

N.S.方程式を解くことによるスリット型構造物 消波性能の数値解析

NUMERICAL SIMULATION OF WAVE-DAMPING PERFORMANCE OF SLIT- TYPE OFFSHORE WAVE BREAKER BY SOLVING N.S. EQUATION

織田 剛¹・宇津野秀夫²・竹鼻直人³・奥村昌好³

Tsuyoshi ODA, Hideo UTSUNO, Naoto TAKEHANA, Masayoshi OKUMURA

¹ (株) 神戸製鋼所 機械研究所流熱技術研究室 (〒651-2271 神戸市西区高塚台 1-5-5)

² 正会員 (株) 神戸製鋼所 機械研究所振動音響研究室 (〒651-2271 神戸市西区高塚台 1-5-5)

³ 正会員 (株) 神戸製鋼所 都市環境エンジニアリングカンパニー 構造技術部
(〒657-0845 神戸市灘区岩屋中町 4-4-8)

2-dimensional numerical simulations with offing-seashore axis and vertical axis using the level set method are carried out in order to predict a wave-breaking performance of offshore wave breaker with slits. Computational accuracy is investigated in comparison with computational results and small-scale experimental results. These comparisons include three types of offshore wave breakers, a single wall with slits, a double wall with slits and a triple wall with slits and a slanting plate on top of the wall. Although numerical results contain natural damping in wave-height during its propagation, wave transmission coefficient of computational results through the offshore structure qualitatively agree with that of experimental results with correction for the natural damping.

Key Words : numerical simulation, level set method, offshore structure, wave-breaking

1. はじめに

沿岸域の有効利用を図るために、消波構造物の研究開発が行われている¹⁾。これらの研究開発は、主に造波水槽を用いて実験的に進められるが、消波構造物の形状だけを取り上げても設計パラメーターとなる形状因子は数個から十数個におよぶので、最適形状を見いだすまでには、多大な労力と時間を要している。このため、数値解析への期待は大きい。

従来から波と構造物との相互作用問題の数値解析には、境界要素法や領域分割法などポテンシャル境界値問題を解く手法が一般的に用いられてきた。他方、VOF法やレベルセット法を用いて自由表面を表現しながらN.S.方程式を解く方法は、計算時間を要する欠点があるが、3次元解析では形状を正確に表現できるのでモデル化は不要であり、2次元解析では開口部の圧力損失を与えるモデル化のみで済むので、他の計算手法と比較して高い計算精度が得られるという利点がある。本研究では、レベルセット法²⁾を用いたN.S.方程式の数値解析によりスリット型構造物の消波性能を数値解析により予測することを目的とする。

2. 記号

g : 重力加速度
 H : 波高
 h : 水深
 p : 圧力
 t : 時間
 \mathbf{u} : セル中心の速度ベクトル
 \mathbf{U} : セル境界の速度ベクトル
 u : セル中心の水平方向速度
 U : セル境界の水平方向速度
 v : セル中心の鉛直方向速度
 V : セル境界の鉛直方向速度
 x : 水平方向座標
 y : 鉛直方向座標
 α : 界面の片側分布幅
 Δt : 時間間隔
 Δx : x 方向格子間隔
 ϕ : レベルセット関数
 μ : 粘性係数
 ρ : 密度
 τ : 粘性応力テンソル
 ξ_i : 速度の2乗に対する圧力損失係数

ξ_2 : 速度の1乗に対する圧力損失係数

添え字

- A : スリット型構造物より岸側での状態
- B : スリット型構造物より沖側での状態
- i : 水平方向検査体積番号
- j : 鉛直方向検査体積番号
- n : 時間段階
- x : 水平方向成分
- 0 : 背景流体 ($\phi > 0$ となる領域の流体)
- 1 : $\phi < 0$ となる領域の流体

3. 基礎式と数値解析手法

岸沖方向と鉛直方向を2軸とする2次元の数値解析を実施する。簡単化のため流れは層流を仮定している。実際の現象は乱流域で起こっており最終的には乱流計算を行う必要がある。しかし、5章(3)節における傾斜板での碎波によるエネルギー消費を除外すると、スリット開口部とその背後でのエネルギー消費が支配的な現象であり、これらの効果を圧力損失項のモデル化で表現できるならば、今回の計算において層流を仮定することは大きな誤差を生じないと考えられる。

連続の式と圧力損失項を含む運動量保存式を以下に示す。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = \frac{1}{\rho} \left\{ -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - (\xi_1 |\mathbf{u}| + \xi_2) \mathbf{u} \right\} + \mathbf{g} \quad (2)$$

レベルセット移流方程式を次式に示す。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \phi = 0 \quad (3)$$

式(1)~(3)をセル中心にすべての変数を定義した直交格子系で離散化し、有限体積法を用いて解く。

移流項には2次精度のENO法を、拡散項には中心差分法を用いる。生成項と移流項の時間積分にはAdams-Bashforth法を用いる。拡散項と圧力損失項の時間積分には陰解法であるCrank-Nicolson法を用いる。式(2)を解くには、まず式(4)を解くことになる。

$$\begin{aligned} & \int_{CV} \frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n}{\Delta t} dV \\ &= -\frac{1}{2} \int_{CS} \{ \mathbf{u}^n (\mathbf{U}^n \cdot \hat{\mathbf{n}}) - \mathbf{u}^{n-1} (\mathbf{U}^{n-1} \cdot \hat{\mathbf{n}}) \} dS + \int_{CV} \mathbf{g} dV \\ & \quad + \frac{1}{2} \int_{CS} \frac{\mu^n}{\rho^n} (\nabla \mathbf{u}^* + \nabla \mathbf{u}^n) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS - \frac{1}{2} \int_{CV} \frac{1}{\rho^n} (\xi_1 |\mathbf{u}^n| + \xi_2) \mathbf{u}^n dV \end{aligned} \quad (4)$$

なお、 \mathbf{U} は移流を計算するためにスターガード格子と同じようにセル境界に配置された速度ベクトルであり、 \mathbf{u}^* は運動量保存式から圧力補正項を除外した中間段階での速度ベクトルである。

連続の式(1)と運動量保存式(2)が同時に成り立つよ

うに、fractional step法を用いて圧力を求める。圧力損失項を考慮した圧力項補正式(5)と連続の式(1)から圧力のPoisson方程式(6)が得られる。

$$\begin{aligned} & \int_{CV} \frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} dV \\ &= -\int_{CV} \frac{1}{\rho^{n+1}} \nabla p^{n+1} dV - \frac{1}{2} \int_{CV} \frac{1}{\rho^{n+1}} (\xi_1 |\mathbf{u}^n| + \xi_2) \mathbf{u}^{n+1} dV \end{aligned} \quad (5)$$

$$\int_{CS} \frac{1}{\rho^{n+1}} \left(\frac{\nabla p^{n+1}}{\varsigma} \right) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = \frac{1}{\Delta t} \int_{CS} \left(\frac{\mathbf{U}^*}{\varsigma} \cdot \hat{\mathbf{n}} \right) dS \quad (6)$$

ここで、

$$\varsigma = 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\rho^{n+1}} (\xi_1 |\mathbf{u}^n| + \xi_2) \quad (7)$$

であり、セル境界における中間段階の速度ベクトル \mathbf{U}^* は、セル中心における中間段階の速度ベクトル \mathbf{u}^* から線形補間によって求める。

x方向の速度の圧力補正を式(8),(9)により行う。y方向の速度に関しても同様である。

$$u_{i,j}^{n+1} = \frac{u_{i,j}^* - \Delta t^n \left(\frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x} \right)_{i,j}}{\varsigma_{xi,j}} \quad (8)$$

$$U_{i+1/2,j}^{n+1} = \frac{U_{i+1/2,j}^* - \Delta t^n \left(\frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x} \right)_{i+1/2,j}}{\varsigma_{xi+1/2,j}} \quad (9)$$

ただし、圧力勾配は次式により求める。

$$\left(\frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x} \right)_{i+1/2,j} = \frac{1}{\rho_{i+1/2,j}^{n+1}} \frac{p_{i+1,j}^{n+1} - p_{i,j}^{n+1}}{\Delta x} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x} \right)_{i,j} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x} \right)_{i-1/2,j} + \left(\frac{1}{\rho^{n+1}} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x} \right)_{i+1/2,j} \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

レベルセット関数 ϕ は、ここでは海水面となる気液界面からの符号付き距離関数であり、背景流体では $\phi > 0$ 、それ以外の流体では $\phi < 0$ になる。レベルセット関数を一度移流させると、界面近傍以外ではもはや距離関数ではなくなる。そこで、各時間段階毎に距離関数へ置き直すこと(再初期化)が必要になる。この再初期化には、Sussmanによって提案された体積保存型再初期化³⁾を用いている。すなわち、仮想時間 τ に対してレベルセット関数 ϕ が定常になるまで式(11)を反復計算する。定常になった段階では距離関数としての形質である $|\nabla \phi| = 1$ が得られる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = L(\phi^*, \phi) + \lambda H_\alpha(\phi) |\nabla \phi| \quad (12)$$

ただし、

$$L(\phi^*, \phi) = \text{sgn}(\phi^*) (1 - |\nabla\phi|) \quad (13)$$

$$\text{sgn}(\phi^*) = \frac{\phi^*}{\sqrt{\phi^* + \Delta x^2}} \quad (14)$$

$$\lambda = -\frac{\int_{\Omega} H'_\alpha(\phi) L(\phi^*, \phi) d\Omega}{\int_{\Omega} H'_\alpha(\phi)^2 |\nabla\phi| d\Omega} \quad (15)$$

としている。\$H'_\alpha(\phi)\$は次式で定義される Heaviside 関数 \$H_\alpha(\phi)\$の一次導関数である。

$$\phi < -\alpha \text{ の場合 } H_\alpha(\phi) = 0$$

$$|\phi| < \alpha \text{ の場合 } H_\alpha(\phi) = \frac{\phi + \alpha}{2\alpha} + \sin\left(\frac{\pi\phi}{\alpha}\right) / (2\pi)$$

$$\phi > \alpha \text{ の場合 } H_\alpha(\phi) = 1$$

ここで、\$\alpha\$にはセル対角幅を用いている。なお、格子間隔は\$x, y\$方向ともに10mmにしている。

流体の密度と粘性係数は式(16),(17)により求める。

$$\rho = \rho_1 + (\rho_0 - \rho_1)H_\alpha(\phi) \quad (16)$$

$$\mu = \mu_1 + (\mu_0 - \mu_1)H_\alpha(\phi) \quad (17)$$

4. スリット開口部圧力損失のモデル化

種々のスリット型構造物形状と波浪条件の下でスリット型構造物前後の波高差を模型実験により計測して、スリット型構造物を通過する空塔速度 \$u_A\$ と波高 \$H\$ の関係を求めた。

$$H_B - H_A = \frac{C_L}{2g} |u_A|^2 \quad (18)$$

ここで、\$C_L = \frac{0.44}{K^{2.3} (l/b)^{0.46}}\$、\$K\$：スリット開口率、\$l\$：スリット板厚、\$b\$：スリット幅、\$g\$：重力加速度。

運動量保存式(2)における圧力損失モデルでは、

$$\frac{\Delta p}{l} = -(\xi_1 |u_A| + \xi_2) u_A \quad (19)$$

のように表されるので、圧力損失係数 \$\xi_1\$ と \$\xi_2\$ はそれぞれ以下のように求まる。

$$\xi_1 = \frac{\rho}{2l} \frac{0.44}{K^{2.3} (l/b)^{0.46}}, \quad \xi_2 = 0 \quad (20)$$

5. スリット型構造物透過率の数値解析

本計算は2次元計算であるものの、定在波を生じさせるまでに長時間を要することから、反射波の影響が生じない計算開始後第1波での波形から透過率を求めことにした。したがって、得られた結果は周期解ではなく、各種スリット型構造物の性能比較を行うためのものである。ただし、実験結果は周期解である。さらに、移流項における人工粘性のために波が伝播する間に数値上の波高自然減衰を生じる。減衰の度合いは格子解像度に依存し、同一格子間隔では周波数が大きいほど、減衰も大きい。そこで、すべての計算条件に対してスリット型構造物がある場合とない場合の2条件を行って、数値上の波高自然減衰の影響を除外する。すなわち、図-1に示すようにスリット構造物ありとなしのそれぞれの条件に対して、スリットを挟んで岸側の第1波最大波高 \$h_{AS}\$、\$h_{AN}\$ と沖側の第1波最大波高

\$h_B\$ が得られた場合、透過率 \$K_T\$ を次式により求める。

$$K_T = \frac{h_{AS}}{h_{AN}} = \frac{h_{AS}}{h_B} + \frac{h_{AN}}{h_B} = \frac{K_{TS}}{K_{TN}} \quad (21)$$

ここで、\$K_{TS} = \frac{h_{AS}}{h_B}\$ (スリットありでの波高比)、

\$K_{TN} = \frac{h_{AN}}{h_B}\$ (スリットなしでの波高比)である。

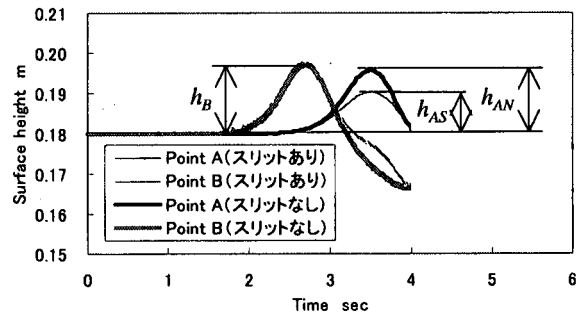


図-1 第1波の波高と透過率の定義

(1) 単スリット板透過率

単スリット板を取り上げて、透過率の計算結果と実験結果の比較を行う。3通りのスリット開口率を用いる。比較に用いた条件を表-1に示す。また、計算領域と波形観測点A,Bの位置を図-2に示す。図-3~5に計算の結果得られた波形観測点A,Bにおける波形を示す。表-2に計算の結果得られた開口率と透過率の関係と計算上の波高自然減衰を示す。

表-1 単スリット板透過率の比較に用いた条件

水深	0.18m
周波数	0.5Hz
波長	2.57m
スリット開口率	0.15, 0.25, 0.35

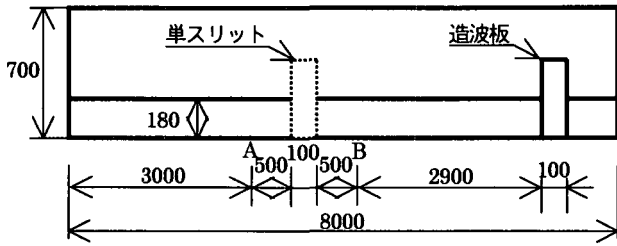


図-2 単スリット透過率計算領域

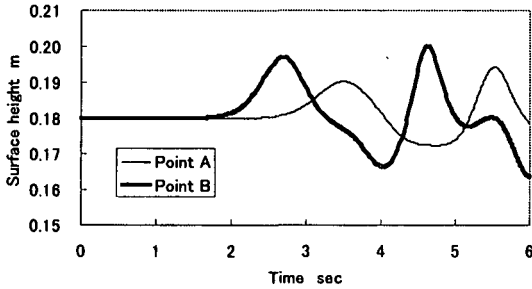


図-3 開口率 0.15 での波形計算結果

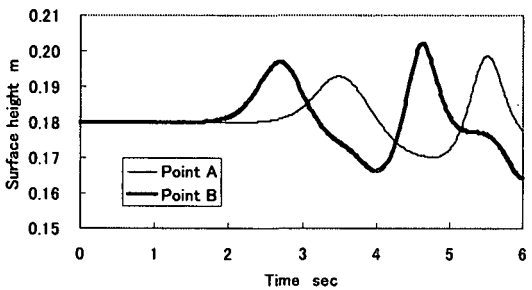


図-4 開口率 0.25 での波形計算結果

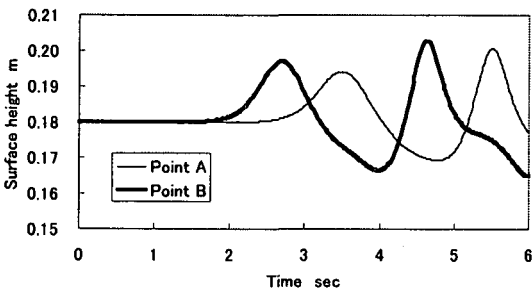


図-5 開口率 0.35 での波形計算結果

表-2 開口率と透過率の関係

開口率	波高0.034m K_T 計算結果	計算上の波高 自然減衰 K_{TV}
0.15	0.65	0.92
0.25	0.82	0.92
0.35	0.90	0.92

図-6 に開口率と透過率の関係における実験結果と計算結果の比較を示す。造波板～波形観測点 B の間にも計算上の自然減衰が生じるので、波形観測点 B における波高をもって計算結果における波高としている。ここでは波高 0.034m になっている。透過率における計算結果は実験結果と定性的によく一致しており、かつ、

定量的にも最大誤差 20%以内になっている。

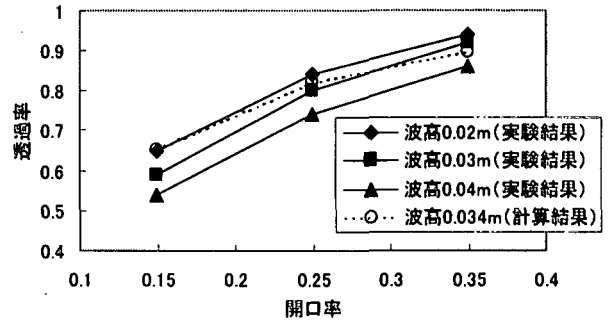


図-6 開口率と透過率の関係における実験結果と計算結果の比較

(2) 二重スリット板透過率

岸沖方向に一定の間隔を隔ててスリット板を並べた二重スリット板を用いて、実験結果と計算結果の比較を行う。比較に用いた条件を表-3 に示す。今回は開口率を 1 種類とした代わりに、波の周波数を 3 通りに変えている。図-7 に計算領域と波形観測点 A,B の位置を示す。図-8～10 に波形観測点 A,B における波形の計算結果を示す。表-4 に計算の結果得られた開口率と透過率の関係と計算上の波高自然減衰を示す。

図-11 に周波数と透過率の関係における実験結果と計算結果の比較を示す。周波数が高くなるにつれ計算上の波高自然減衰が大きくなり、波高は小さくなって

表-3 二重スリット板透過率の比較に用いた条件

水深	0.18m
周波数	0.5Hz, 0.75Hz, 0.9Hz
開口率	沖側 0.35 岸側 0.15
スリット板間隔	0.1m

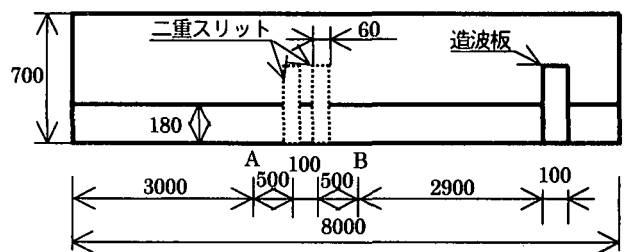


図-7 二重スリット透過率計算領域

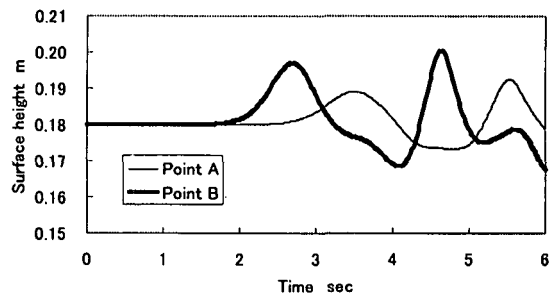


図-8 周波数 0.5Hz での波形計算結果

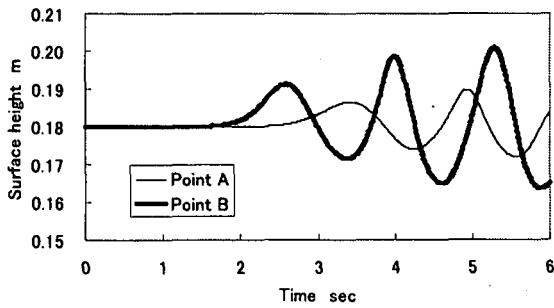


図-9 周波数 0.75Hz での波形計算結果

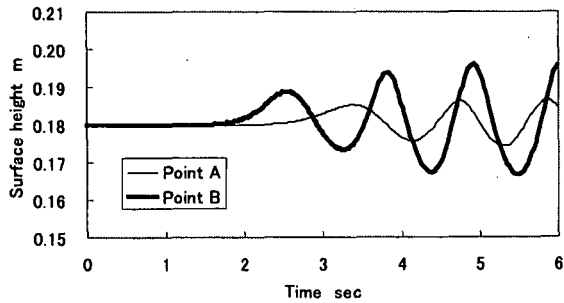


図-10 周波数 0.9Hz での波形計算結果

表-4 周波数と透過率の関係

周波数 Hz	K_T 計算結果	計算上の波高 自然減衰 K_{TN}	波高計算結果 m
0.50	0.58	0.92	0.034
0.75	0.64	0.90	0.022
0.90	0.68	0.87	0.017

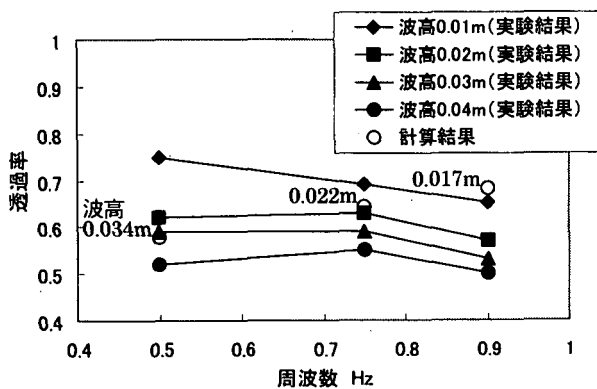


図-11 周波数と透過率の関係における実験結果と計算結果の比較

いる。しかし、波高がほぼ等しい実験結果と計算結果を比較すると、20%の誤差範囲に収まっている。

(3) 多重スリットと傾斜板の組み合わせ消波構造物の透過率

図-12 のように開口率が異なる三重スリット板とその上部に傾斜板が設置されている消波構造物を、開口率が変化していることから空隙率傾斜型人工リーフと呼ぶことにする。この空隙率傾斜型人工リーフを応用

例として取り上げて透過率の計算を行い、実験結果との比較を行う。比較に用いた条件を表-5 に示す。図-13 に計算領域と波形観測点 A, B の位置を示す。図-14~16 に波形観測点 A, B における波形の計算結果を示す。表-6 に計算の結果得られた開口率と透過率の関係と計算上の波高自然減衰を示す。

図-17 に周波数と透過率の関係における実験結果と計算結果の比較を示す。実験結果から本実験条件では、波高は透過率にほとんど影響を与えないことがわかる。図-11 では波高の影響が見られる。傾斜板を採用して潜堤としたことが主な変更点であるので、傾斜板の消波性能が支配的になっており、その消波性能は波高の影響をほとんど受けないのではないかと予想している。

計算結果と実験結果は定性的に一致しているが、周波数 1Hz では誤差が大きく、透過率を 2 倍程度大きく見積もっている。実験では砕波が生じているが、計算では計算上の波高自然減衰のために波高が小さく、砕波を生じないからであると思われる。

図-18 に空隙率傾斜型人工リーフを通過する波の速度ベクトルと海水面の形状を示す。構造物と比較すると十分に細かい格子のように見えるが、本計算における格子間隔は 10mm であるのでこれにより表現できる

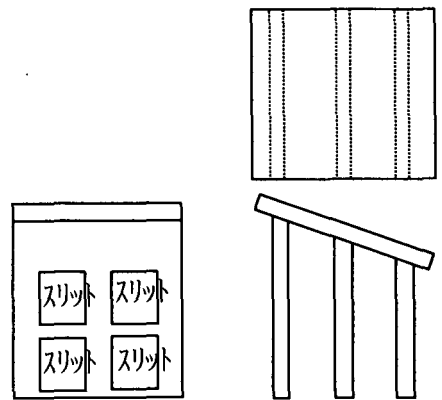


図-12 空隙率傾斜型人工リーフの概略図

表-5 空隙率傾斜型人工リーフ透過率の計算条件

水深	0.6m
斜長板長さ	0.5m
多孔板開口率	岸側より 20%, 30%, 40%
周波数	1Hz, 0.84Hz, 0.69Hz, 0.54Hz, 0.38Hz

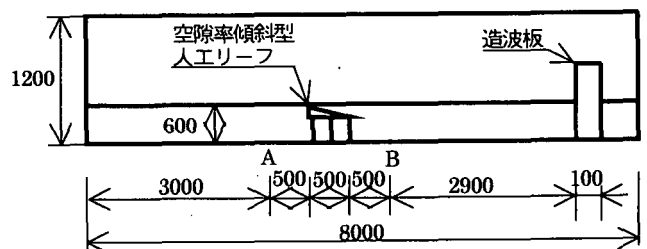


図-13 空隙率傾斜型人工リーフ透過率計算領域

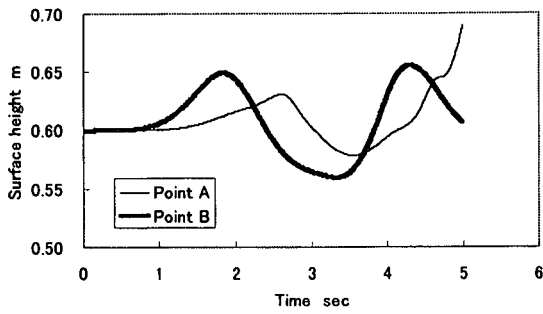


図-14 周波数 0.38Hz での波形計算結果

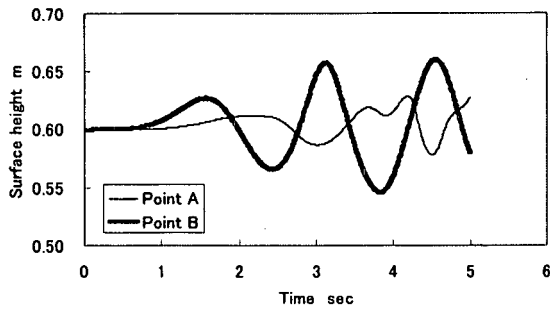


図-15 周波数 0.69Hz での波形計算結果

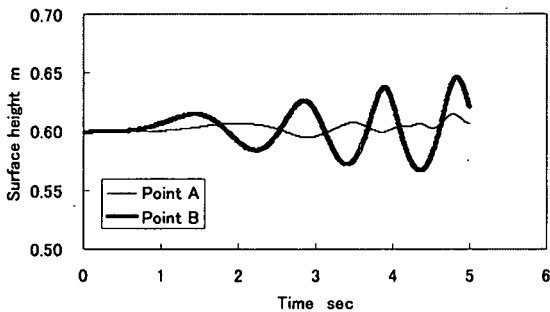


図-16 周波数 1.00Hz での波形計算結果

表-6 周波数と透過率の計算結果

周波数 Hz	透過率 K_T	計算上の波高 自然減衰 K_{TN}	波高(計算結果) m
1.00	0.51	0.81	0.034
0.84	0.56	0.81	0.040
0.69	0.53	0.82	0.054
0.54	0.60	0.84	0.073
0.38	0.69	0.90	0.098

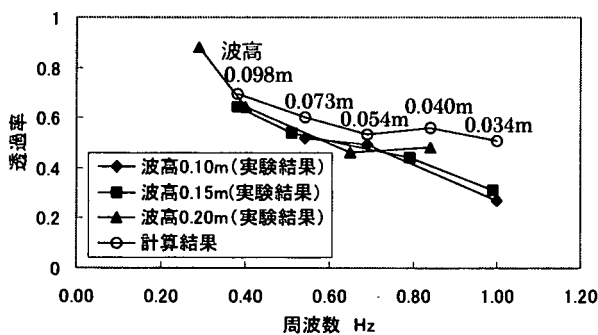


図-17 周波数と透過率の関係における実験結果と計算結果の比較

液滴の最小径は 50mm 程度である。これは、砕波によって生じる液滴と比べると 10 倍以上大きく、砕波がエネルギー消費の支配的となる条件では、解適合格子などを採用して必要な部分のみ局所的に格子解像度を上げるような取り組みが必要になる。

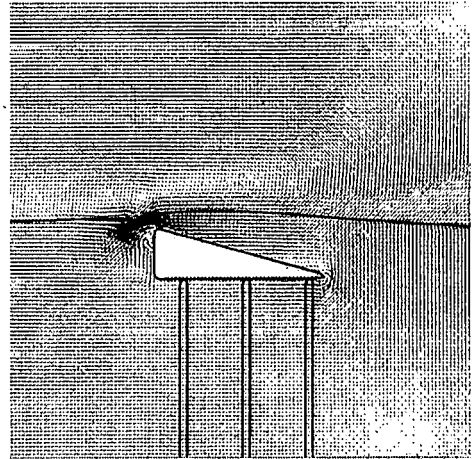


図-18 空隙率傾斜型人工リーフまわりの速度ベクトル

6. まとめ

スリット型消波構造物の透過率を数値解析により予測するために数値解析プログラムを開発した。本プログラムは N.S. 方程式を基礎方程式として、海水面である界面を表現するためにレベルセット法を用いている。

単スリットと二重スリットを例にとりて、スリット透過率に関して実験結果と計算結果の比較を行った。比較に用いた条件においては、実験結果と計算結果は定性的によく一致しており、定量的にも両者の差は 20% 以内であった。

最後に開口率が異なる三重スリット板の上部に傾斜板が設置されている空隙率傾斜型人工リーフを対象に、透過率に関して実験結果と計算結果の比較を行った。砕波が生じない条件では定性的に一致した結果が得られることがわかった。

スリット開口部のモデル化についてはある程度満足のいく結果が得られたので、今後は砕波現象に注目した数値解析を行い、空隙率傾斜型人工リーフの最適設計の評価に用いる予定である。

参考文献

- 1) 海洋利用空間の創出・保全技術の開発報告書, 平成 4 年, 建設省
- 2) Sussman, M., Smeraka, P., Osher, S., J. Comput. Phys., 114, 146-159, 1994
- 3) Sussman, M., Fatem, E., SIAM J. Sci. Comput., vol.20, No.4, 1165-1191, 1999