

# 弾性変形を考慮した浮体による波浪制御解析

## WAVE CONTROL BY A FLOATING STRUCTURE WITH ELASTIC DEFORMATION

加藤雅也<sup>1</sup>・津嶋了<sup>2</sup>・小田健次<sup>3</sup>・濱中建一郎<sup>4</sup>

Masaya KATO, Satoru TSUSHIMA, Kenji ODA and Kenichiro HAMANAKA

<sup>1</sup>正会員 博(工) 北海道大学大学院工学研究科 環境資源工学専攻 (〒065-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

<sup>2</sup>技術士 西田鉄工株式会社 マリーナ事業部 (〒869-0494 熊本県宇土市松山町4541)

<sup>3</sup>工学修士 西田鉄工株式会社 マリーナ事業部 (〒104-0061 東京都中央区銀座8丁目9-13)

<sup>4</sup>正会員 工博 北海道東海大学教授 海洋環境学科 (〒005-8601 札幌市南区南沢5-1)

In marinas, a type of floating structure composed by joined floating units is used for a breakwater or pier. Kato et al (2001) discussed the wave control effects by such a structure in the case of normal incident waves. But generally, the incident waves propagate obliquely toward the structure. In this case, the wave force is not uniform along the structure. Therefore the structure elastically vibrates with this un-uniform force. In the present paper, we analyze the wave field and the elastic vibration of the floating structure, and discuss the wave control effects and the interaction between the wave field and the motion of structure.

**Key Words :** *floating structure, wave control effect, elastic vibration, interaction between waves and structure*

### 1. はじめに

マリーナ等において、小形の矩形浮体を連結して、浮防波堤や浮棧橋に用いることが多い。著者らはこれまで鉛直剥離板の付いた矩形浮体の運動と波浪制御効果について調べてきた(加藤等, 2001)。そこで用いた浮体の支持方法は、浮体を貫通する杭にローラ等で支持させるもので、浮体運動は上下方向だけと仮定できる。さらに波は構造物に直角に入射するとしたことにより、断面2次元問題として境界要素法で解いた。

しかしながら、一般的には波は斜めにも入射する。この場合、浮体に働く流体力は浮体の長手方向には一様ではなくなる。そのとき連結された個々の浮体自身の撓みは無視できるが、連結材は撓むため浮体全体では波動運動に伴い弾性振動をする。本研究では、支持方法を前回と同様の杭支持とすることにより浮体運動を上下方向だけとし、浮体を一様な無限長連続梁と仮定し、浮体の弾性振動と回りの流体運動を同時に解く方法を示す。さらに得られた結果から、浮体運動と流体運動の相互作用と波浪制御効果について述べる。

### 2. 基礎方程式と境界条件

ポテンシャル流れを仮定し、図-1のような座標を用いる。

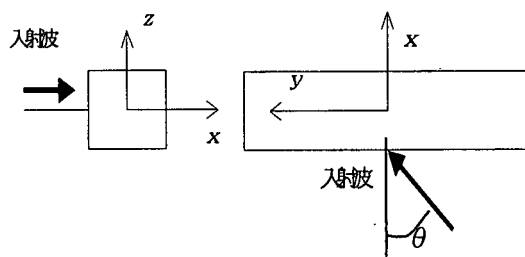


図-1 座標系

線形近似のもとで基礎方程式と境界条件は以下のようになる。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \text{on } z=0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta = 0 \quad \text{on } z=0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = -h \quad (2.4)$$

ただし、 $\Phi$ は速度ポテンシャル、 $\eta$ は水面変位。

$t$ は時間、 $g$ は重力加速度、 $h$ は水深。

さらに浮体の没水面上での運動学的境界条件として

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial Z}{\partial t} \quad \text{on } S_B \quad (2.5)$$

ただし、 $S_B$ は静止時の没水面、 $(X, Z)$ は浮体中央点の座標。

力学的境界条件としては、梁の曲げ振動の運動方程式から

$$m \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 Z}{\partial y^4} = \int_{S_B} p_z ds - mg \quad (2.6)$$

ただし、 $m$ は梁の単位長さあたりの質量、 $E$ は弾性係数、 $I$ は断面2次モーメント、 $p_z$ は浮体に働く $z$ 方向の流体力

### 3. 時間的周期解と空間的周期解

今、構造物近傍に入射する波を規則波とし、その速度ポテンシャルを以下の様にする、

$$\Phi_I = a \frac{g \cosh k(z+h)}{\omega \cosh kh} e^{i(\kappa x + \lambda y - \omega t)} + c.c. \quad (3.1)$$

ここで  $a$ は入射波振幅、 $\mathbf{k}=(\kappa, \lambda)$ は波数ベクトル、 $c.c.$ は共役複素数

$$\kappa = k \cos \theta \quad \lambda = k \sin \theta \quad \omega^2 = gk \tanh kh$$

波動場および浮体運動は時間的に周期的であり、空間的にも $y$ 方向には周期的となる。

従って浮体近傍の速度ポテンシャルと浮体運動は

$$\Phi = A(x, z) e^{i(\lambda y - \omega t)} + c.c. \quad (3.2)$$

$$Z = b e^{i(\lambda y - \omega t)} + c.c. \quad (3.3)$$

のように表すことが出来る。 $b$ は浮体の振動振幅。

(3.2)と(3.3)を基礎方程式と境界条件に代入すると

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \lambda^2 A = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} A = 0 \quad \text{on } z=0 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial A}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = -h \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i\omega b \quad \text{on } S_B \quad (3.7)$$

$$EI\lambda^4 b - m\omega^2 b = i\omega\rho \int_{S_B} n_z A ds - \rho g b \int_{S_B} n_z ds \quad (3.8)$$

ただし $n_z$ は没水面の法線ベクトルの $z$ 成分

となり、問題は断面2次元の問題に帰着する。

### 4. 境界要素法

3章で得られた2次元問題を境界要素法を用いて解く。

基礎方程式(3.4)に対する特異関数として、零次の第2種変形 Bessel 関数を用いると、Green の公式から以下の積分方程式が得られる。

すなわち得異点が領域内部のとき

$$-2\pi A(p) = \int_S \left( A \frac{\partial G}{\partial v} - G \frac{\partial A}{\partial v} \right) ds \quad (4.1)$$

特異点が境界上のとき

$$-\pi A(p) = \int_S \left( A \frac{\partial G}{\partial v} - G \frac{\partial A}{\partial v} \right) ds \quad (4.2)$$

$$G = K_0(\lambda r)$$

ここで $K_0$ は零次の第2種変形 Bessel 関数、 $v$ は境界面に対する法線方向を表す。 $r$ は特異点と積分点との距離。

次に、(4.2)の積分を離散化する。境界を微小セグメントに分割し積分を以下のように近似する。

$$-\pi A_i = \sum_{i=1}^N \left( A_j \bar{E}_{ij} - \bar{A}_j E_{ij} \right) \quad (4.3)$$

ここで  $\bar{A} = \partial A / \partial v$ 、さらに

$i \neq j$  のとき

$$E_{ij} = \int_{\Delta s_j} K_0(\lambda r_{ij}) ds, \quad \bar{E}_{ij} = \int_{\Delta s_j} \frac{\partial}{\partial v} K_0(\lambda r_{ij}) ds$$

$$r_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (z_j - z_i)^2}$$

$i = j$  のとき

$$E_{ii} = -\Delta s_i \left( \log \frac{\Delta s}{2} - 1 \right) + (-\log \lambda + \log 2 - \gamma) \Delta s_i$$

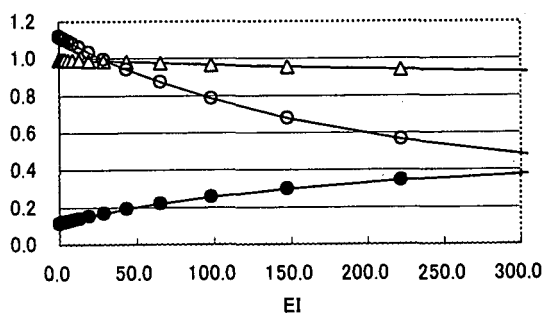
$$\bar{E}_{ii} = 0$$

没水面上の境界条件(3.7), (3.8)も同様に離散化する。最後に境界条件(3.5), (3.6)および入射境界で入射波, 反射波, 通過境界で通過波を与えることにより, 未知数は水面と底面でのポテンシャル, 没水面でのポテンシャルとその法線微分, 反射波振幅, 通過波振幅となり連立して解ける。ただし, 特異関数として底面对称な関数を加えたものを用いると底面での境界条件を満たし, 底面でのポテンシャルを未知数から除くことが出来る。なお, セグメント上の特異関数の積分には Gauss-Legendre の数値積分により精度を上げている。

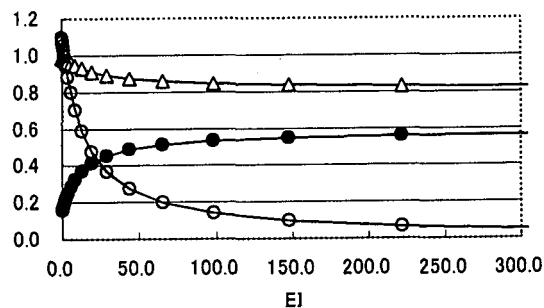
## 5. 解析結果と考察

計算は実験室規模を想定して, 水深 23cm, 浮体の幅 16cm, 高さ 6.7cm, 没水深 4cm とした。

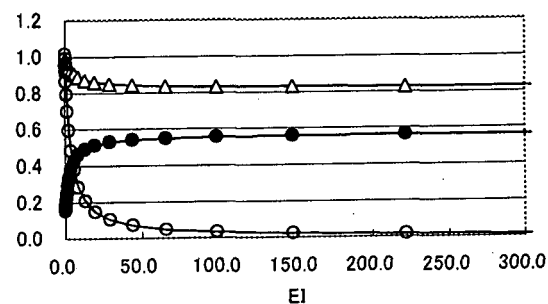
(a)



(b)



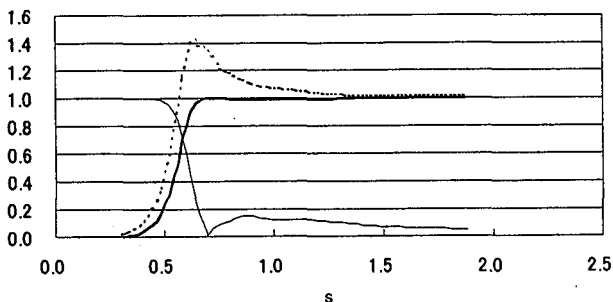
(c)



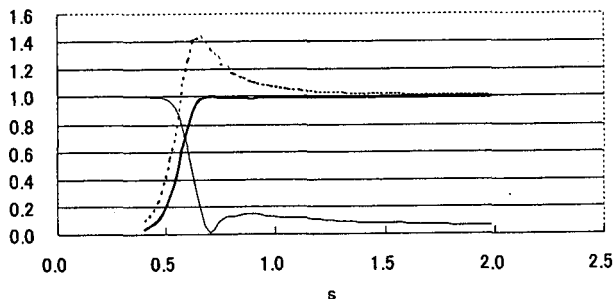
—△— AT, —●— AR, —○— AZ

$T=1s$ , (a) :  $\theta=10^\circ$  (b) :  $\theta=20^\circ$  (c) :  $\theta=30^\circ$   
 図-2 EI に対する通過率, 反射率, 振動振幅

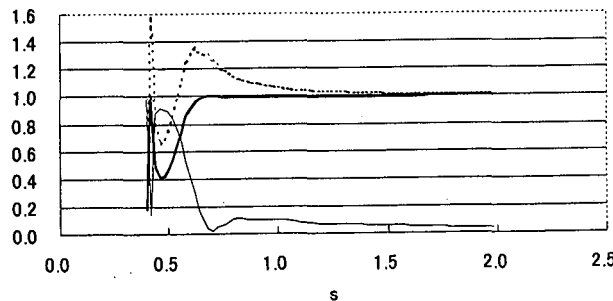
(a)



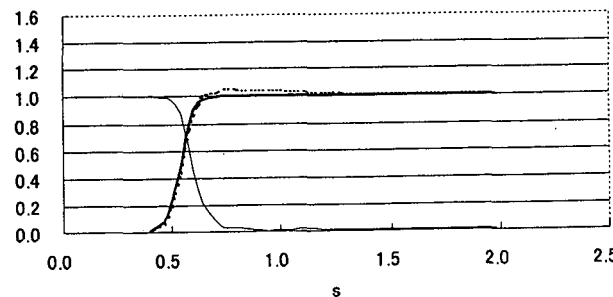
(b)



(c)



(d)



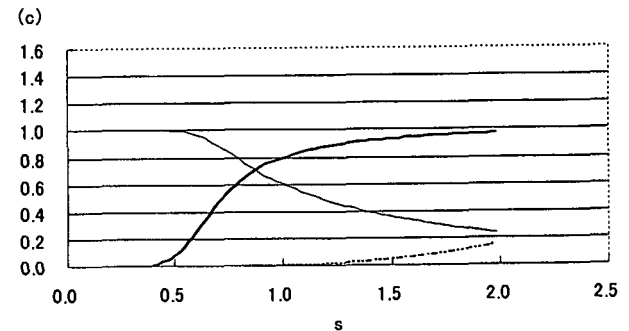
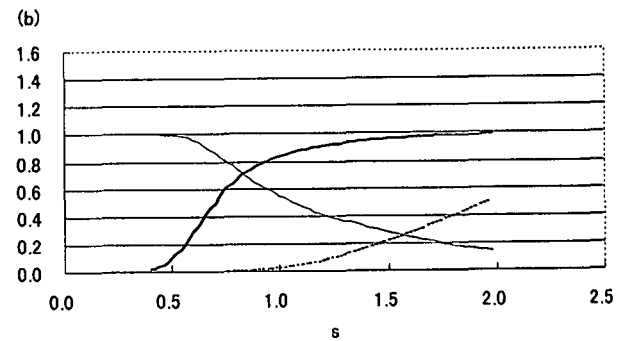
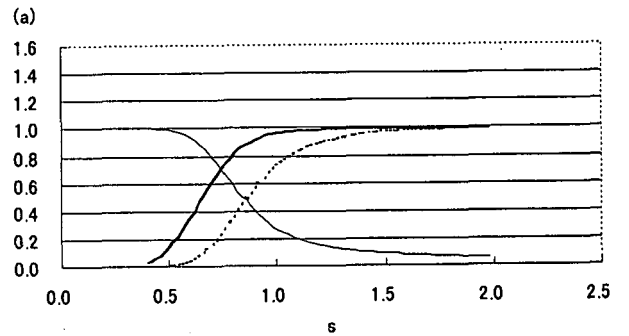
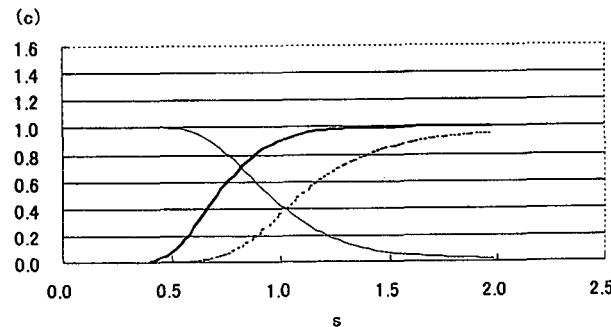
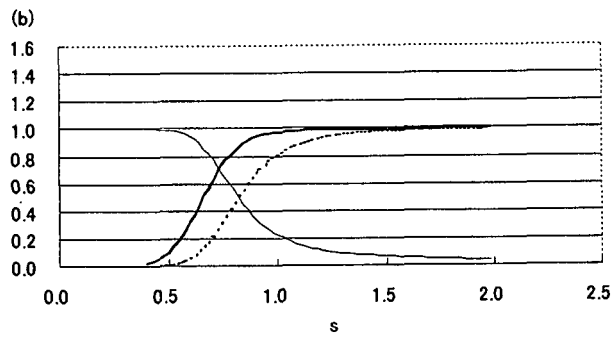
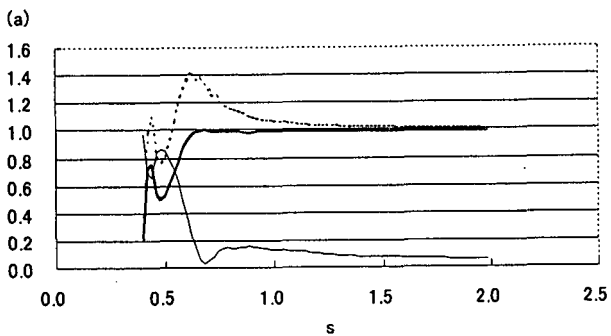
— AT — AR — AZ

EI = 1.E8

(a) :  $\theta=0^\circ$  (b) :  $\theta=10^\circ$  (c) :  $\theta=30^\circ$  (d) :  $\theta=50^\circ$   
 図-3 周期に対する通過率, 反射率, 振動振幅

最初にはりの曲げ剛性の影響を見るため、周期と入射角を固定して曲げ剛性 (EI) を連続的に変化させて通過率、反射率、入射振幅との比で表した梁の振動振幅を求めたのが図-2である。図中横軸の EI は  $\rho, g, \omega$  で無次元化した曲げ剛性、縦軸の通過率を AT, 反射率を AR, 梁の振動振幅を AZ で表す。以下同様。周期は 1 秒, 入射角は  $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$  である。この図から曲げ剛性が大きくなれば歪みづらくなり梁の振動振幅は小さくなる。またそれにつれて反射率は大きく、通過率は小さくなる。入射角が大きくなれば梁の長手方向の波長の成分が小さくなり、梁は歪みにくくなる。したがって梁の振動振幅は小さくなる。これらの結果は力学的に予想できることから解析は妥当であると考えられる。

次に周期の影響を見るには曲げ剛性を固定する必要があるが、実際の曲げ剛性を知るには、模型を用いて測定するか、現地観測により推定しなければならない。今回はいずれも不可能なため曲げ剛性を種々変えて計算を行った。図-3, 4, 5 はその一例である。横軸は周期, 縦軸は通過率 (AT), 反射率 (AR), 振動振幅 (AZ) を表す。図-3では  $EI=1. \times 10^8 [g_r \text{ cm}^3/\text{s}^2]$  (図では 1.E8 と表示, 以下同様), 図-4では  $EI=1. \times 10^{10} [g_r \text{ cm}^3/\text{s}^2]$ , 図-5では  $EI=1. \times 10^{12} [g_r \text{ cm}^3/\text{s}^2]$  とした。ただし, 図-3の (a) は直角入射の場合であるが、今回の解析方法では  $\theta=0$  とすると変形 Bessel が発散し解が求められないため加藤等 (2001) の方法によった。この図から、入射角が直角入射に近づくと結果も直角入射のそ



—— AT    - - - - AR    ..... AZ  
EI = 1.E10

(a) :  $\theta=10^\circ$  (b) :  $\theta=30^\circ$  (c) :  $\theta=50^\circ$

図-4 周期に対する通過率, 反射率, 振動振幅

—— AT    - - - - AR    ..... AZ  
EI = 1.E12

(a) :  $\theta=10^\circ$  (b) :  $\theta=30^\circ$  (c) :  $\theta=50^\circ$

図-5 周期に対する通過率, 反射率, 振動振幅

れに近づくことが確かめられる。又、図-2の結果から言えたことは図-3, 4, 5 全体でも言えるがそれ以外にもいくつかの特徴が見られる。ひとつは図-3の(b)と(c), 図-4の(a)の周期6秒近傍に見られる振動振幅のピークである。このピークは直角入射の場合のそれとほぼ一致する。ことから、浮体の上下運動と流体運動との共振によるものと考えられる。

もうひとつの特徴は図-3の(c)と図-4の(a)の周期4秒近傍に見られる振動振幅の急峻なピークである。このことに関しては、物理条件を変えずに計算条件だけを変え(特に計算精度を上げるようにして)計算した結果にも同様に現れたことから計算不安定によるものではなく、力学的な現象と考えられる。このことを確かめるため、梁の自由振動の固有波数を求めた。梁の曲げ振動方程式(2.6)において右辺を0として、

$$m \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 Z}{\partial y^4} = 0 \quad (4.1)$$

に対し、

$$Z = e^{i(k_y y - \omega t)} \quad (4.2)$$

を代入すると、

$$k_y = \pm \sqrt{\omega} * 4 \sqrt{\frac{m}{EI}} \quad (4.3)$$

が得られる。

図-6は(4.3)で得られる梁の波数と入射波の波数のy成分を、横軸を周期で表したものである。図中太線のE8は梁の曲げ剛性を表し、 $EI=1. \times 10^8$  [g・cm<sup>3</sup>/s<sup>2</sup>]のこと、以下同様。θ10は入射波の入射角を表しθ=10°のこと、以下同様。これによれば、E8とθ30の交点の周期は同じ条件の図-3の(c)とほぼ一致し、E10とθ10の交点の周期は同じ条件の図-4の(a)とほぼ一致している。このことから、これらの振動振幅のピークは梁の弾性振動波と波による流体運動の共振と考えられる。しかしながら、今回計算対象とした周期の範囲にはふたつの波数の一致する箇所はE10とθ30, E12とθ10にも存在するが同じ条件の図-4の(b) 図-5の(c)にはピークが見られない。このことは、ふたつの波数が一致することは共振を起こす必要条件であり、十分条件ではない

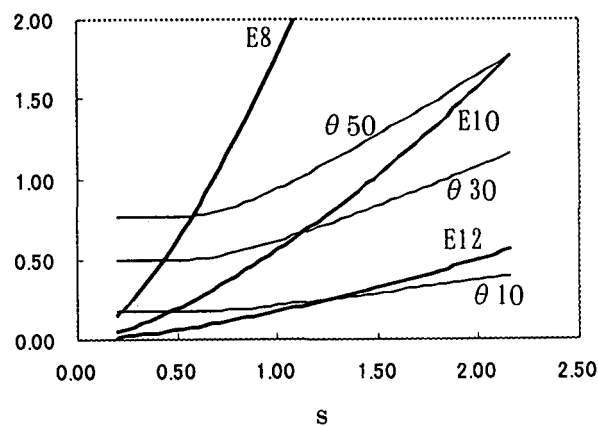


図-6 入射周期に対する波数

ことを意味し、梁の運動が与える流体運動への影響が梁の運動をさらに強化するか抑制するかはより詳細に調べてみなければわからない。一方、加藤等(2001)の実験によれば、このような周期の変化に伴う反射率、通過率などの急激な変化は構造物近傍の剥離渦やローラの摩擦などにより緩和されるため、実際では今回対象と考えている小形の浮体構造物でも同じ効果により緩和されるものと考えられる。

最後に、今回の解析では梁は無限長として解いたが、実際には有限長であるから入射角が直角入射に近いと波のy方向の波長に比し梁の長さは短くなりよい近似とは言えなくなる。その場合の正確な解析は空間3次元で行わなければならない。しかしながら、その様な場合でも、曲げ剛性が小さければ今回の解が、曲げ剛性が大きければ直角入射の解が時間的位相差を除き近似されると考えられる。

#### 参考文献

加藤等：マリーナにおける二重鉛直板付矩形浮体の港内波制御に関する研究，海洋開発論文集，第17巻，211-216，2001