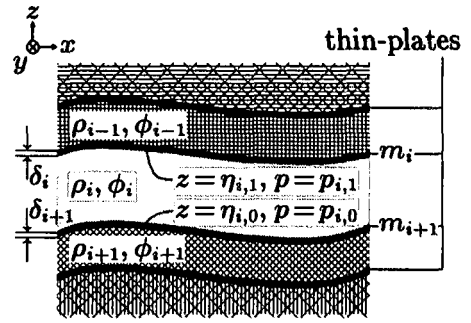


図-1 薄板構造物と多層流体

2. 薄板の振動と相互干渉する表面波・内部波解析のための方程式系

(1) 密度成層と薄板

平面的に大規模な薄板の振動と相互干渉する表面波及び内部波の支配方程式を前報¹⁾と同様の方法で導く。

図-1のように、互いに混合しない非粘性・非圧縮性流体が成層状態にあるとする。流体の種類を上から順に $i = 1, 2, \dots, I$ で表わす。流体の密度 ρ_i は、各層において一定値をとる。流体と構造物等の間の境界面で摩擦が働かないとする。また、これら境界面において渦の発生や碎波といった不安定現象が生じず、すべての境界面が x の1価関数であると仮定する。第 i 層の流体は、その上面、または、下面と接する2枚の薄板で挟まれている。第 i 層の流体の下面位置を $z = \eta_{i,0}(x, t)$ とし、そこにおける圧力を $p_{i,0}(x, t)$ とする。一方、上面の位置及びそこにおける圧力をそれぞれ $z = \eta_{i,1}(x, t)$ 及び $p_{i,1}(x, t)$ とする。第 i 板の表面上の任意の点に働く圧力が、この板に接する流体のその点における圧力に等しいと仮定する。

他方、第 i 層の流体の上面に接する薄板を第 i 板と呼ぶ。第 i 板の密度を m_i 、鉛直方向の幅を δ_i とし、簡単のために、両者とも各板毎に一定であるとする。

(2) 構造物端部の取り扱い方法

広い水域を覆う構造物を想定し、端部の影響が無視できる中央付近を対象とする場合には、構造物の両端を繋ぎ合わせて、空間的に周期的な境界条件を適用する。

構造物の端部の影響を考慮する場合には、界面の形状が滑らかであり、その一部に構造物表面が接していると仮定して、構造物が存在する位置にのみ有限量の曲げ剛性率を与え、それ以外の場所では、曲げ剛性率を0とする。なお、異なる部材や構造形式からなる浮体・没水構造物が結合されている場合や、これらが間隔をあけて連結されている場合も、構造物の曲げ剛性率を場所的に変えて与えることによって解析できる。

構造物の端部が固定された剛体である場合には、透水性構造物の空隙率を考慮した変分原理²⁾を適用すれば、比較的容易に端部を取り扱うことができる。

(3) 平板の運動方程式

水平方向の長さスケールに比べて十分に薄い等方弾性平板の振動を考える。第 i 板の運動状態は、古典理論より、次式のような広義の波動方程式によって定まる。

$$m_i \delta_i \frac{\partial^2 \eta_{i,1}}{\partial t^2} + B_i \nabla^2 \nabla^2 \eta_{i,1} + m_i g \delta_i + p_{i-1,0} - p_{i,1} = 0 \quad (1)$$

ここで、 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ は、水平方向の微分演算子である。また、 g は、重力加速度であり、 B_i は、第 i 板の曲げ剛性率である。なお、中立面と板下面における曲率及びねじり率の差の影響を無視している。

(4) 表面波及び内部波の方程式系

a) 変分問題における汎関数の定義

流体運動が非回転であるとする。すると、 $u_i = \nabla \phi_i$ 、 $w_i = \partial \phi_i / \partial z$ で定義される速度ポテンシャル ϕ_i が存在する。ここで、 u_i 及び w_i は、それぞれ、第 i 層の各点における流速の水平方向成分ベクトル及び鉛直方向成分である。いま、第 i 層が有する二つの境界面のうちの何れか一方の位置 $z = \eta_{i,1-j}$ ($j = 0$ or 1) と、他方の境界面における圧力 $p_{i,j}$ とがともに既知であるとする。すると、求める未知変数は、第 i 層の各点における速度ポテンシャル ϕ_i と境界面位置 $\eta_{i,j}$ となる。このとき、第 i 層における変分問題の作用 $\mathcal{F}_i[\phi_i, \eta_{i,j}]$ を次式の汎関数とする。

$$\mathcal{F}_i[\phi_i, \eta_{i,j}] = \int_{t_0}^{t_1} \iint_A \int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} \left\{ \frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi_i)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right)^2 + gz + \frac{p_{i,j} + P_i + W_i}{\rho_i} \right\} dz dA dt, \\ P_i = \sum_{k=1}^{i-1} \{(\rho_i - \rho_k) g h_k\}, \quad W_i = \sum_{k=1}^i (-m_k g \delta_k) \quad (2)$$

ここで、 $(\nabla \phi_i)^2 \equiv |\nabla \phi_i|^2$ とする。また、 $h_k(x)$ は、第 i 層における静水深である。

b) 鉛直分布関数の設定

速度ポテンシャル ϕ_i を z のべき関数 z^α の重み $f_{i,\alpha}$ 付きの和として次式のように表わす。

$$\begin{aligned} \phi_i(x, z, t) &\equiv \sum_{\alpha=0}^{N-1} \{z^\alpha \cdot f_{i,\alpha}(x, t)\} = f_{i,\alpha} \cdot z^\alpha \\ &= f_{i,0} \cdot 1 + f_{i,1} \cdot z + f_{i,2} \cdot z^2 + \cdots + f_{i,N-1} \cdot z^{N-1} \quad (3) \end{aligned}$$

c) 変分原理の Euler-Lagrange 方程式の導出

式 (3) を式 (2) に代入して鉛直積分を行なった後、 $f_{i,\alpha}$ 及び $\eta_{i,j}$ に関する変分原理の Euler-Lagrange 方程式を求めると、次式のような表面波及び内部波の非線形方程式系が得られる ($\alpha = 0, 1, 2, \dots, N-1$).

$$\begin{aligned} \eta_{i,1}^\alpha \frac{\partial \eta_{i,1}}{\partial t} - \eta_{i,0}^\alpha \frac{\partial \eta_{i,0}}{\partial t} \\ + \nabla(Q_i[\alpha + \beta] \nabla f_{i,\beta}) - R_i[\alpha, \beta] f_{i,\beta} = 0 \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_{i,j}^\beta \frac{\partial f_{i,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \eta_{i,j}^{\gamma+\beta} \nabla f_{i,\gamma} \nabla f_{i,\beta} + \frac{1}{2} S_{i,j}[\gamma, \beta] f_{i,\gamma} f_{i,\beta} \\ + g \eta_{i,j} + (p_{i,j} + P_i + W_i) / \rho_i = 0 \quad (5) \end{aligned}$$

ここで、 $Q_i[\alpha]$ 、 $R_i[\alpha, \beta]$ 及び $S_{i,j}[\alpha, \beta]$ は、それぞれ、次式のような $\eta_{i,e}$ ($e = 0$ or 1) の関数である。

$$Q_i[\alpha] = \frac{1}{\alpha+1} (\eta_{i,1}^{\alpha+1} - \eta_{i,0}^{\alpha+1}) \quad (6)$$

$$R_i[\alpha, \beta] = \begin{cases} \frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta-1} (\eta_{i,1}^{\alpha+\beta-1} - \eta_{i,0}^{\alpha+\beta-1}) & (\alpha\beta \neq 0) \\ 0 & (\alpha\beta = 0) \end{cases} \quad (7)$$

$$S_{i,j}[\alpha, \beta] = \begin{cases} \alpha\beta \eta_{i,j}^{\alpha+\beta-2} & (\alpha\beta \neq 0) \\ 0 & (\alpha\beta = 0) \end{cases} \quad (8)$$

本方程式系は、適用に際して密度成層の層厚や波の周波数帯域からの制約を受けないため、鉛直分布関数の項数を十分多くとれば、強非線形性・強分散性を有する表面波や内部波の解析が理論的に可能である。

d) 長波近似

ここでは、各層が浅水域にある場合を対象とし、長波近似を行なう。そのために、代表値を用いて次式のように諸量を無次元化する。

$$\begin{aligned} x^* = \frac{x}{\ell}, \quad y^* = \frac{y}{\ell}, \quad z^* = \frac{z}{h}, \quad t^* = \frac{\sqrt{gh}}{\ell} t, \\ \nabla^* = \ell \nabla, \quad \frac{\partial}{\partial t^*} = \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)^* = \frac{\ell}{\sqrt{gh}} \frac{\partial}{\partial t}, \quad \eta_{i,e}^* = \frac{\eta_{i,e}}{h}, \\ f_{i,\alpha}^* = \frac{h^n f_{i,n}}{\sqrt{gh} \ell} \left(\frac{h}{H} \right)^n \Big|_{n=\alpha}, \quad B_i^* = \frac{B_i}{\rho g \ell^4}, \quad p_{i,e}^* = \frac{p_{i,e}}{\rho g h}, \\ P_i^* = \frac{P_i}{\rho g h}, \quad m_i^* = \frac{m_i}{\rho}, \quad \delta_i^* = \frac{\delta_i}{H}, \quad W_i^* = \frac{W_i}{\rho g H} \quad (9) \end{aligned}$$

ここで、* 印付きの無次元量のオーダーをすべて $O(1)$ とする。これらの値を用いると、 u_i 及び w_i がそれぞれ次式のように展開される。

$$\begin{aligned} \frac{u_i}{\sqrt{gh}} = k_{u_i,0}^* \cdot 1 + k_{u_i,1}^* \varepsilon z^* + k_{u_i,2}^* \varepsilon^2 z^{*2} \\ + \cdots + k_{u_i,N-1}^* \varepsilon^{N-1} z^{*N-1} \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{w_i}{\sqrt{gh}} = \sigma \left\{ k_{w_i,1}^* \cdot 1 + k_{w_i,2}^* \varepsilon z^* + k_{w_i,3}^* \varepsilon^2 z^{*2} \right. \\ \left. + \cdots + k_{w_i,N-1}^* \varepsilon^{N-2} z^{*N-2} \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

ここで、 $\varepsilon = H/h$ 及び $\sigma = h/\ell$ は、それぞれ、波高水深比及び水深波長比の代表値であり、 $O(\varepsilon) = O(\sigma^2)$ と仮定する。

式 (9) を式 (1) に代入して次式が得られる。

$$\begin{aligned} \varepsilon \sigma^2 m_i^* \delta_i^* \frac{\partial^2 \eta_{i,1}^*}{\partial t^{*2}} + B_i^* \nabla^{*2} \nabla^{*2} \eta_{i,1}^* \\ + \varepsilon m_i^* \delta_i^* + p_{i-1,0}^* - p_{i,1}^* = 0 \quad (12) \end{aligned}$$

他方、流体に対して、式 (9) を式 (4) に代入して次式が得られる。

$$\begin{aligned} \eta_{i,1}^* \alpha \frac{\partial \eta_{i,1}^*}{\partial t^*} - \eta_{i,0}^* \alpha \frac{\partial \eta_{i,0}^*}{\partial t^*} + \varepsilon^\beta \nabla^* (Q_i^*[\alpha + \beta] \nabla^* f_{i,\beta}^*) \\ - \frac{\varepsilon^\beta}{\sigma^2} R_i^*[\alpha, \beta] f_{i,\beta}^* = 0 \quad (13) \end{aligned}$$

これを各 α について書くと次式のようになる。

$\alpha = 0$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta_{i,1}^*}{\partial t^*} - \frac{\partial \eta_{i,0}^*}{\partial t^*} + \nabla^* \{ (\eta_{i,1}^* - \eta_{i,0}^*) \nabla^* f_{i,0}^* \} \\ + \varepsilon \frac{1}{2} \nabla^* \{ (\eta_{i,1}^{*2} - \eta_{i,0}^{*2}) \nabla^* f_{i,1}^* \} \\ + \varepsilon^2 \frac{1}{3} \nabla^* \{ (\eta_{i,1}^{*3} - \eta_{i,0}^{*3}) \nabla^* f_{i,2}^* \} + O(\varepsilon^3) = 0, \end{aligned}$$

$\alpha = 1$:

$$\begin{aligned} \eta_{i,1}^* \frac{\partial \eta_{i,1}^*}{\partial t^*} - \eta_{i,0}^* \frac{\partial \eta_{i,0}^*}{\partial t^*} + \nabla^* \left\{ \frac{1}{2} (\eta_{i,1}^{*2} - \eta_{i,0}^{*2}) \nabla^* f_{i,0}^* \right\} \\ + \varepsilon \frac{1}{3} \nabla^* \{ (\eta_{i,1}^{*3} - \eta_{i,0}^{*3}) \nabla^* f_{i,1}^* \} \\ + \varepsilon^2 \frac{1}{4} \nabla^* \{ (\eta_{i,1}^{*4} - \eta_{i,0}^{*4}) \nabla^* f_{i,2}^* \} \\ - \frac{\varepsilon}{\sigma^2} (\eta_{i,1}^* - \eta_{i,0}^*) f_{i,1} - \frac{\varepsilon^2}{\sigma^2} (\eta_{i,1}^{*2} - \eta_{i,0}^{*2}) f_{i,2} \\ - \frac{\varepsilon^3}{\sigma^2} (\eta_{i,1}^{*3} - \eta_{i,0}^{*3}) f_{i,3} + O(\varepsilon^3) = 0, \end{aligned}$$

$\alpha = 2$:

$$\begin{aligned} \eta_{i,1}^{*2} \frac{\partial \eta_{i,1}^*}{\partial t^*} - \eta_{i,0}^{*2} \frac{\partial \eta_{i,0}^*}{\partial t^*} + \frac{1}{3} \nabla^* \{ (\eta_{i,1}^{*3} - \eta_{i,0}^{*3}) \nabla^* f_{i,0}^* \} \\ + \varepsilon \frac{1}{4} \nabla^* \{ (\eta_{i,1}^{*4} - \eta_{i,0}^{*4}) \nabla^* f_{i,1}^* \} \\ + \varepsilon^2 \frac{1}{5} \nabla^* \{ (\eta_{i,1}^{*5} - \eta_{i,0}^{*5}) \nabla^* f_{i,2}^* \} \\ - \frac{\varepsilon}{\sigma^2} (\eta_{i,1}^{*2} - \eta_{i,0}^{*2}) f_{i,1} - \frac{\varepsilon^2}{\sigma^2} \frac{4}{3} (\eta_{i,1}^{*3} - \eta_{i,0}^{*3}) f_{i,2} \\ - \frac{\varepsilon^3}{\sigma^2} \frac{3}{2} (\eta_{i,1}^{*4} - \eta_{i,0}^{*4}) f_{i,3} + O(\varepsilon^3) = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

また、式 (9) を式 (5) に代入して次式が得られる。

$$\begin{aligned} \varepsilon^\beta \eta_{i,j}^* \beta \frac{\partial f_{i,\beta}^*}{\partial t^*} + \varepsilon^{\gamma+\beta} \frac{1}{2} \eta_{i,j}^* \gamma + \beta \nabla^* f_{i,\gamma}^* \nabla^* f_{i,\beta}^* \\ + \frac{\varepsilon^{\gamma+\beta}}{\sigma^2} \frac{1}{2} S_{i,j}^* [\gamma, \beta] f_{i,\gamma}^* f_{i,\beta}^* \\ + \eta_{i,j}^* + p_{i,j}^* + P_i^* + \varepsilon W_i^* = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

これは、 β 及び γ に値を代入して次式のようなになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{i,0}^*}{\partial t^*} + \varepsilon \eta_{i,j} \frac{\partial f_{i,1}^*}{\partial t^*} + \varepsilon^2 \eta_{i,j}^2 \frac{\partial f_{i,2}^*}{\partial t^*} \\ + \frac{1}{2} \nabla^* f_{i,0}^* \nabla^* f_{i,0}^* + \varepsilon \eta_{i,j} \nabla^* f_{i,0}^* \nabla^* f_{i,1}^* \\ + \varepsilon^2 \eta_{i,j}^2 \nabla^* f_{i,0}^* \nabla^* f_{i,2}^* + \varepsilon^2 \frac{1}{2} \eta_{i,j}^2 \nabla^* f_{i,1}^* \nabla^* f_{i,1}^* \\ + \frac{\varepsilon^2}{\sigma^2} \frac{1}{2} f_{i,1}^* f_{i,1}^* + \frac{\varepsilon^3}{\sigma^2} 2 \eta_{i,j}^* f_{i,1}^* f_{i,2}^* \\ + \eta_{i,j}^* + p_{i,j}^* + P_i^* + \varepsilon W_i^* + O(\varepsilon^3) = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

式 (15) において、 j を 0, または、1 とすることによって、第 i 層の任意の (x, y) の位置での、上面と下面に働く圧力の次元量の関係が次式のように得られる。

$$\begin{aligned} p_{i,0} = p_{i,1} + \rho_i g (\eta_{i,1} - \eta_{i,0}) + \rho_i \left\{ (\eta_{i,1}^\beta - \eta_{i,0}^\beta) \frac{\partial f_{i,\beta}}{\partial t} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (\eta_{i,1}^{\gamma+\beta} - \eta_{i,0}^{\gamma+\beta}) \nabla f_{i,\gamma} \nabla f_{i,\beta} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (S_{i,1}[\gamma, \beta] - S_{i,0}[\gamma, \beta]) f_{i,\gamma} f_{i,\beta} \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

従って、 $N \geq 2$ とすれば、界面変動の回数に応じて静水圧のみならず動圧の効果も考慮できる。

$O(\varepsilon) \ll 1$ と仮定し、1 次のオーダー $O(\varepsilon)$ まで考慮する。式 (12)~(16) において、 $j = 1$ とし、 $p_{i,1}^*$ を消去してから有次元化を行ない、式 (18)~(20) を得る。

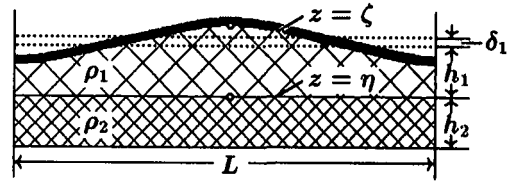
$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta_{i,1}}{\partial t} - \frac{\partial \eta_{i,0}}{\partial t} + \nabla \{ (\eta_{i,1} - \eta_{i,0}) \nabla f_{i,0} \} \\ + \frac{1}{2} \nabla \{ (\eta_{i,1}^2 - \eta_{i,0}^2) \nabla f_{i,1} \} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \eta_{i,1} \frac{\partial \eta_{i,1}}{\partial t} - \eta_{i,0} \frac{\partial \eta_{i,0}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \{ (\eta_{i,1}^2 - \eta_{i,0}^2) \nabla f_{i,0} \} \\ + \frac{1}{3} \nabla \{ (\eta_{i,1}^3 - \eta_{i,0}^3) \nabla f_{i,1} \} \\ - (\eta_{i,1} - \eta_{i,0}) f_{i,1} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

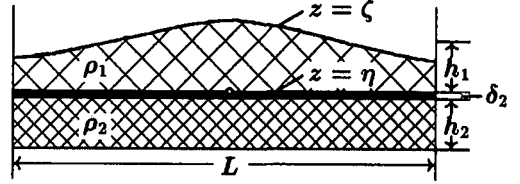
$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{i,0}}{\partial t} + \eta_{i,j} \frac{\partial f_{i,1}}{\partial t} \\ + \frac{1}{2} \nabla f_{i,0} \nabla f_{i,0} + \eta_{i,j} \nabla f_{i,0} \nabla f_{i,1} + \frac{1}{2} f_{i,1} f_{i,1} + g \eta_{i,1} \\ + (B_i \nabla^2 \nabla^2 \eta_{i,1} + p_{i-1,0} + P_i + W_{i-1}) / \rho_i = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

ここで、薄板の方程式中の慣性項が相対的に無視されている。なお、無次元化の際に、 $m^* \delta^* = \varepsilon^{-1} m \delta / (\rho h)$ として、 $O(\varepsilon) = O(\sigma^2) \ll 1$ まで考慮する場合にも、薄板の慣性項が無視される³⁾。

この場合、第 i 層の上・下面における圧力の関係は、式 (17) より、次式のように表わされる。



(a) 浮体構造物



(b) 没水構造物

図-2 薄板構造物と2層流体

$$\begin{aligned} p_{i,0} = p_{i,1} + \rho_i (\eta_{i,1} - \eta_{i,0}) \\ \times (g + \partial f_{i,1} / \partial t + \nabla f_{i,0} \nabla f_{i,1}) \end{aligned} \quad (21)$$

3. 大規模浮体構造物・没水構造物の振動と表面波及び内部波の数値計算

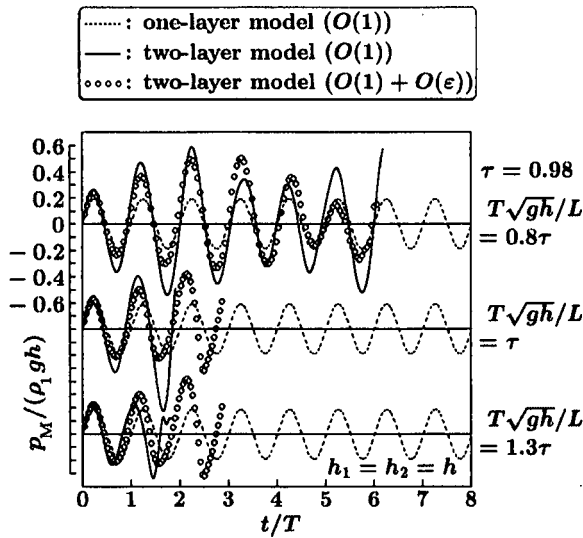
(1) 浮体構造物の振動により励起される内部波

a) 強制振動

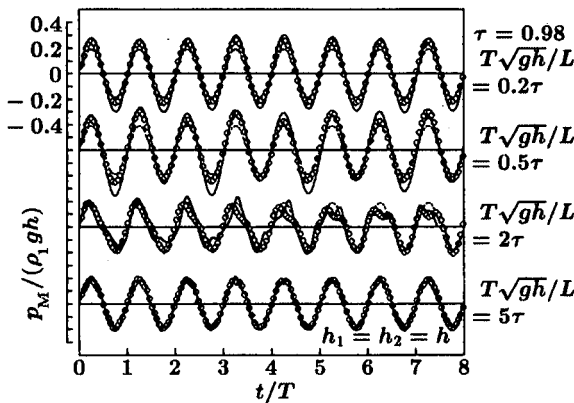
数値計算では、図-2に示すような鉛直断面内の2層問題を対象とし、差分法⁴⁾を用いて式(18)~(20)を無次元量に関して解く。その際に、計算領域の両端を滑らかに接続する。第1層の上面及び下面の位置をそれぞれ $z = \eta_{1,1} = \zeta$ 及び $z = \eta_{1,0} = \eta$ と表わす。大気圧を0とし、初期状態における速度ポテンシャル ϕ_i を至る所で0とする。また、自重により構造物に働く重力と浮力とが釣り合っていると仮定する。

図-2(a)に示す浮体構造物が一定の周期と波長で振動する場合を考える。図-3に、 $\zeta = a \sin(2\pi t/T) \times \cos(2\pi x/L)$ なる振動を水面に与え続けたときの、構造物下面の計算領域中央に位置する点 $(x, z) = (L/2, \zeta)$ における圧力 p_M の時間変化を示す。各条件に対応する1層問題における圧力 p_M を破線で示す。図-3(a)では、共振が発生している。 $T\sqrt{gh}/L = 0.8\tau$ の場合には、 $x = L/2$ の位置で海底に、また、 $T\sqrt{gh}/L = 1.3\tau$ の場合には、 $x = 0$ の位置で構造物に、内部界面が接した時点で計算を終了した。 $O(\varepsilon)$ の項まで考慮すると、理論的には、鉛直方向に線形に分布する u_i と鉛直方向に一定である w_i の効果が反映される。その結果、 $O(1)$ の項のみを考慮した場合よりも、負圧が弱くなっている。また、 $T\sqrt{gh}/L = \tau, 1.3\tau$ の場合に、1層問題と比較して位相のずれが見られる。

図-3(b)では、共振現象が見られず、図-3(a)のように著しい圧力の増加が見られない。幾つかの異なるモードが存在し、 $T\sqrt{gh}/L = 2\tau$ のとき、高周波数モードにおいて、 $O(1)$ のみを考慮した場合と $O(1) +$



(a) 浮体の強制振動により内部界面の共振が生じる。



(b) 浮体の強制振動により内部界面の共振が生じない。

図-3 浮体構造物下面に働く圧力の時間変化 ($L/h = 10, a/h = 0.2, \rho_2/\rho_1 = 1.5, x/L = 0.5$)

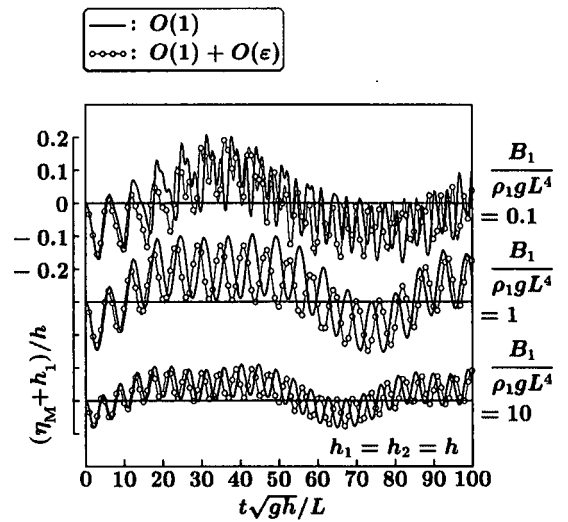
$O(\epsilon)$ を考慮した場合の間で位相の差が見られる。強制振動の周期 T が十分に長いと、2層問題における圧力の振幅が1層問題とあまり変わらない。

b) 自由振動

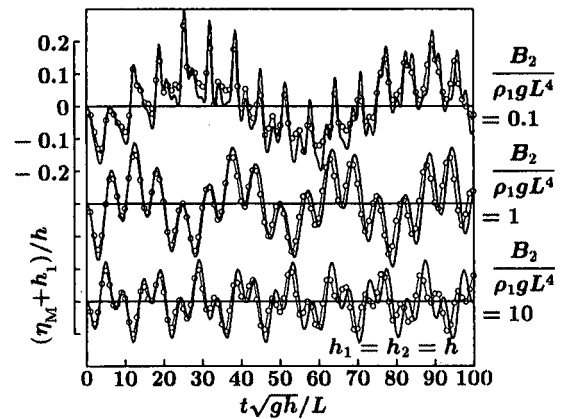
初期状態において浮体構造物の形状を図-2(a)のように与え、これを放置する。構造物の初期形状を $\zeta = -a_0 \cos(2\pi x/L)$ としたときの、計算領域中央における内部界面位置 $\eta_M(L/2, t)$ の時間変化を図-4(a)に示す。モードの異なる波が重なっている。低周波数モードにおいて、 $O(1)$ と $O(1) + O(\epsilon)$ の場合で位相のずれが見られる。これは、強制振動の場合と異なる。

(2) 表面波により発生する没水平板の振動

図-2(b)に示すような、2流体に挟まれた薄板の運動をシミュレートする。水面に、 $\zeta = -a_0 \cos(2\pi x/L)$ という初期波形を与えて放置したときの、計算領域中央における構造物上面の位置 $\eta_M(L/2, t)$ の時間変化を図-4(b)に示す。没水構造物が上・下の流体と相互干渉しながら、自由振動の系を形成する。 $O(\epsilon)$ を考慮す



(a) 水面に浮体構造物がある場合の内部界面の変動



(b) 内部界面上にある没水構造物の振動

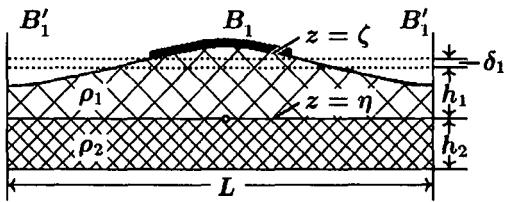
図-4 初期変位の与えられた水面が放たれたときの内部界面の変動 ($L/h = 10, a_0/h = 0.2, \rho_2/\rho_1 = 1.025, x/L = 0.5$)

ると、位相のずれが生じるが、浮体構造物が存在する自由振動の場合ほど、そのずれが大きくない。特に、曲げ剛性率が $B_2^* = B_2/(\rho_1 g L^4) = 0.1$ であるとき、 η_M の振幅は、 $O(\epsilon)$ を考慮した場合の方が、これを考慮しない場合よりも狭く計算される。

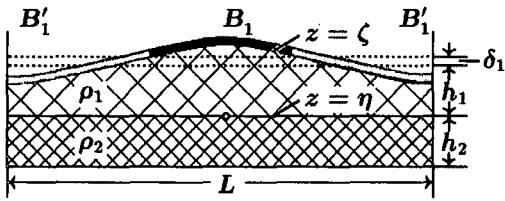
(3) 曲げ剛性が場所的に変化する浮体構造物と内部波

a) 浮体の運動により励起される内部界面の自由振動

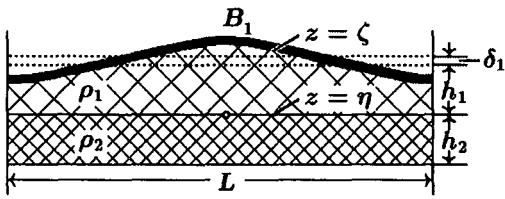
図-5(a)~(c)に示すように、浮体の曲げ剛性が場所的に変化する場合に、水面に $\zeta = -a_0 \cos(2\pi x/L)$ という初期波形を与えて放置する。このうち、図-5(a)において、 $B_1^* = 0$ であり、この水域に浮体構造物が存在しない。図-6に、計算領域中央における内部界面位置 $\eta_M(L/2, t)$ の時間変化を示す。曲げ剛性率 B_1^* ($B_1^* = B_1/(\rho_1 g L^4)$) が低くなるほど、 η_M のピークの出現時刻が遅れ、振幅が大きくなる。そして、浮体構造物が間隔をあけて設置されている図-6の(a)では、(b), (c)にない波形の分裂が見られる。



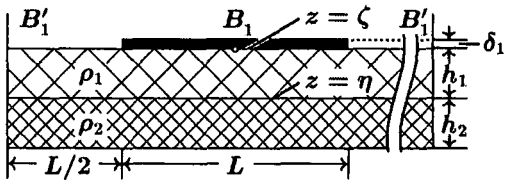
(a) 間隔をあけて設置された浮体構造物



(b) 曲げ剛性が異なる 2種類の浮体構造物の連結



(c) 水面全体を覆う曲げ剛性が一律な浮体構造物



(d) 水面の一部を覆う浮体構造物 (静水状態)

図-5 曲げ剛性が場所的に変化する浮体構造物

b) 進行波の入射に対する浮体の変位

図-5(d)のように、2層流体の水面の一部に浮体が存在する水域に、進行波が入射したときの、構造物中央下面の位置 $\zeta_M(L, t)$ の時間変化を図-7に示す。ここで、図-5(d)の左端における水面位置を $\zeta(0, t)/h = 0.2/(10^\circ + 10^{-\circ})$, $s = (t\sqrt{gh}/L - 1.5)/10$ のように与えて、表面波及び内部波を生成している。また、構造物の右側には、流体表面が自由水面である領域を十分長い距離にわたって設けてある。図-7によると、上層の水深 h_1 が相対的に浅くなるほど、浮体構造物の変位が鈍くなり、峰の高さが低くなっている。

4. 結 論

薄板状の浮体・没水構造物と多層流体との相互干渉を支配する非線形方程式系を適用し、鉛直断面内の2層問題を対象として数値解析を行なった。波高水深比の0次のオーダーの項に加えて、1次のオーダーを有する項を考慮した場合、1) 浮体構造物による強制振動において、構造物に働く負圧が弱まり、高周波数モードの位相がずれ、他方、2) 浮体、または、没水構造物が存在する自由振動において、低周波数モードの位相

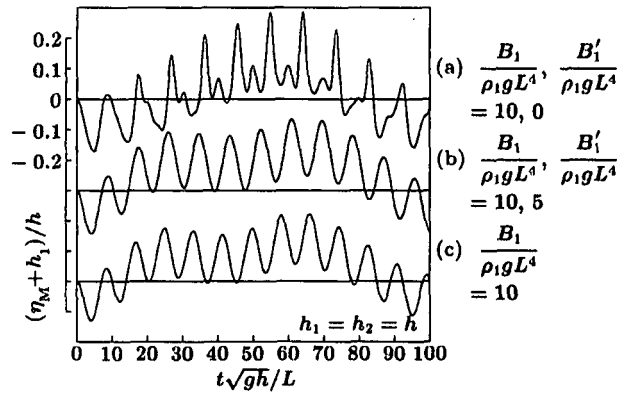


図-6 初期変位の与えられた水面が放たれたときの内部界面の変動 ($L/h = 14$, $a_0/h = 0.2$, $\rho_2/\rho_1 = 1.025$, $x/L = 0.5$; (a) ~ (c) の浮体構造物は、それぞれ、図-5(a) ~ (c) に対応する。)

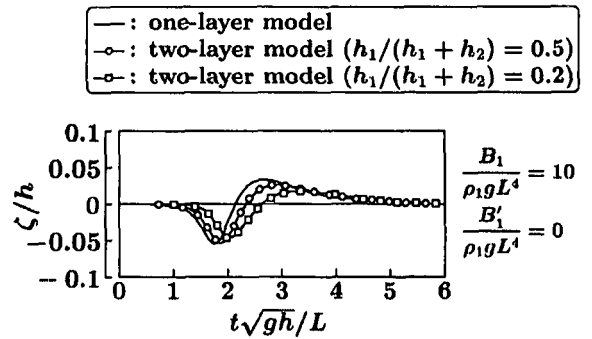


図-7 浮体構造物が水面の一部を覆う水域 (図-5(d)) に進行波が入射したときの構造物の変位 ($L/h = 4.0$, $h = (h_1 + h_2)/2$, $\rho_2/\rho_1 = 1.025$, $x/L = 1.0$)

がずれるという結果を得た。更に、曲げ剛性が場所的に変化する浮体や、水面の一部を覆う浮体を対象とし、後者が存在する水域に進行波が入射する場合についても数値計算を行ない、3) 曲げ剛性率の低い浮体と連結すると、浮体の振動の周期が長く、振幅が大きくなり、また、4) 上層の相対水深が浅いほど、進行波に対する浮体の応答が鈍くなるといった特性のあることを示した。

密度界面が存在する水域に浮体・没水構造物を設置した水理実験を実施し、今回提示したモデルを検証して、各周波数モードの振動の発生機構について考察を行ないたい。その際に、流体層が浅水域にない場合や、構造物がより大きく変位する場合に重要となるであろう高次項の影響をも考慮して検討を進めたい。

参考文献

- 1) 柿沼太郎: 海面や海中で振動する大規模薄板構造物と相互干渉する表面波及び内部波の非線形数値計算, 海洋開発論文集, 第17巻, pp. 181-186, 2001.
- 2) 柿沼太郎: 種々の形式の透過性構造物周辺における表面波及び内部波の非線形数値計算, 海洋開発論文集, 第18巻, pp. 371-376, 2002.
- 3) Takagi, K.: Interaction between solitary wave and floating elastic plate, J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., ASCE, Vol. 123(2), pp. 57-62, 1997.
- 4) 柿沼太郎: 非線形緩勾配方程式の内部波への拡張, 海岸工学論文集, 第47巻, pp. 1-5, 2000.