

時間領域における入射波と反射波の 分離精度向上に関する計算

AN IMPROVED TIME DOMAIN PROCEDURE FOR SEPARATING INCIDENT AND REFLECTED WATER WAVES

松本 朗¹・田安正茂²・松田節男³

Akira MATSUMOTO, Masashige TAYASU and Setsuo MATSUDA

¹正会員 工修 (株)テトラ 環境事業本部 (〒300-0006 茨城県土浦市東中貫町2-7)

²正会員 工修 福井工業高等専門学校 環境都市工学科 (〒916-8507 福井県鯖江市下司町)
(前) (株)テトラ 環境事業本部 (〒300-0006 茨城県土浦市東中貫町2-7)

³正会員 (株)テトラ 環境事業本部 (〒300-0006 茨城県土浦市東中貫町2-7)

Impulse responses of digital filters for use in separating incident and reflected water waves in a time domain are improved by using a non-linear least square formulation. The applicability and limitations of the method are discussed. Trial computations using a set of analytical examples with known incident and reflected waves demonstrate the validity and usefulness of proposed method.

Key Words : Reflected wave, time domain, frequency response, digital filter, non-linear least square method

1. はじめに

重合波動場から入射波と反射波を分離することは、海岸工学において基本的に重要な問題である。もし正確で簡便な手法が開発されれば、沖側境界で構造物からの反射波を検出・吸収することにより再反射波の発生を抑制することができるため、模型実験や数値計算は沖側境界からの再反射波の影響を受けずに実施することが可能となる。

Goda and Suzuki¹⁾は、不規則波実験での入射波と反射波の周波数領域における評価方法を提案した。Mansard and Funke²⁾は、最小自乗法を用いて、Goda and Suzukiの方法を改良した。Zelt and Skjelbreia³⁾は、任意の本数の波高計を用いて入射波と反射波を分離する方法を提案している。これらの方法は全て周波数領域における取扱いに基づくものである。

最近Frigaard and Brorsen⁴⁾は、非再帰型の数値フィルターを用いて時間領域で入射波と反射波を分離する手法を提案した。これは、2本の波高計から得た重合波から、入射波部分と位相等しい波を取り出すための周波数応答関数を線型理論から導びき、それを逆フーリエ変換することによりフィルターのインパルス応答を求め、重合波の水位時系列とのたたみ込み積分により入射波と反射波の時系列を得る

ものである。この手法は、波の場をリアルタイムで分離することができるため、吸収式造波装置における造波制御⁵⁾やVOF法による数値計算における造波境界の境界条件⁶⁾に対する適用が試みられている。

このように、数値フィルターによる入射波分離手法は有望であるが、成分波の周波数が応答関数の周波数に一致しない場合には、原理上精度が低下することになる。従って、連続的な多数の周波数成分から構成される不規則波への適用に際しては、分離精度を向上させる必要がある。精度向上のための方法としては、応答関数の周波数の刻み幅を小さくしてインパルス応答の項数を増やすことも考えられるが、手法の特長の一つであるリアルタイム性を考慮すると、いたずらに演算回数を増やすことは避けるべきである。そこで、数値フィルターによる入射波の分離精度を向上させるための、フィルターのインパルス応答の合理的な補正方法を提案することを目的として研究を行った。

2. 入射波分離の理論

入射波分離の理論は AWASYS システム⁵⁾に従っている。これは、造波板前面に設置した2本の波高計からの水位信号を用いて制御するものである

が、ここでは Troch and De Rouck⁶⁾にならない、一点における水平・鉛直の水粒子速度を用いた方法について説明する。

図-1に入反射波分離の説明図を示す。座標 (x_1, z_1) において水粒子速度 (u, w) が測定される。造波・吸収境界は $x_0=0$ に存在する。水深は d である。反射波を吸収するための修正信号 η^* は、2つのフィルタリングされた速度信号の重ね合わせ u^*+w^* として表される。離散有限インパルス応答フィルター(FIR)は、時間領域における水粒子速度 (u, w) とインパルス応答 h_i とのたたみ込みによって得られる。ここで、 $i=u$ あるいは w である。たとえば、水平流速については、FIRフィルターの入出力関係は以下のように表される。

$$u^*[n] = \sum_{j=0}^{J-1} h_u[j] u[n-j] \quad (1)$$

ここに、 J はフィルターの項数、 $u^*[n]=u(n \Delta t_f)$ および $w^*[n]=w(n \Delta t_f)$ は時刻 $t=n \Delta t_f$ におけるフィルターの出力、 Δt_f はフィルターの時間間隔である。

所望の周波数応答に対して、複素周波数応答関数の離散逆フーリエ変換を計算することにより、FIRフィルターオペレーターを得る。たとえば Karl⁷⁾を参照されたい。

反射波を吸収するための造波板の変位の修正信号は、造波板の前面の1箇所測定された水平・鉛直水粒子速度のフィルタリング処理とそれらの重ね合わせによって決定される。吸収モードで制御する時には、造波板変位の修正信号が信号発生器からの制御信号に加えられる。そして、造波機は造波/吸収モードで動作することになる。

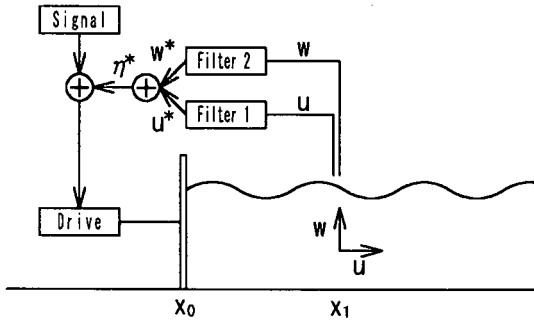


図-1 入反射波分離の原理

平、鉛直水粒子速度は入射波成分と反射波成分の和として表現される。すなわち、

$$u(x_1, z_1, t) = u_I(x_1, z_1, t) + u_R(x_1, z_1, t) \quad (4)$$

$$w(x_1, z_1, t) = w_I(x_1, z_1, t) + w_R(x_1, z_1, t) \quad (5)$$

ここで、

$$u_I(x_1, z_1, t) = a_I \omega \frac{\cosh k(d+z_1)}{\sinh kd} \cos(\omega t - kx_1 + \varphi_I) \quad (6)$$

$$u_R(x_1, z_1, t) = -a_R \omega \frac{\cosh k(d+z_1)}{\sinh kd} \cos(\omega t + kx_1 + \varphi_R) \quad (7)$$

$$w_I(x_1, z_1, t) = -a_I \omega \frac{\sinh k(d+z_1)}{\sinh kd} \sin(\omega t - kx_1 + \varphi_I) \quad (8)$$

$$w_R(x_1, z_1, t) = -a_R \omega \frac{\sinh k(d+z_1)}{\sinh kd} \sin(\omega t + kx_1 + \varphi_R) \quad (9)$$

であり、 f は周波数、 $a = a(f)$ は振幅、 $k = k(f)$ は波数、 $\omega = 2\pi f$ は角周波数、 $\varphi = \varphi(f)$ は位相角である。 I と R は入射波と反射波に関する量であることを意味する。

造波板位置 $x_0=0$ では、水位 $\eta(x_0, t)$ は入射波と反射波の和として以下のように表される。

$$\eta(x_0, t) = \eta_I(x_0, t) + \eta_R(x_0, t) \quad (10)$$

$$= a_I \cos(\omega t - kx_0 + \varphi_I) + a_R \cos(\omega t + kx_0 + \varphi_R)$$

反射波 $\eta_R(x_0, t)$ を吸収するためには、造波板位置において反射波と振幅が等しく位相が逆の波 $\eta_{-R}(x_0, t)$ が造波されなければならない。すなわち、

$$\eta_{-R}(x_0, t) = a_R \cos(\omega t - kx_0 + \varphi_R + \pi) \quad (11)$$

ここで、増幅係数 C_u, C_w と位相差 φ_u, φ_w を水粒子速度 $u(x_1, z_1, t)$ と $w(x_1, z_1, t)$ の表現に導入し、補正された水粒子速度 $u^*(x_1, z_1, t)$ および $w^*(x_1, z_1, t)$ を以下のように記述する。

$$u^*(x_1, z_1, t) = u_I^*(x_1, z_1, t) + u_R^*(x_1, z_1, t) \quad (12)$$

$$= C_u a_I \omega \frac{\cosh(d+z_1)}{\sinh kd} \cos(\omega t - kx_1 + \varphi_I + \varphi_u)$$

$$- C_u a_R \omega \frac{\cosh(d+z_1)}{\sinh kd} \cos(\omega t + kx_1 + \varphi_R + \varphi_u)$$

$$w^*(x_1, z_1, t) = w_I^*(x_1, z_1, t) + w_R^*(x_1, z_1, t) \quad (13)$$

$$= -C_w a_I \omega \frac{\sinh(d+z_1)}{\sinh kd} \sin(\omega t - kx_1 + \varphi_I + \varphi_w)$$

$$- C_w a_R \omega \frac{\sinh(d+z_1)}{\sinh kd} \sin(\omega t + kx_1 + \varphi_R + \varphi_w)$$

φ_u を以下のように表し、 $u^*(x_1, z_1, t)$ と $w^*(x_1, z_1, t)$ の和を取り、 $\eta^*(x_0, t)$ と表す。

$$\varphi_u = \varphi_w - \pi/2 \quad (14)$$

$$\eta^*(x_0, t) = u^*(x_1, z_1, t) + w^*(x_1, z_1, t) \quad (15)$$

$$= a_I \omega \left(C_u \frac{\cosh k(d+z_1)}{\sinh kd} - C_w \frac{\sinh k(d+z_1)}{\sinh kd} \right) \times \cos(\omega t - kx_1 + \varphi_I + \varphi_u)$$

$$- a_R \omega \left(C_u \frac{\cosh k(d+z_1)}{\sinh kd} + C_w \frac{\sinh k(d+z_1)}{\sinh kd} \right) \times \cos(\omega t + kx_1 + \varphi_R + \varphi_u)$$

もし、以下の条件が成り立てば、 $\eta^*(x_0, t)$ と $\eta_{-R}(x_0, t)$ は同一となる。

3. デジタルフィルターの周波数応答

おのおののフィルターに対応する複素周波数応答 $H_i(f)$ は絶対値 $C_i(f)$ と $\varphi_i(f)$ により構成される。ここで、 $i=u$ あるいは w である。すなわち、

$$\text{Re}\{H_i(f)\} = C_i(f) \cos(\varphi_i(f)) \quad (2)$$

$$\text{Im}\{H_i(f)\} = C_i(f) \sin(\varphi_i(f)) \quad (3)$$

入射波と反射波を分離するために、2成分の流速計を使用する。重合波動場の位置 (x_1, z_1) における水

$$C_u(f) = -\frac{1}{2\omega} \frac{\sinh kd}{\cosh k(d+z_1)} \quad (16)$$

$$\varphi_u(f) = -kx_1 + \pi \quad (17)$$

$$C_w(f) = -\frac{1}{2\omega} \frac{\sinh kd}{\sinh k(d+z_1)} \quad (18)$$

$$\varphi_w(f) = -kx_1 + \pi + \pi/2 \quad (19)$$

4. デジタルフィルターの設計

フィルターの設計方法の詳細は Troch and De Rouck⁹⁾ になった。図-2にフィルターの設計例を示す。図中、●は理論上の増幅係数であり、○は考慮する周波数範囲の開始と終了位置においてテーパリングを施した値 (Karl⁷⁾) である。以降の検討では、水深 $d=0.2\text{m}$ 、流速計の位置 $(x_1, z_1)=(2.99\text{m}, -0.05\text{m})$ 、フィルターの項数 $J=100$ 、フィルターの長さ $T_0=10.0\text{s}$ 、フィルターの時間間隔 $\Delta t_f=0.1\text{s}$ 、フィルター周波数 $f_{sf}=10.0\text{Hz}$ としている。

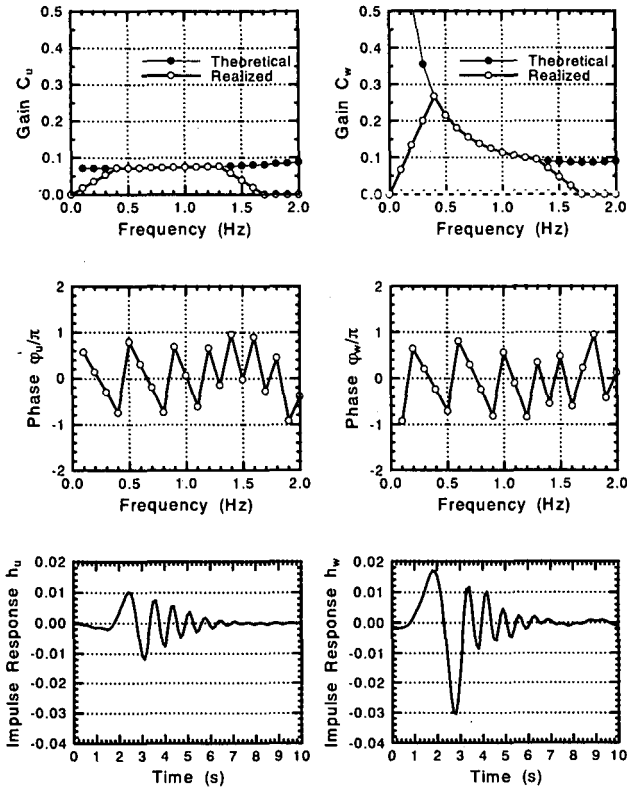


図-2 フィルターの設計例
(左側：水平流速 u 、右側：鉛直流速 w)

5. 従来方式のデジタルフィルターによる反射波の分離精度

反射波の分離精度は、反射率を適当に設定した既知の入射波と反射波からなる重合波動場を対象として数値的に検討した。ここでは、4成分の不規則波を対象とし、成分波の周波数を $5\Delta f$ 、 $8\Delta f$ 、 $10\Delta f$ および $12\Delta f$ とした場合 (Case A) と $5.5\Delta f$ 、

$8.5\Delta f$ 、 $10.5\Delta f$ および $12.5\Delta f$ とした場合 (Case B) の2ケースについて例示する。ここで、 Δf はデジタルフィルターの周波数幅である。

位置 (x_1, z_1) における水粒子速度は以下のように表される。

$$u(x_1, z_1, t) = \text{Amp} \times \sum_{i=1}^4 \left[2\pi f_i \frac{\cosh k_i(d+z_1)}{\sinh k_i d} \cos(2\pi f_i t - k_i x_1) - Rc \times 2\pi f_i \frac{\cosh k_i(d+z_1)}{\sinh k_i d} \cos(2\pi f_i t + k_i x_1) \right] \quad (20)$$

$$w(x_1, z_1, t) = \text{Amp} \times \sum_{i=1}^4 \left[2\pi f_i \frac{\sinh k_i(d+z_1)}{\sinh k_i d} \cos(2\pi f_i t - k_i x_1) - Rc \times 2\pi f_i \frac{\sinh k_i(d+z_1)}{\sinh k_i d} \cos(2\pi f_i t + k_i x_1) \right] \quad (21)$$

ここで、成分波の振幅 Amp は 1.0cm であり、反射率 50% を想定し Rc は 0.5 としている。反射波と振幅が等しく位相が逆の波 η_{-R} は以下のとおりとなる。

$$\eta_{-R}(x_0, t) = \sum_{i=1}^4 [Rc \times \text{Amp} \times \cos(2\pi f_i t - k_i x_0 + \pi)] \quad (22)$$

反射波の分離精度は、計算による時系列 η^* とあらかじめ定まっている時系列 η_{-R} の差で評価する。

図-3に分離結果を示す。図中で σ^2 は 10 秒～ 30 秒の誤差の時系列の分散を表す。成分波の周波数 f_i がフィルター周波数の整数倍、つまり $f_i = n\Delta f$ となっている(a)のケースでは、フィルターの長さに対応するウォームアップ時間 (10s 、図-2参照) 以降は誤差はわずかであり、分離精度が高いことがわかる。一方、成分波の周波数 f_i がフィルターの周波数の整数倍となっていない(b)のケースでは、ウォームアップ時間以降にも有意な誤差が存在することがわかる。分離精度を向上するためには、応答関数の周波数の刻み幅を小さくしてインパルス応答の項数を増やすことも考えられるが、手法の特長の一つであるリアルタイム性を考慮すると、演算回数を増やすことは避けるべきである。以降では、フィルターのインパルス応答の最適設計について述べる。

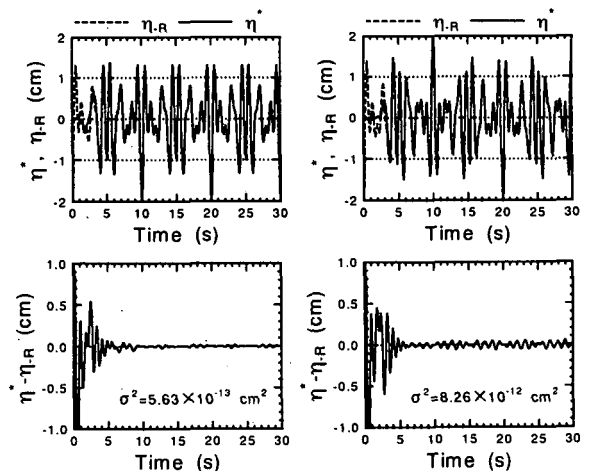


図-3 反射波分離結果

(左側：Case A, $f_1=5\Delta f$, $f_2=8\Delta f$, $f_3=10\Delta f$, $f_4=12\Delta f$)
(右側：Case B, $f_1=5.5\Delta f$, $f_2=8.5\Delta f$, $f_3=10.5\Delta f$, $f_4=12.5\Delta f$)

6. フィルターの最適設計

最適フィルターは12成分の不規則波を対象として設計した。成分波の周波数は $4.5 \Delta f$ から $15.5 \Delta f$ まで $1.0 \Delta f$ ステップで割り当てた。反射波と振幅が等しく位相が逆となる既知の時系列を η_{-R} 、計算から求まる時系列を η^* とすると、残差平方和は式(24)のとおりとなる。

$$\eta_{-R}(x_0, t) = \sum_{i=1}^{12} [Rc \times Amp \times \cos(2\pi f_i t - k_i x_0 + \pi)] \quad (23)$$

$$r^2 = \sum_{j=1}^M [\eta^*(j) - \eta_{-R}(j)]^2 \quad (24)$$

ここで、 M は時系列の項数である。

最適なインパルス応答は、 r^2 を最小とする $hu(i)$ と $hw(i)$ を定めることにより求められる。これは、 $hu(i)$ と $hw(i)$ に関する非線型の最小自乗問題となる。

最小自乗問題は一般に次のように表される。

$$f_j(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (j=1, \dots, M) \quad (25)$$

に対して、

$$r^2(x) = \sum_{j=1}^M f_j^2(x) \quad (26)$$

を最小にする解 (x_1, x_2, \dots, x_N) を求める。

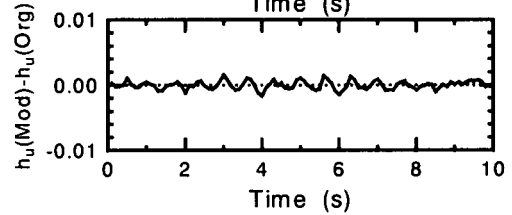
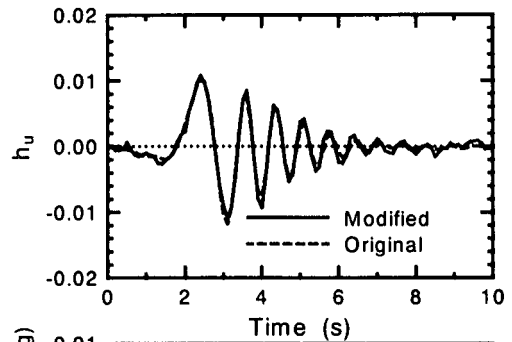
非線型の最小自乗問題においては、関数 $f_j(x)$ の形は実際の問題ごとにさまざまであり、自乗和 $r^2(x)$ は多数の極小点を持っている場合がある。このとき、全パラメタ空間における $r^2(x)$ のふるまいを知り、大域的な最小解を求める事は難しい。実用的には、何らかの方法で推定したパラメタ初期値 $x^{(0)}$ を出発点として、 $r^2(x)$ を小さくする方向に反復改良し、 $r^2(x)$ を極小にする解 x^* を求める。本研究では、マルカートの方法(大野・磯田⁹⁾)により解いた。このような定式化の有効性については、平面水槽内に一様な波の場を造波するための多方向造波装置の最適な制御方法に関連して、松本ら⁹⁾により示されている。

図-4に、従来方式と本研究により最適設計を行った場合のフィルターのインパルス応答 h_u 、 h_w を示す。図には従来方式と本研究による値の差も併せて示した。本手法によるインパルス応答の補正量は比較的小さい。

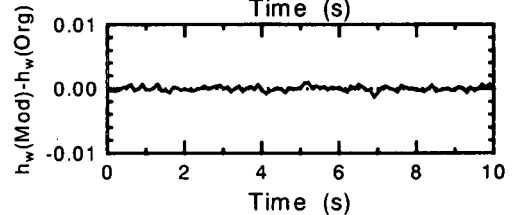
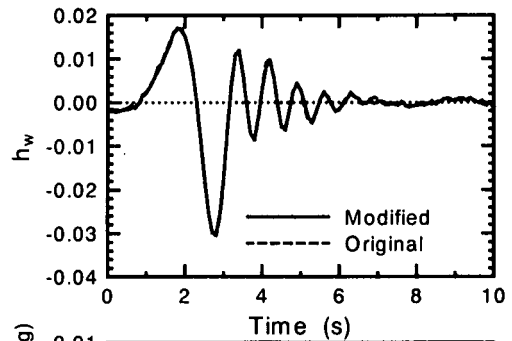
図-5に、図-4に示したインパルス応答を用いた場合の、従来方式と本研究による反射波を吸収するための既知の時系列(η_{-R})と計算による時系列(η^*)をそれらの差とともに示す。ここで解析の対象とした波列は、先に定めた最適フィルターの設計で用いた成分波と同一の周波数を有する12成分の不規則波である。図から、ウォームアップ時間以降においては、本手法は反射波の分離精度を大きく向上させることがわかる。

次に、提案した手法の適用性を更に調べるために、2種類の4成分不規則波を対象とした検討を行った。検討の対象は、成分波の周波数を $4.5 \Delta f$ 、 $7.5 \Delta f$ 、 $9.5 \Delta f$ および $11.5 \Delta f$ としたケースと、 $5.5 \Delta f$ 、 $8.5 \Delta f$ 、

$10.5 \Delta f$ および $12.5 \Delta f$ としたケースである。先の検討と同様に、インパルス応答は図-4に示したものを用いた。結果を図-6、7に示す。図から、対象とする不規則波列の成分波の周波数を、あらかじめ設計する最適フィルターの対象周波数から選択した場合には、本研究で提案した手法により分離精度が向上することがわかる。すなわち、十分な数の成分波に対して設計された最適フィルターが得られれば、本手法が任意の波に対して適用できる可能性が示唆された。



(a) 水平流速



(b) 鉛直流速

図-4 従来方式と本研究によるインパルス応答

7. まとめ

本研究の結果をまとめると以下のとおりである。

- (1) 時間領域における入反射波の分離精度向上のためのフィルターのインパルス応答の補正方法を提案した。本手法によるインパルス応答の補正量は比較的小さい。
- (2) 対象とする不規則波列の成分波の周波数を、あらかじめ設計する最適フィルターの対象周波数から選択した場合には、本研究で提案した手法により分離精度の向上が可能であることがわかった。すなわち、十分な数の成分波に対して設計された最適フィルターが得られれば、本手法が任意の波に対して適用できる可能性が示唆された。
- (3) 今後、成分波の振幅および位相差を考慮した検討が必要である。

謝辞：デンマークAalborg大学のBurcharth教授、Hald助教授およびベルギーGhent大学のTroch博士に貴重なご助言を頂いたことをここに記し、感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Goda, Y. and Suzuki, Y. (1976) Estimation of incident and reflected waves in random wave experiments. *Proc. 15th International Conference on Coastal Engineering*, Honolulu, Vol.1, pp.828-845.
- 2) Mansard, E. and Funke, E. (1980) The measurement of incident and reflected spectra using a least square method. *Proc. 17th International Conference on Coastal Engineering*, Sydney, Vol.1, pp.154-172.
- 3) Zelt, J. and Skjelbreia, J. (1992) Estimating incident and reflected wave fields using an arbitrary number of wave gauges. *Proc. 23th International Conference on Coastal Engineering*, Venice, Vol.1, pp.777-789.
- 4) Frigaard, P. and Brorsen, M. (1995) A time-domain method for separating incident and reflected irregular waves. *Coastal Engineering*, Vol.24, Nos.3 and 4, pp.205-215.
- 5) Frigaard, P. and Christensen, M. (1994) An absorbing wave-maker based on digital filters. *Proc. 24th International Conference on Coastal Engineering*, Kobe, Vol.1, pp.168-180.
- 6) Troch, P. and De Rouck, J. (1999) An active generating-absorbing boundary condition for VOF type numerical model. *Coastal Engineering*, Vol.38, No.4, pp.223-247.
- 7) Karl, J.H. (1989) *An Introduction to Digital Signal Processing*, Academic Press., 341p.
- 8) 大野 豊・磯田和男 (1990) 新版数値計算ハンドブック, オーム社, 1153p.
- 9) 松本 朗・半沢 稔・野口正昭 (1995) 最小自乗法による多方向造波装置の造波板振幅の決定方法と発生波の特性, 海岸工学論文集, 第42巻, pp.141-145.

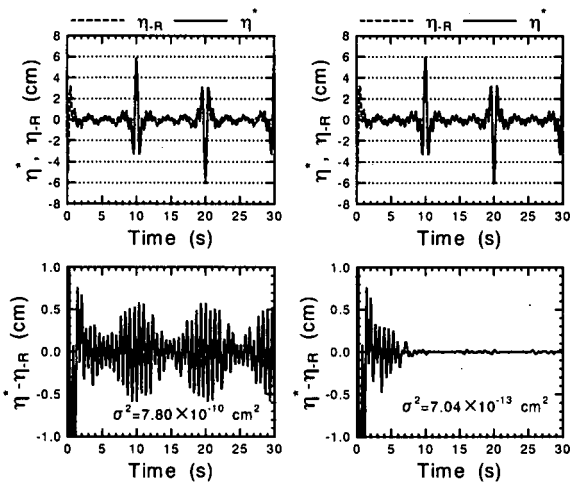


図-5 反射波分離結果 (12成分不規則波)
(左側：従来方式, 右側：本研究)

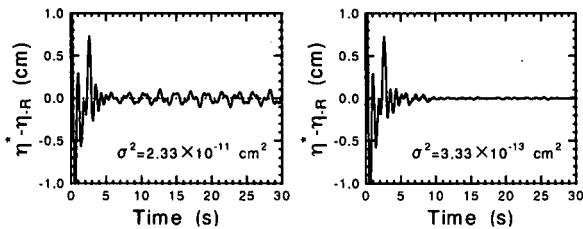


図-6 反射波分離結果 (4成分不規則波)
($f_1=4.5 \Delta f, f_2=7.5 \Delta f, f_3=9.5 \Delta f, f_4=11.5 \Delta f$)
(左側：従来方式, 右側：本研究)

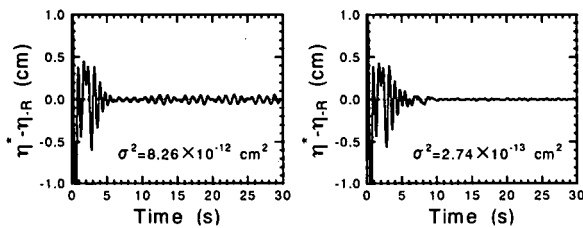


図-7 反射波分離結果 (4成分不規則波)
($f_1=5.5 \Delta f, f_2=8.5 \Delta f, f_3=10.5 \Delta f, f_4=12.5 \Delta f$)
(左側：従来方式, 右側：本研究)