

Grease Iceと波動場の相互作用による 波浪変形に関する基礎的研究

STUDY ON WAVE MODIFICATION BY INTERACTION BETWEEN GREASE ICE AND WAVE MOTION

奥村慎也¹・佐藤幸雄²・榎本浩之³

Shinya OKUMURA, Yukio SATO, Hiroyuki ENOMOTO

¹学生会員 工修 北見工業大学大学院 工学研究科 (〒090-8507 北見市公園町165番地)

²正会員 博(工) 北見工業大学教授 工学部土木開発工学科 (〒090-8507 北見市公園町165番地)

³正会員 理博 北見工業大学教授 工学部土木開発工学科 (〒090-8507 北見市公園町165番地)

In the polar ocean, the existence value, such as a production activity and activity of a physical distribution, has increased very much. It is related with sea ice which exists in such ocean. As a previous study about sea ice and mutual interference of wave motion, there are studies about ice plate. Appearing by a growth process of sea ice, in grease ice that is thin slurry of frazil ice at the ocean surface, there are many fundamental studies. The present paper, we firstly ran two laboratory studies about sea ice and mutual interface of wave motion which use two models ice. One experiment is wave decay and the other one is wave propagation at thin grease ice layer in finite depth. Secondary, we introduce physical stress, a boundary layer thought about into viscous two-layer model, lead a dispersion relation and examine comparison with an experiment. As a result, we obtained results that differ from previous study which dispersion relation.

Key Words: Polar Sea, Grease Ice, Viscous Two-Layer Model, Finite Depth, Dispersion Relation

1. はじめに

現在、極海域では経済活動、物流交流の活発化だけでなく地下資源開発において海岸、海洋上での開発が盛んに行われるようになってきた。これら海域での海水の種類で海水の生成過程で現れるGrease Iceに関しては基礎的研究が多く未解明な部分が多い。このGrease Iceは水表面の細かな動揺を抑え波高の減衰作用、また、波長の増減に大きく関係していることが知られている。これら海水域での波高の減衰作用については、氷板¹⁾に関する研究が多くGrease Iceに関する研究は少ない。また、波の伝播に関する研究に関してはGrease Iceが海表面近傍に層を成す粘性流体で考えた分散関係についてKeller²⁾の研究がある。上層をGrease Iceとした非圧縮性粘性流体、下層を海水部とした非圧縮性非粘性の流体と仮定し、波動場における分散関係式を導き出している。彼らの研究では波数が自由開海水における波数よりも小さくなっており、Grease Ice中での波長は増加するという結果が得られている。

また、実験的研究では、深海波領域におけるGrease Iceを伝播する分散関係についての実験に、Newyear and Martin^{3),4)}によるものがある。実験では、

実際にGrease Iceを生成し周波数と波数についての関係についての研究がされており、周波数の大きな領域では波数が自由開海水における波数よりも小さくなるという結果が得られている。

本論では、浅海波領域におけるGrease Iceを伝播する波の振幅の対称性、波高減衰、伝播する波の分散関係について実験と理論解析の比較について述べる。ここで、一般的にGrease Iceは生成が困難なため実際のGrease Iceの物性に近い2種類の模型氷を使用し波高の減衰、分散関係に関する実験を行った。つぎに、Keller¹⁾の粘性2層流モデルに物理的応力、Grease Iceと水部の境界に境界層を導入し分散関係式を導き実験との比較検討を行う。

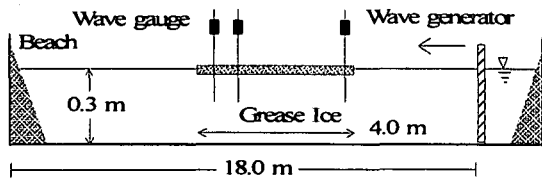
2. 模型氷実験

(1) 実験装置及び実験方法

実験装置を図-1に示す。水槽は端部に消波帯を持つ長さ21m、幅0.25m、深さ0.6mの二次元造波水路を使用した。Grease Iceは一般的に生成が困難なため模型氷を使用する。また、模型氷は水路中央に4.0mの長さで設置し透過側を模型氷が移動しないように設置する。水深は0.3mとし氷厚の影響を検討す

るために厚さを1.0cm, 3.0cmとして各周期に対する波高の対称性および減衰率, 波数に関する実験を行った。

図-1 実験装置



(2) 波高および減衰率に関する実験

模型氷には, 氷の比重に近い直径3.0mm, 比重0.98のポリプロピレン球を使用した。波高の測定には容量式波高計8本を模型氷内に等間隔に設置し水位変動を測定した。実験条件を表-1に示す。

表-1 波高および減衰率に関する実験条件

CASE	波高(cm)	氷厚(cm)	周期(s)	波高計間隔(cm)
1	4.0	1.0		
2	4.0	3.0	2.0, 1.5, 1.25, 1.0,	
3	6.0	1.0	0.9, 0.8, 0.7, 0.6	33.0×8
4	6.0	3.0		

(3) 波数に関する実験

模型氷には流動パラフィンとワセリンの混合物を使用し, 動粘性係数をNewyear and Martin³⁾の実験から得られた粘性率 ($2.5 \times 10 \text{ N s/m}^2$) に合わせている。また, 比重は0.88となっている。模型氷内の波数の測定には容量式波高計を使用し, 2本の波高計を波が通過するときの波速を2つの波高計で計測された波形の位相差を測定し, 模型氷内平均波数を算定する。粘性率の調整はストークスの法則による落球試験により行う。実験条件を表-2に示す。

表-2 波数に関する実験条件

CASE	波高(cm)	氷厚(cm)	周期(s)	波高計間隔(cm)
5	4.0	1.0	2.0, 1.5, 1.25, 1.0,	254.0
6	4.0	3.0	0.9, 0.8, 0.7, 0.6	180.0

3. 分散関係式

Keller²⁾の粘性2層流モデルより得られた分散関係式に, 表面張力, 境界層による界面での剪断力を考慮した分散関係式を導く。座標系を図-2のように定義する。

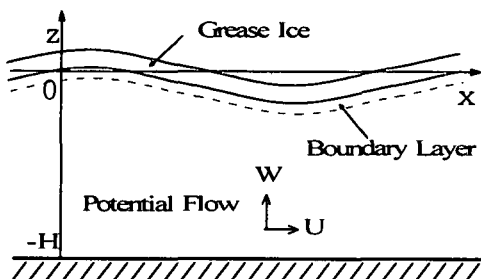


図-2 座標系の定義

(1) 基礎方程式

a) Grease Ice Layer (上層)

上層においては, 線形化されたNavier-Stokesの運動方程式より導かれたLamb⁵⁾の粘性流体に関する方程式, 連続の式を使用する。Grease Ice層内の水平, 鉛直方向流速成分は次式のように定義される。以下に示す各変量は有次元量とする (有次元量を示す Λ は省略する)。

$$U = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial z}$$

$$W = \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (1)$$

ここで, 速度ポテンシャルを Φ , 流れ関数を Ψ とする。

$$\text{ただし, } \nabla^2 \Phi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \nu \nabla^2 \Psi \quad (2)$$

を満足しなければならない。

速度ポテンシャルと流れ関数を以下のように仮定する。

$$\Phi_g = (Ae^{-kz} + Be^{kz})e^{i(kx - \omega t)} = \varphi_{g(z)}e^{i(kx - \omega t)} \quad (3)$$

$$\Psi_g = (Ce^{-\alpha z} + De^{\alpha z})e^{i(kx - \omega t)} = \psi_{g(z)}e^{i(kx - \omega t)} \quad (4)$$

ここで, A, B, C および D は任意の定数で, α は以下の式で定義される。

$$\alpha^2 = k^2 - \frac{i\omega}{\nu} \quad (5)$$

上層での各流速成分および圧力は, 以下のようになる。

$$\begin{aligned} U_g &= u_{g(z)}e^{i(kx - \omega t)} \\ &= [ik(Ae^{-kz} + Be^{kz}) \\ &\quad - \alpha(Ce^{-\alpha z} - De^{\alpha z})]e^{i(kx - \omega t)} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} W_g &= w_{g(z)}e^{i(kx - \omega t)} \\ &= [-k(Ae^{-kz} - Be^{kz}) \\ &\quad - ik(Ce^{-\alpha z} + De^{\alpha z})]e^{i(kx - \omega t)} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} P_g &= p_{g(z)}e^{i(kx - \omega t)} \\ &= i\omega\rho(Ae^{-kz} + Be^{kz})e^{i(kx - \omega t)} \end{aligned} \quad (8)$$

b) Seawater Layer (下層)

下層においては, 線形化されたポテンシャル理論を使用する。海水部における各流速成分および圧力は,

$$\begin{aligned} U &= u_{(z)}e^{i(kx - \omega t)} \\ &= ikE \cosh k(z + h + H)e^{i(kx - \omega t)} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} W &= w_{(z)}e^{i(kx - \omega t)} \\ &= kE \sinh k(z + h + H)e^{i(kx - \omega t)} \end{aligned} \quad (10)$$

$$P = p_{(z)} e^{i(kx - \omega t)} \quad (11)$$

$$= i \rho_0 \omega E \cosh k(z + h + H) e^{i(kx - \omega t)}$$

底面境界条件を以下のようにおくと、

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = -(h + H) \quad (12)$$

$$E = \frac{2A}{e^{-k(h+\delta+H)}}$$

となる。

(2) 界面境界条件

各界面における境界条件は以下のように表される。

また、氷厚を h ，境界層厚を δ とする。

a) 自由表面境界条件

運動学的条件

$$\frac{\partial \eta_g}{\partial t} = W_{g(0)} \quad (13)$$

自由表面水面変位

$$\eta_g = a e^{i(kx - \omega t)} \quad (14)$$

力学的条件

$$\mu_g \left(\frac{\partial w_{g(0)}}{\partial x} + \frac{\partial u_{g(0)}}{\partial z} \right) = 0 \quad (15)$$

$$2v_g \frac{\partial w_{g(0)}}{\partial z} - \frac{1}{\rho} p_{g(0)} + \left(g - \frac{1}{\rho} T_1 k^2 \right) a = 0 \quad (16)$$

b) 界面境界条件

運動学的条件

$$\frac{\partial \eta_b}{\partial t} = W_{g(-h)} \quad (17)$$

$$W_{g(-h)} = W_{(-h)} \quad (18)$$

界面水面変位

$$\eta_b = b e^{i(kx - \omega t)} \quad (19)$$

力学的条件

$$v_g \left(\frac{\partial w_{g(-h)}}{\partial x} + \frac{\partial u_{g(-h)}}{\partial z} \right) \quad (20)$$

$$- \frac{\rho_0}{\rho} v_b \left(\frac{\partial w_{b(-h)}}{\partial x} + \frac{\partial u_{b(-h)}}{\partial z} \right) = \frac{\rho_0}{\rho} \tau$$

$$\tau = \mu_b \frac{2}{\delta} u_{b(-h-\delta)} \quad (21)$$

ここで、 τ は境界面における剪断応力である。

$$2 \left(v_g - \frac{\rho_0}{\rho} v_b \right) \frac{\partial W_{g(-h)}}{\partial z} - \frac{1}{\rho} (P_{g(-h)} - P_{0(-h)}) + \left[\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) g - \frac{1}{\rho} T_2 k^2 \right] b = 0 \quad (22)$$

4. 分散関係に関する行列式

式(5)-(12)を境界条件式，式(13)-(21)に代入し A, B, C, D に関する4つの連立方程式を得る。

$$2ik^2(A - B) - (\alpha^2 + k^2)(C + D) = 0 \quad (23)$$

$$(2v_g k^2 - i\omega)(A + B) + 2iv_g k\alpha(C - D)$$

$$+ \frac{k}{i\omega} \left(g - \frac{1}{\rho} T_1 k^2 \right) (A - B + iC + iD) = 0 \quad (24)$$

$$\left(v_g - \frac{\rho_0}{\rho} v_b \right) \left[-ik^2(Ae^{kh} - Be^{-kh}) + k^2(Ce^{ah} + De^{-ah}) \right]$$

$$+ v_g \left[-ik^2(Ae^{kh} - Be^{-kh}) + \alpha^2(Ce^{ah} + De^{-ah}) \right]$$

$$+ \frac{\rho_0}{\rho} \left[ik^2 \sinh k(\delta + H) - \frac{2}{\delta} ik \cosh kH \right] \frac{2A}{e^{-k(h+\delta+H)}} = 0 \quad (25)$$

$$\left\{ 2k^2 \left(v_g - \frac{\rho_0}{\rho} v_b \right) - i\omega \right\} (Ae^{kh} + Be^{-kh})$$

$$+ 2ik\alpha \left(v_g - \frac{\rho_0}{\rho} v_b \right) (Ce^{ah} - De^{-ah})$$

$$+ \frac{\rho_0}{\rho} i\omega (Ee^{kh} + Fe^{-kh}) \quad (26)$$

$$+ \frac{k}{i\omega} \left\{ \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) g - \frac{1}{\rho} T_2 k^2 \right\} \cdot (Ae^{kh} - Be^{-kh} + iCe^{ah} + iDe^{-ah}) = 0$$

以上の各変量を長さ水深 $\hat{H}$ と速度 $(\hat{g}/\hat{H})^{1/2}$ で無次元化を行う。

$$k = \hat{k} \hat{H}, h = \hat{h} / \hat{H}, \delta = \hat{\delta} / \hat{H}, \rho_0 = \hat{\rho}_0 / \hat{\rho}, T = \hat{T} / \hat{\rho} \hat{g} \hat{H}^2$$

$$\omega = \hat{\omega} (\hat{H} / \hat{g})^{1/2}, \alpha = (\hat{k}^2 - i\hat{\omega} / \hat{\nu})^{1/2}, v_{g,b} = \sqrt{\hat{g} \hat{H}^3} / R_{g,b}$$

分散関係に関する行列式は以下ようになる。

$$\begin{vmatrix} 2ik^2 & -2ik^2 \\ 2\frac{k^2}{R_g} - i\omega\omega + \frac{k}{i\omega}(1 - T_1 k^2) & 2\frac{k^2}{R_g} - i\omega\omega - \frac{k}{i\omega}(1 - T_1 k^2) \\ -ik^2 \left(f_1 + \frac{1}{R_g} \right) e^{kh} + \frac{2\rho_0}{R_b e^{-k(h+\delta+H)}} f_2 & ik^2 \left(f_1 + \frac{1}{R_g} \right) e^{-kh} \\ (2f_1 k^2 - i\omega - q) e^{kh} & (2f_1 k^2 - i\omega + q) e^{-kh} \\ -(\alpha^2 + k^2) & -(\alpha^2 + k^2) \\ 2i\frac{\alpha k}{R_g} + \frac{k}{\omega}(1 - T_1 k^2) & -2i\frac{\alpha k}{R_g} + \frac{k}{\omega}(1 - T_1 k^2) \\ \left(k^2 f_1 e^{ah} + \frac{\alpha^2}{R_g} \right) e^{ah} & \left(k^2 f_1 e^{ah} + \frac{\alpha^2}{R_g} \right) e^{-ah} \\ (2ik\alpha f_1 - iq) e^{ah} & (-2ik\alpha f_1 - iq) e^{-ah} \end{vmatrix} \quad (27)$$

ここで、

$$f1 = \left(\frac{1}{R_g} - \frac{\rho_0}{R_b} \right), \quad f2 = k \sinh k(\delta + 1) - \frac{2}{\delta} \cosh k$$

以上の行列式について、複素数 k を $k = k + iq$ とおき、Newton-Raphson Method を使用して行列式を解くことにより実部 k を波数、虚部 q を減衰率として、各周波数に対する波数、減衰率を得る。

5. 結果と考察

模型氷の挙動に関して、ポリプロピレン球を使用して行った実験の全てのケースにおいて模型氷表面で波の進行方向と同一方向の質量輸送が見られたのに対し、模型氷と水部との界面では波の進行方向とは逆向きの質量輸送が見られた。これは実際の Grease Ice を生成して行った実験⁶⁾と同様の挙動を示している。しかし、流動パラフィンとワセリンの混合物では質量輸送は確認することができなかったが、波の伝播に関しては実際の Grease Ice に近い減衰の動きを示している。このことより、模型氷としては妥当であると考えられる。

模型氷下の流れ構造を図-3に示す。流れの構造を調べるために染料を流したところ、模型氷直下における境界層内で水平方向の質量輸送が存在することが確認された。また、流動パラフィンとワセリンの混合物においても同様の層が見られた。

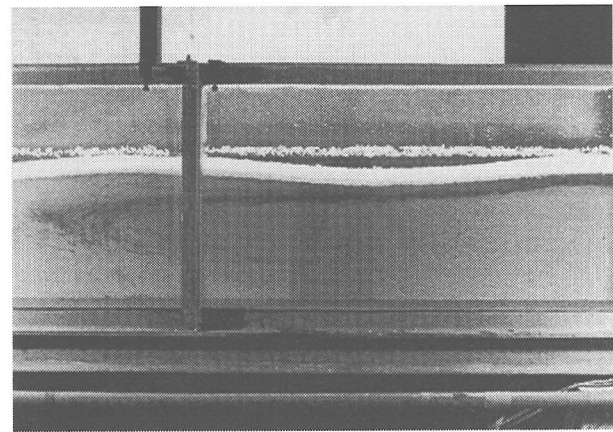


図-3 Grease Ice 下層の流況

図-4に模型氷中央での波高の対称性を示す。正領域は波峰 (A^+i/H_i)、負領域は波谷 (A^-i/H_i)、中間値は波峰と波谷の差 (D_i/H_i) を示す。氷厚の薄い CASE 1, 3 は周期、波高の影響を受けなく波高の対称性が保たれているのに対し、氷厚の厚い CASE 2, 4 では周期の短い方で波谷の振幅が大きく現れているのが見られる。図-5に波の伝達距離を各周期の波長で除した無次元距離 X/L を用いた波高減衰特性を示す。減衰に関して波形勾配、氷厚の違いによる差が明瞭に見られる。このことより、減衰率は波形勾配、氷厚別に決定するのが妥当であることが云える。

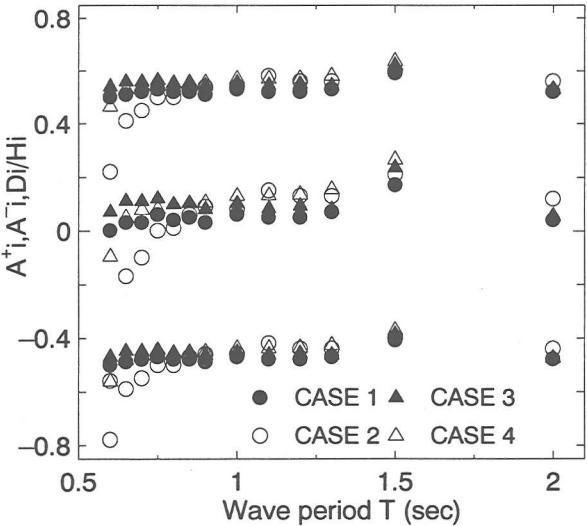


図-4 波高の対称性

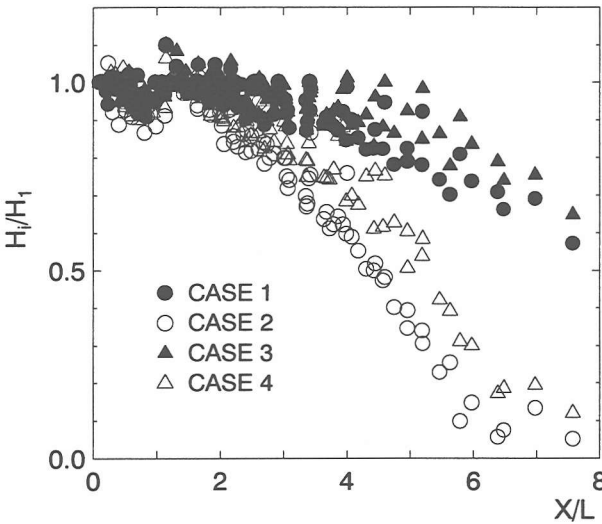


図-5 波高の減衰と無次元距離の関係

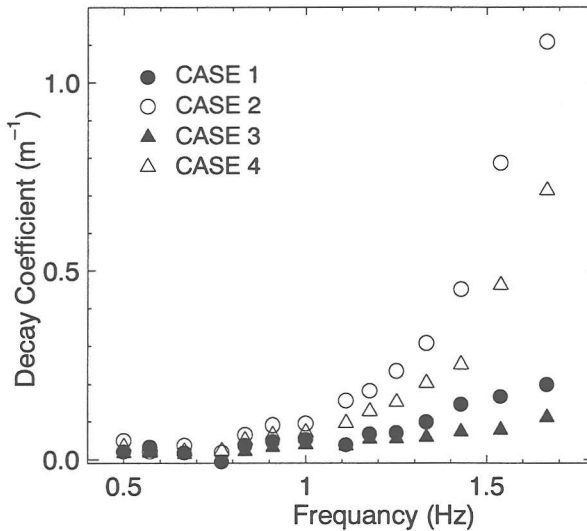


図-6 各周波数に対する減衰率

氷層下での波高減衰率を周波数別に示したのが図-6で、指数関数的に減少する波高に対して回帰直線を求め直線の傾きを減衰率とする。減衰率は以下の式で表される。

$$H/H_1 = \exp(-\hat{q} x) \tag{28}$$

ここで、 H は波高、 H_1 は氷層前端的波高、 x は氷層前端からの距離、 $\hat{q}$ は減衰率である。

周波数の小さい領域では、減衰がほとんど無いのに対し周波数が1.0Hz以上で氷厚、波形勾配の順に減衰率に影響を与えている。また、Grease Iceを伝播する波の減衰には氷厚が大きく影響することが分かった。

つぎに、流動パラフィンとワセリンの混合物による波長の増減、減衰率に関する実験結果および分散関係式との比較を図-7と図-8に示す。図-7と図-8の実験により得られた波数、減衰率は開海水（微小振幅波）の分散関係式より得られた波数で無次元化されている。ここで、波数、減衰率は以下のように定義する、

$$k = \hat{k}/\hat{k}_0, \quad q = \hat{q}/\hat{k}_0 \tag{29}$$

k は無次元波数、 $\hat{k}$ は実験の波数、 q は無次元減衰率、 $\hat{q}$ は実験の減衰率、 $\hat{k}_0$ は開海水の波数である。また、数値解析より得られた無次元波数は無次元化された開海水（微小振幅波）の波数で基準化している。図-7の水厚1.0cmの実験では、全体的に開海水の波数に比べ変化は小さいが周波数1.0Hz付近で波数が増加しているのに対し、周波数が増加すると波数が減少している傾向が見られる。図-8の水厚3.0cmの実験では、周波数1.1Hz付近を最高に周波数1.25Hz以下のところで波数が開海水より増加しているのが見られる。一方、周波数1.4Hz以上の所では波数は減少している。各図とも、周波数1.0Hz付近で波数が増加しているのが見られる。

CASE 5, 6を比較した場合、氷厚が厚いCASE 6の方の波数が増加する傾向が強い。波長で考えた場合は最大で5%減少していることになる。また、周波数1.2Hz以上において、波数の減少に大きな差異は見られない。

CASE 5, 6にフィットする分散関係式を見つけるために、各パラメータ（ $\delta, R_g, R_b, T_1, T_2$ ）を変化させ一番フィットするパラメータを決定する。計算に使用したパラメータを表-3に示す。また、破線はKeller²⁾の解析による曲線で、実線はKeller²⁾のモデルに表面張力、界面での剪断力を考慮した本研究のモデルの曲線である。

表-3 計算パラメータ

	δ	R_g	R_b	T_1	T_2
CASE 5	0.02	50	5000	0.005	-
CASE 6	0.04	30	1500	0.009	0.001

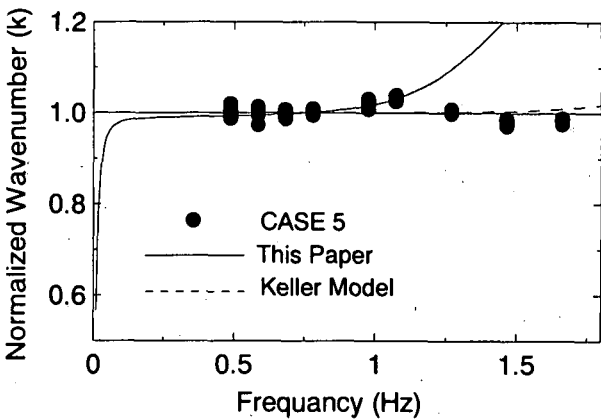


図-7 波数に関する実験と数値解析の比較

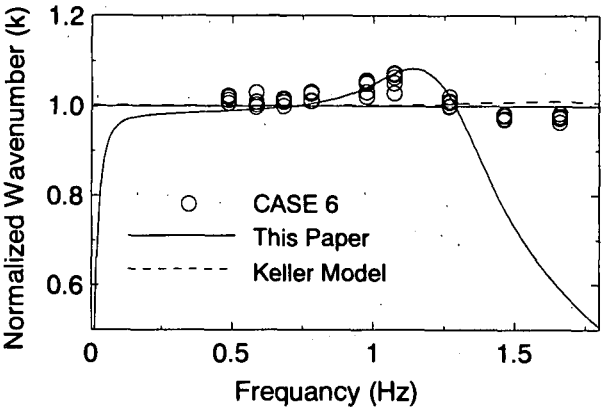


図-8 波数に関する実験と数値解析の比較

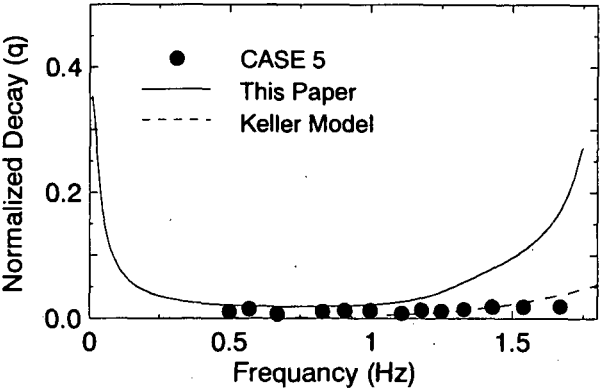


図-9 減衰率に関する実験と数値解析の比較

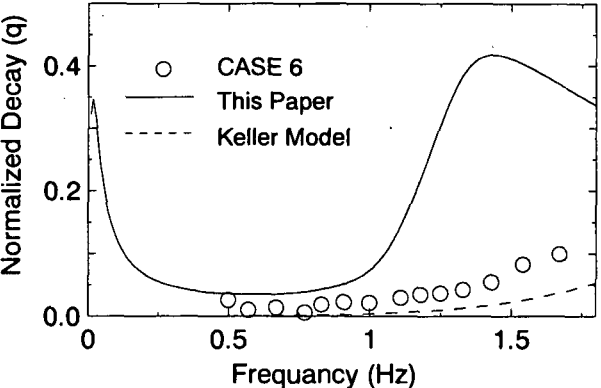


図-10 減衰率に関する実験と数値解析の比較

CASE 5 の氷厚が1.0cmの場合では、周波数1.25Hz以下においてKeller²⁾のモデルがほとんど変動していないのに対し表面張力、境界層を考慮した本研究のモデルでは良い一致を示している。しかし、周波数1.3Hz以上においては、実験値の波数が減少するのに対し、曲線は単調に増加しているためこの領域での適応は両モデルとも難しい。CASE 6 の氷厚が3.0cmの場合では、表面張力、境界層を考慮した本研究のモデルでは、周波数1.2Hz以下において定量的には難しいが定性的には表現できている。しかし、両モデルとも周波数1.25Hz以上においての適合性は悪く、氷厚による波数の減少にそれほど差異がないのは、波の伝播がある程度の距離を進んだところで完全にゼロになってしまうことによるものと考えられ、氷厚の影響による波の減衰よりも、入射波波長とGrease Ice内の波の伝播距離との関係に大きく依存するものと考えられる。

ポリプロピレン球を用いて同様の実験を行ったが、流動パラフィンとワセリンの混合物を用いた場合ほど、明瞭な差異は見られなかった。これは、ポリプロピレン球の粒子自体に拘束力が無く粘性流体のような水平方向の拘束力が働かなかったためと思われる。

図-9, 10は減衰率の比較を示したもので、周波数0.5Hzから1.0Hz程度では減衰作用が弱く解析値と実験値は一致するが、周波数0.25Hz以下および1.0Hz以上の範囲では解析結果は実験値よりも過大評価されている。

6. 結論

本論では、従来の研究でなされていなかったGrease Iceの氷厚が薄い場合、また、周期が長く、周波数の小さい領域の実験、数値解析を行い以下の結果を得た。

Grease Ice下の流れ構造については、Grease Ice直下において境界層が存在し境界層内で質量輸送が存在することが分かった。この層はGrease Ice層直下の剪断応力に影響を及ぼすものと考えられる。

波高の減衰について、周期が長い波に関しては減衰は小さいが、周期1.0s以下の波の減衰率には波形勾配、氷厚の影響が大きく関わっていることが分かった。

氷厚の違いによる波数への影響は、周波数1.0Hz以下において顕著に現れることが分かった。これは、粘性のおよぼす影響力が氷厚に比例して現れていることによると考えられる。

理論曲線式において、Keller²⁾モデルでは効果が現れなかったGrease Ice層が非常に薄く、周波数が小さい領域について、表面張力、境界層を考慮することによりこれら領域において適応できることが分かった。減衰率に関して、波長に関する実験にあわせたパラメータを使用すると実験の場合の減衰率よりも過大な評価をしてしまうことが分かった。

本実験では波高の減衰、波数の実験に特性の違う2種類の模型氷を使用した。数値解析と比較した場合、鉛直方向の運動には水の比重、水平方向の運動には粘性力が大きく関係することが分かった。

参考文献

- 1) 金田茂雄, 今井 正, 平山健一, 堺 茂樹: 波浪による氷板の変形に関する模型氷及び模擬氷を用いた実験, 海岸工学論文集, 第41巻, pp901-905, 1994.
- 2) Keller, J.: Gravity waves on ice-covered water, J. Geophys. Res., 103, 7663-7669, 1998.
- 3) Newyear, K. and S. Martin.: Comparison of laboratory data with a viscous two-layer model of wave propagation in grease ice, J. Geophys. Res., 104, 7837-7840, 1999.
- 4) Newyear, K. and S. Martin.: A comparison of theory and laboratory measurements of wave propagation and attenuation in grease ice, J. Geophys. Res., 102, 25,091-25,099, 1997.
- 5) Lamb, H.: Hydrodynamics, Cambridge University Press, pp 625-628. 1932.
- 6) Martin, S., and P. Kauffman.: A field and laboratory study of wave damping by grease ice, J. Glaciol., 27(96), 2971-2792, 1983.