波浪·流速の数値解析の実海域への適用性に関する評価　-３次元流体運動計算の高速化-

EFFICIENCIES OF THE PRACTICAL NUMERICAL METHOD FOR SIMULATIONS OF WAVE AND VELOCITY FIELD

渡部靖憲[1]・加藤雅也[2]・安原幹雄[3]・佐伯浩[4]
Yasunori WATANABE, Masaya KATO, Mikio YASUHARA and Hiroshi SAEKI

1正会員 工博 北海道大学助手 工学研究科環境資源工学専攻（〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目）
2正会員 日本データーサービス（株）（〒065-0016 札幌市東区北１６条東１９丁目１－１４）
3正会員 工修　岡山県庁（〒700-8570 岡山県岡山市内山下２丁目４番６号）
4正会員 工博 北海道大学教授 工学研究科環境資源工学専攻（〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目）

The Multigrid method (MG) was applied to the 2D and 3D simulations for water waves on various topographies, and the efficiency in terms of computation speed was discussed in this paper. Purpose of this paper is to remove the limitation of computational costs for numerical investigations by introducing MG and to evaluate the availability of this numerical method for practical estimations in the actual wave field. The computational time and number of iteration that MG requires is quantitatively compared with the conventional Gauss-Seidel method (GS). It is found that the MG makes the computational time to save 90 – 95 % for the two-dimensional simulation and 65 – 80 % for the three-dimensional simulation. Further improvement of the scheme is also discussed in this paper.

Key Words: *multi-grid method, wave simulation, reduction of computational costs*

1. はじめに

沿岸域，港内外の波浪，流れ，流速及び海岸構造物に作用する流体力の予測手法として，観測，実験に続く第３の方法である数値計算が近年大きく進歩しこれらの問題に対して広く適用されつつある．特に，プリミティブな運動方程式あるいは乱流モデルを適用した運動方程式系を直接解く計算手法は，最も評価が困難である乱流の効果を直接反映させることができるため，越波や砕波，潜堤上の波浪変形など乱れの寄与が大きい場において非常に有効であり，多くの研究報告がなされている．

しかしながら，この手法の大きな欠点は莫大な計算時間消費であり，現実的な計算時間内で計算を終了させるために非常に小さな計算領域で計算を実行するしかなく，２次元計算でも実験室規模程度の領域しか確保する事ができない．さらに，乱れの効果を適切に評価するためには３次元計算を行う必要があるが，このためにはさらに厳しい計算領域の制限が課せられることになる．著者らが行った砕波の３次元計算では，小規模実験水槽を想定した場合で入射波一周期あたり１～２週間，実験室規模の港内の流速の３次元計算の場合で一周期あたり２～３週間の計算時間を要し，現段階でこの計算手法を実海域に適用することは現実的でない．実際の構造物の近傍だけでなく，港内さらに海岸全体を計算領域に含め，マクロな流れからミクロな乱れまで適切に評価できる手法が望まれながらも，現実的にはこの難しい問題が存在するため，実務上，計算時間消費が少ない乱れを無視した（あるいはフルに考慮しない）水深積分形の波動方程式モデルによる数値計算が依然主流である．

この種の計算では共通して，ポアソン方程式の繰り返し計算に要する時間消費が全時間消費に対

して支配的であり，この部分の計算法の改善だけで大きな計算時間低減を期待できる．ポアソン方程式の高速解法としてMultigrid Method(以下MG)が注目されている．MGは，大幅な計算時間消費の低減を実現するだけでなく，計算点の増加に大きく影響を受けないという特徴を持ち，高速計算及び大計算領域計算が不可欠な実務における実海域の波浪場の流速計算に非常に有利であると考えられる．

現状の数値計算のパフォーマンスの改善の可能性を把握し定量的に評価することは，実務上さらに高精度で詳細な情報を手軽に入手可能にする目的のために重要である．本研究は，MGを波浪下の海底近傍の流速場，自由水面をもつ波浪(砕波及び構造物周りの流れ)に対して適用し，その高速化を数値化することで，MGの波浪解析への適用性及び実海域の３次元計算の可能性を評価し，議論するものである．

2. 計算方法

(1) 基礎計算法

著者ら[1),2),3),4)]がすでに妥当性を検証してきた次に示す計算法をベースとし，表－１に示す次元と計算領域の異なるケースにおいてそれぞれのMG導入の有効性を調べた．

1)計算グリッド

スタッガードグリッド．

2)圧力に関するポアソン方程式

MACアルゴリズムによるGauss-Seidel法による繰り返し計算，イレギュラースター法を水面近傍だけでなく全領域計算に拡張．

3)運動方程式

２段階分離解法により移流項と非移流項に分離．非移流項は予測子修正子法，移流項はCIP法が適用される．

4)水面識別

密度関数法．

5)境界条件

壁面，底面はノンスリップ条件，入射波はポテンシャルフローの線形または非線型波の理論解．

表－１　テストケース一覧

	自由水面なし		自由水面あり	
	水平床上の波動境界層	砂漣上の波動境界層	砕波計算	浮体構造物計算
二次元	CASE1	CASE3	CASE5	CASE7
三次元	CASE2	CASE4	CASE6	CASE8

(2) Multigrid法

上述した一連の計算法の中では，ポアソン方程式の繰り返し計算に費やす時間が最も大きく，全計算時間の殆どを支配すると言える．一般に繰り返し回数は総計算グリッド数の３乗に比例することから，大計算領域における繰り返し計算は莫大な時間を消費し，これが実規模の領域での計算実行が困難な理由である．ポアソン方程式の計算法については古くから多くの研究が為されている．中でもADI法やSOR法は古くから広く使われている高速計算法であるが，高速化させるために近隣グリッドの更新情報を使って順次情報を更新するため，この仮定で誤差が伝搬する．この誤差は，初期状態では値も非常に小さく，また２次元計算では同一方向に誤差が蓄積されるためその影響は顕著に表れない．しかしながら，３次元領域において断面２次元流を発生させると誤差が横断方向に分布し完全な断面２次元流を再現することはできない．この誤差も非常に小さいため，非線形性の弱い流れでは初期的には流体運動に大きな影響を与えないが，強非線形場あるいは強剪断流場では，流体の不安定性を誘発し顕著な変動を生成する擾乱として十分な影響を与えるようになる．また，初期状態依存性の強い乱流状態の流れの計算においては，この誤差は致命的な欠点となりうる．

Multigrid法は近年最も注目されている繰り返し計算法であり，従来の計算法と比べ計算の加速率は非常に大きく計算領域のスケールの繰り返し回数の増加への依存性も小さい．これより，実海域を対象にした局所的な現象を計算するための大スケール計算領域に対しては非常に有効である可能性がある．以下にこの方法を概説する．

実際に設定された計算グリッド（fine gridとする）とfine gridを中心としグリッド間隔がfine gridの２倍である計算セル（coarse gridとする）を考える．Level-2のMultigrid法はこの２倍グリッド間隔のcoarse gridのみを用い，levelが上がるほど，さらに間隔の広いgridも使用する．初期値を得るためにfine grid上で数回ポアソン方程式の計算が繰り返され，その後この結果は残差としてcoarse grid上に補完される．coarse grid上では残差に対するポアソン方程式の繰り返し計算が収束するまで行われる．この繰り返し計算は計算点がfine gridの2^{-2}（２次元)～2^{-3}（３次元）倍に減少しているためその計

算時間は決して大きくない．この残差を再び fine grid に内挿しポアソン方程式の繰り返し計算を行う．この一連の計算過程を圧力が収束するまで繰り返す．残差に対するポアソン方程式の計算は，真値と現段階での値の差を予め全領域に分布させる役割をもつ．

3. 結果

(1) 砂漣上の波動境界層近傍の流体運動

浅水域の海底に生成される砂漣の存在は，波動境界層を剥離させ非常に強い剪断性の強い流速場を誘発するため，海底砂の浮遊や輸送に大きく寄与する．この境界層近傍の流れを正確に解くためには非常に小さな計算セルを配置させる必要があり（このテスト計算ではグリッド幅は0.4mmである），また波浪スケールの流体運動を調べるために少なくとも水面波一波長分の計算領域が必要である．

このテスト計算では，実験室規模の水面波一波長下に95個の砂漣を配置し側方に周期境界条件を与え，上方境界に微小振幅波理論による流速及び圧力を与え計算を行った．地形及び水面波の条件の詳細は表－２に示す．また，この計算における適合座標計算から得た計算グリッドの例を図－１に示す．

図－２は，造波開始後10波目の波下（波頂から波谷に向かってL/8毎にa, b, c, dの順）の砂漣上の渦度分布を表したものである．剥離と共に強い渦度が発生し複雑な時空間変化を示しており，計算時間の観点から不利な条件であることがわかる．

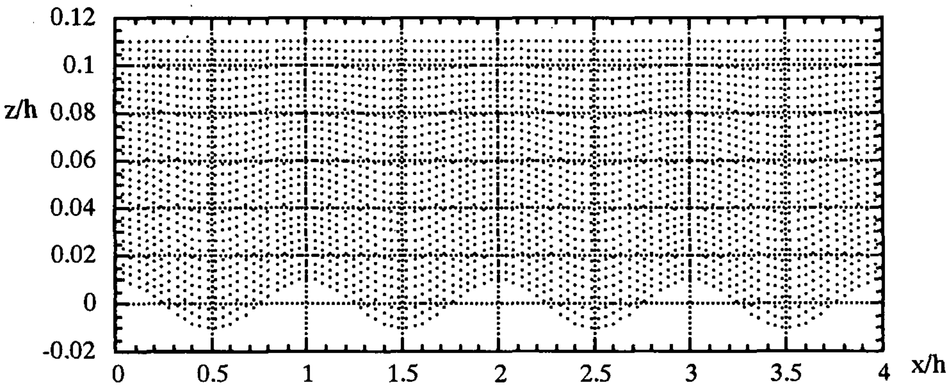
最もシンプルな繰り返し計算法であるGauss-Seidel法（GSとする）が解の収束までに必要とする繰り返し回数の累積と同一許容誤差までに要した累積繰り返し回数の時系列を図－３に示す．明らかにGSによる計算数はMGと比べて極端に多く(GSの計算は3/20周期で打ち切った)，MGの優れた計算高速化の性能を知ることができる．両者の繰り返し回数の比(GS/MG)は約40であり，単純に考えるとこの比に相当する40倍の高速化が図られる．実際，MGの一周期あたりの計算時間は，一般的なPC(pentium3, 600MHz)で約１日であるのに対して，GSでは約一ヶ月を要する．なお，両者の計算法の違いによる結果の差異はほとんどなく，両者は同程度の計算精度を有するといえる．

(2) 浮体構造物を含む波動計算

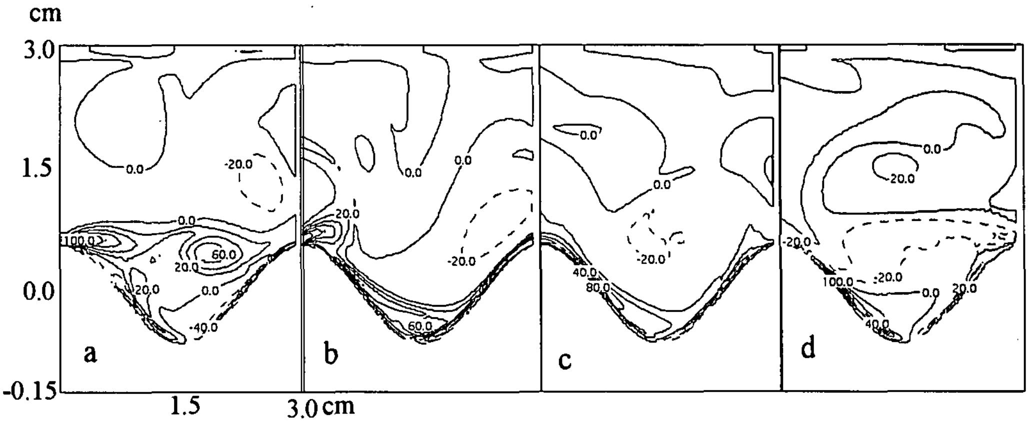
自由水面を有する波動場の数値シミュレーションに対するMGの効果，及び次元の差異に対する計算の高速化の違いについて議論を行うため，ここでは断面二次元及び二次元水槽タイプの三次元計算領域にそれぞれ図－4に示すような固定された浮

表－２　波浪条件及び砂漣形状

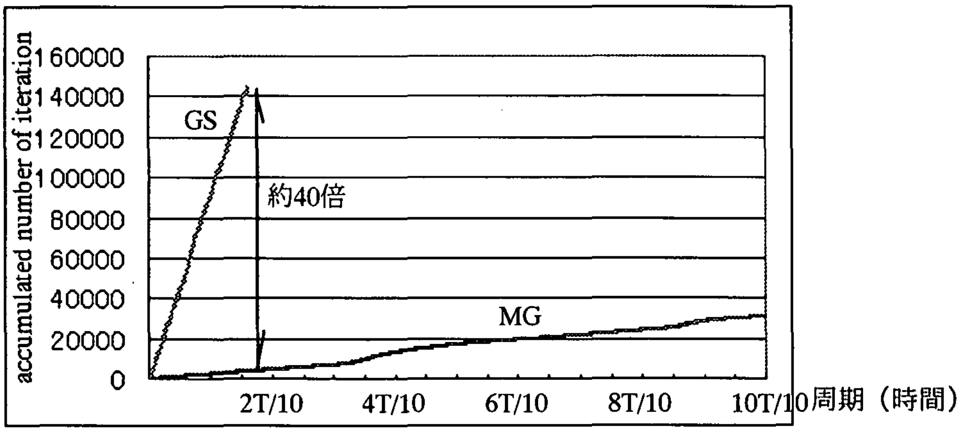
有次元量	波長(L)	水深(h)	波高(H)	周期(T)	一周期あたりの砂漣数(N)	砂漣の波長(Ls)	砂漣の振幅(As)
	285cm	20cm	2.44cm	2.1sec	95	3cm	0.6cm
無次元量	L/h	H/h	Ls/h	As/h	Re(hC/ν)	gh/C^2	座標点数(水平/鉛直)
	14.25	0.122	0.15	0.03	271428	1.0644	3040/75



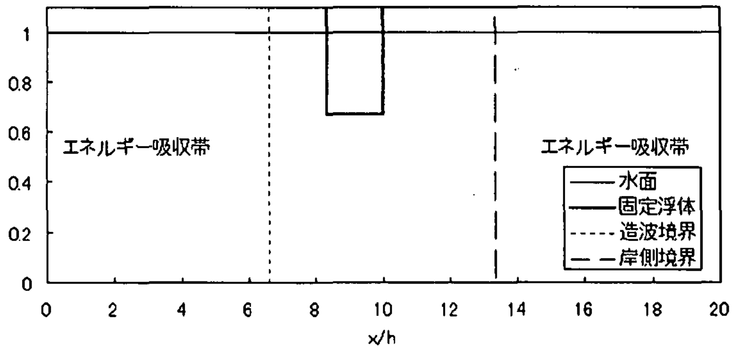
図－１　CASE3, 4に対する座標系及びグリッドポイント



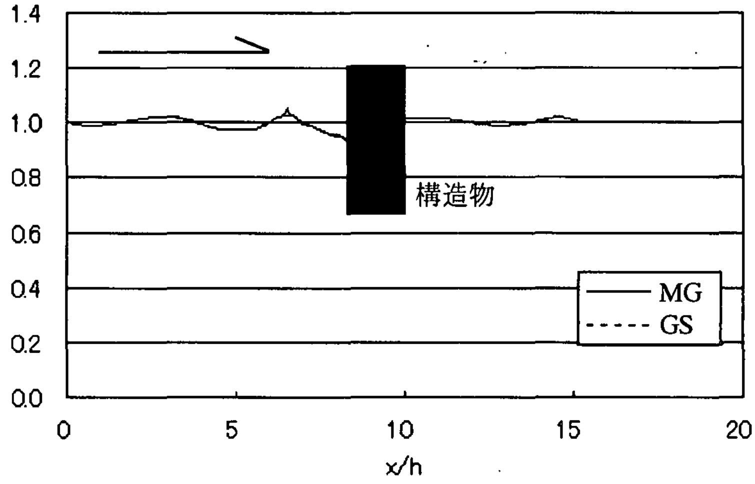
図－２　砂漣上の典型的な渦度分布（a: 波頂下，b:a から L/8 沖側，c:2L/8，d:3L/8）



図－３　CASE3の計算に要する累積収束回数の時系列（造波後２５周期目）



図－４　CASE7に対する計算領域，CASE8に対する計算領域鉛直断面（水平方向には一様）



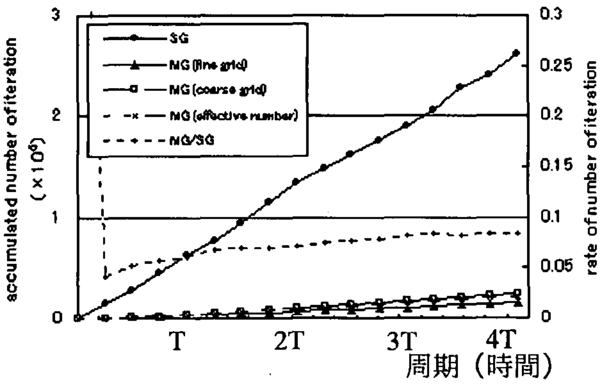
図－５　CASE8（三次元計算）における構造物周辺の水面形の一例

体構造物を設置し，計算領域一方からソース型ストークス三次近似波を造波し両者の方法の収束回数を調べた．

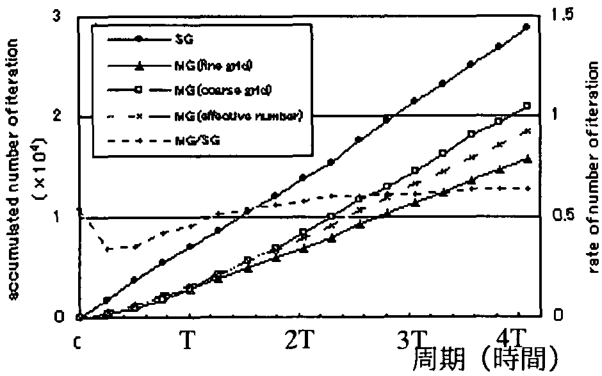
波浪条件は，二次元，三次元計算共に実験室規模で波高1 cm, 周期1.0sec, 水深は30cmに相当し，構造物は図－4に示すスケールのものを採用した．

図－6は，二次元計算における両計算法が要する累積収束回数の時間変化を示したものである．両者の計算法の違いは明らかで，水面を有する計算においてもMGの大幅な効果が確認できる．両者の回数比からMGはGSの約12倍の高速化が為されると考えられるが，前節で比較された水面を有さない計算と比較すると，その効果は大幅に減少する．前節の計算は全く異なる計算条件であり単純に定量的な比較できないが，両者には大きな差があり自由水面の有無による差異と見なすことができる可能性がある．水面外の圧力は大気圧であるため，coarse grid上の残差計算において，水面外はゼロ残差を境界条件としてイレギュラースター法を適用しているが（原理的には妥当な条件と考える），数値的な意味でさらに安定した計算を可能とする条件が存在する可能性がある．これは今後検討すべき点である．

図－7は，三次元計算による同様な比較を表している．fine grid上とcoarse grid上の繰り返し計算回数の両者共に二次元のそれらと比較し急激に増加する（側方の計算グリッドが存在するため総グリッド数は勿論三次元計算の方が多くこれは比較できないが）．また，繰り返し回数低減率も0.6程度に落ち込み計算速度は1.7倍程度しか望めない．この計算効率の次元依存性については，次節の結果と共に議論する．一方，両計算法による計算結果は，図－5で示すように完全に一致している．



図－6　収束反復回数の比較(CASE7)



図－7　収束反復回数の比較(CASE8)

(3) 砕波計算

この節では，発達した乱流を含む三次元波動計算において両計算法を比較する．図－8は，このケースで適用されたグリッドシステムであり，一様底面勾配1 / 20傾斜した座標系をもつ．表－3に示す砕波形態の異なる３つの波浪条件について比較を行った．

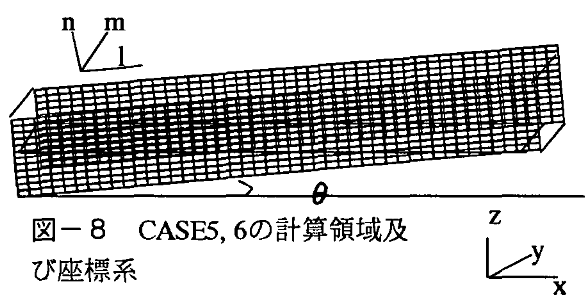
図－9は，巻き波砕波におけるボア領域の典型的な水面形を示している．乱れを含む複雑な水位変動となっているのがわかる．

図－10は，崩れ波砕波(case 1，表－2参照)の両計算法の累積繰り返し回数の比較を表す．MG適用による計算効率の上昇はは約３倍であり，特徴としてcoarse grid上の繰り返し回数が大きく増加する．一方，巻き波砕波の同様な比較（図－10参照）でも同様にcoarse gridにおける収束回数が顕著になるが，崩れ波砕波より非常に大きい乱れや流速変動を有するためGSの収束回数が顕著に増加し結果的に計算効率が上昇する（約４倍の計算速度となる）．

以上の結果より，MGの計算効率は次元が減るほどまた乱れ等流速変動が大きいほど上昇する（単

表－3　波浪条件及び数値条件

Case	1	2	3
砕波形態	崩れ波	巻き波	巻き波
周期T（s）	1.2	2	2
初期水深h（m）	25	25	25
波高水深比H/h	0.45	0.45	0.55
楕円関数の母数m	0.92247	0.9947	0.9974
底面勾配Bs	20		
レイノルズ数Re	389830		
計算領域（x、y、z）	（564，26，41）		
Timestep of Interval	T/1024		
Grid of Interval	0.04		
側方境界条件	周期境界		



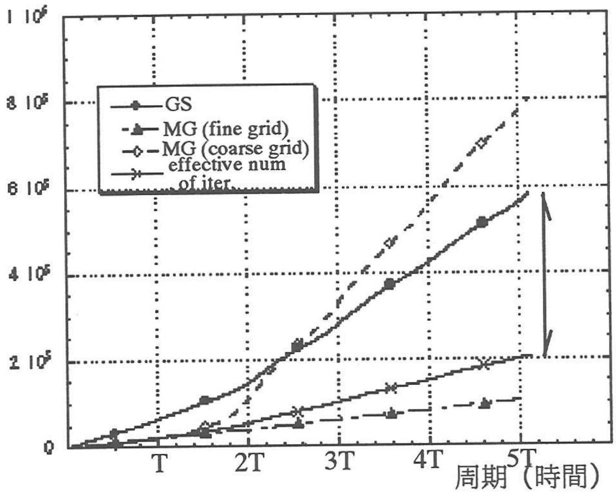
図－8　CASE5, 6の計算領域及び座標系

純な流れに対してはGSでも少ない繰り返し回数で収束するため，両者の差は大きく現れない）．

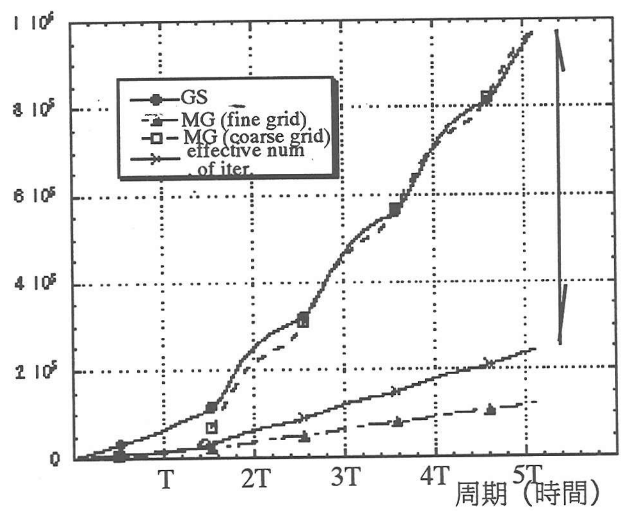
4．結論

(1) 砕波が発生する流速場の計算は一般に反復回数が非常に大きくなる．崩れ波砕波の場合，反復回数はGSと比べてMGは約1/6に抑えられ，概算の計算時間も1/3に低減させることができる．巻き波砕波時にはさらに複雑な流速場が形成されるため，GSによる反復回数は崩れ波のケースと比べ40%以上増加するが，MGは反復回数を殆ど変化させない．反復回数比は1/7～1/8に減少し，計算速度は4～5倍増加する．

図－9　崩れ波砕波のボア領域における典型的な水面形



図－10　崩れ波砕波（三次元）のケースにおける収束反復回数の比較



図－11　巻き波砕波（三次元）のケースにおける収束反復回数の比較

(2) 浮体構造物まわりの水面波をともなう流れのケース(CASE3,4)について次元数の計算時間への依存性を調べた．同様な比較から，二次元計算ではMGはGSの10倍以上の計算速度を実現しているのがわかる．しかしながら，同一の波浪条件における三次元計算では，効率が低下し計算時間は4～5倍程度にとどまる．

(3) MGの計算効率は次元が減るほどまた乱れ等流速変動が大きいほど上昇する

(4) 計算領域外縁で境界条件として進行波の流速及び圧力を与えた自由水面を有しない計算では，約４０倍以上の計算速度の向上を実現した．

(5) MGの計算効率は，自由水面を有しない流れ場の計算で最も良く，水面波の場合，水面の計算法に依存するが一般に効率が低下する．これを改善するためには，数値的に安定した適切な残差に対する水面の境界条件を設定する必要がある．

(6) GSによる結果とMGの結果は，同一であり，精度的な問題はない．

参考文献

1)渡部靖憲・佐伯浩：砕波帯内の流速場のダイレクトシミュレーション，海岸工学論文集，第43巻，pp. 71 - 75，1996．

2)Watanabe, Y. and Saeki, H.:Three-dimensional large eddy simulation of breaking waves, Coastal Engineering Journal, Vol. 41 (3&4), pp. 281 - 301，1999.

3)渡部靖憲，安原幹雄，佐伯浩：大規模旋回渦，斜行渦，３次元砕波ジェットの生成及び発達機構，海岸工学論文集，第46巻，pp. 141 - 145，1999.

4)渡部靖憲，森憲広，佐伯浩：砕波の３次元Large Eddy Simulation, 海岸工学論文集，第45巻，pp. 146 - 150, 1998.

5) Ferziger J. H. and Peric M:Computational Method for Fluid Dynamics, p.480,Springer, 1996.