

水中浮遊式トンネルの初期構造設計法 に関する一考察

ONE INVESTIGATION ON THE INITIAL STRUCTURAL DESIGN
OF SUBMARGED FLOATING TUNNELS

佐藤太裕¹・横濱秀明²・蟹江俊仁³・三上 隆⁴

Motohiro SATO, Hideaki YOKOHAMA, Shunji KANIE and Takashi MIKAMI

¹学生員 修士(工) 北海道大学大学院博士後期課程 工学研究科社会基盤工学専攻
(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

²正会員 修士(工) 国土交通省北海道開発局
(〒080-8585 帯広市西4条南8丁目)

³正会員 博士(工) 北海道大学大学院助教授 工学研究科社会基盤工学専攻
(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

⁴フェロー 工博 北海道大学大学院教授 工学研究科社会基盤工学専攻
(〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

This paper is concerned with modeling for simplified analyses of Submerged Floating Tunnel (S.F.T.). The simple model that we proposed is a beam on elastic foundation. It is known that this modeling of S.F.T. as a beam on elastic foundation is applicable only to a limited range of support stiffness, spacing and flexural rigidity of the tunnel from the aspect of structural mechanics. If this modeling gives satisfactory solution for global behaviors of the structure, it is very effective for designers to assume structural dimensions and evaluate the basic characteristics quickly. In this paper we investigate the applicability of this modeling in applying the structural conditions and dimensions of really assumed S.F.T. to the condition of equivalence between S.F.T. and beams on elastic foundation. Furthermore, we consider the effects of boundary condition when this beam model on elastic foundation can be applied.

Key Words : Submerged Floating Tunnel, initial structural design, beam on elastic supports, beam on elastic foundation

1. はじめに

本研究は水中トンネルの初期計画における構造諸元の決定に必要な情報を, 効率良く引き出すための設計手法の提案を目的としている。水中トンネルは変位の小さい従来の構造物と異なり, その重量, 係留方式, 函体間の連結方法, トンネル両端部での固定方法などによって, 発生する変位や断面力などが大きく変化する特性を持っている。このため, 構造諸元の仮定とその結果生じる応答変位量や断面力を繰り返しフィードバックしながら, 適切と思われる基本構造諸元を設定していくことが初期設計において必要となる。

トンネル縦断方向の全体解析には弾性支承上梁モデルが候補の1つとして挙げられる。しかし水中トンネルは, 動揺を許容するという構造特性から, ト

ンネル函体を安定化させる係留索による局所的な離散ばねの影響が小さく, 一様分布ばねとして扱うことができる場合も予想される。水中トンネルを初期設計の段階でこのようないわゆる弾性床上梁にモデル化可能であるならば, 簡単な理論式により全体挙動の概略把握を行うことができ, 初期構造設計の段階における解析モデルとして非常に有効である。また変形時に係留索取り付け部に応力が集中しないなど構造上有利な点も多い。このことから著者らはこれまで弾性床上梁との等価性について静的, 動的な面から検討を行い, その適用範囲を構造力学的に明らかにしているが^{1), 2)}, さらに本研究では設計の面から有用な情報を得るべく, 文献1), 2)の研究で得られた適用条件をもとに, 実際に想定した水中トンネルの構造諸元に関してその適用可能性を検討することとした。また弾性床上梁と近似できた場

合においてトンネル端部の影響が及ぶ範囲に関する考察を行った。

2. 等価な弾性床上梁への適用条件

(1) 構造力学的にみた適用限界

図-1は係留索配置位置における円形断面の係留方式を示したものである。本研究ではTYPE-1とTYPE-2の形式で係留した場合について、水平、鉛直方向の変形、断面力に関する弾性床上梁理論の適用可能性の考察を行う。図-2はトンネル側面図であり、ここでは係留索を軸方向に等間隔 h で配置した水中トンネルについて考えることとする。

著者らの行った過去の研究によると、基本構造諸元、材料条件より得られる、係留索のトンネルに対する相対的剛性を表す無次元パラメータ K が

$$K = \frac{kh^3}{EI} \leq 1.2 \quad (1)$$

(k : 係留索によるばね定数, h : 係留索配置間隔, EI : トンネル曲げ剛性)

を満たす場合には弾性床上梁とほぼ等価であることが確認されている。これは係留索を離散的なばねとして評価した差分方程式と、弾性床上梁理論により導出される微分方程式の一般解の近似性より得られたものである。またこの条件について動的問題においても検討を行った。その結果、曲げ自由振動および強制振動時の等価性について、その動的特性から静的変形に関する条件式(1)が動的問題についても成り立つことが確認されている。

(2) 想定する水中トンネルへの適用

ここでは式(1)の弾性床上梁への適用範囲を図-1に示す係留索配置形状を軸方向に等間隔に配置した実際に想定する水中トンネルに当てはめて検討し、その適用可能性を探った。検討対象とした水中トンネルは表-1に示す諸条件のもので、トンネル断面、係留索配置形状、配置間隔、水深 L を支配パラメータとした。図-3、図-4はその適用範囲を示したものである。図-3、図-4とも線より上の領域が弾性床上梁に適用可能となる係留索配置間隔と水深の範囲となる。係留索配置間隔が最も大きな影響を及ぼすことは言うまでもない。一般に水平方向の運動について柔軟である構造特性から鉛直方向の運動に比べて適用範囲が広い。また大水深のトンネルにおいては係

表-1 構造条件

トンネルのヤング率	$2.74 \times 10^{10} [\text{N/m}^2]$
係留索のヤング率	$2.06 \times 10^{11} [\text{N/m}^2]$
水面からのクリアランス	30[m]
係留索配置傾角(TYPE-1)	30°

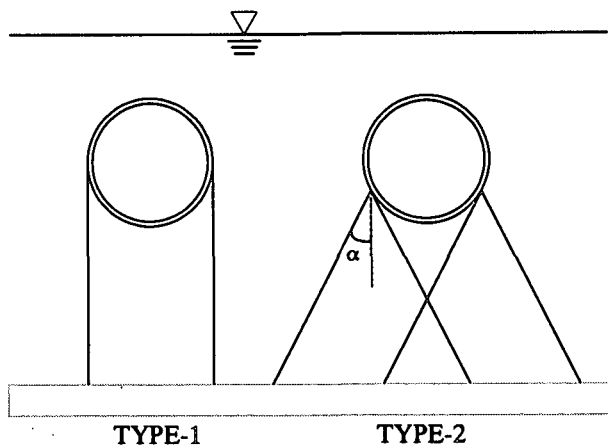


図-1 係留方式

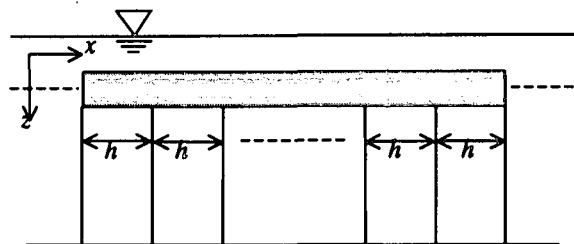


図-2 側面図

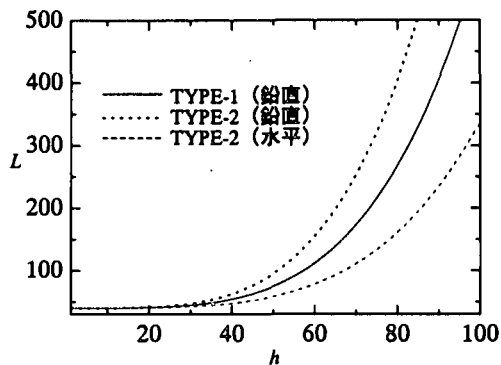


図-3 適用範囲 (トンネル外径: 20m, 内径: 18m, 各線より上の領域が弾性床上梁に適用可能)

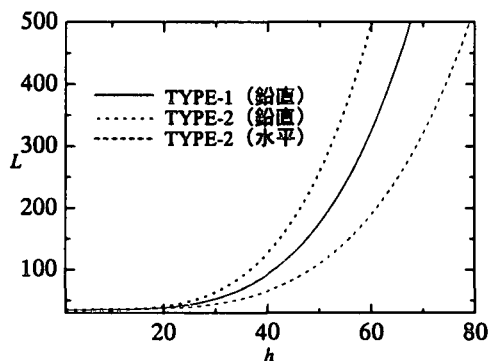


図-4 適用範囲 (トンネル外径: 10m, 内径: 9m, 各線より上の領域が弾性床上梁に適用可能)

留索による復元力の影響が小さくなることから適用できる場合が多くなる。

なおTYPE-1の水平方向の運動については図中には示していないが、これは係留索の水平方向ばね定数が非常に小さいことから、本研究で提案した適用範囲を概ね満たすことが確認されたためである。

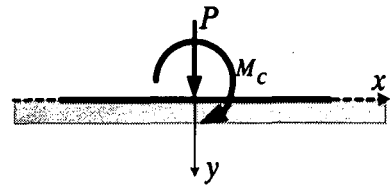


図-5 集中荷重及び集中モーメントが作用した弾性床上梁モデル

3. 境界の影響範囲の考察

次に弾性床上梁と等価である場合における境界の影響範囲に関する考察を行う。境界の影響が非常に小さい範囲においては、弾性床上梁は支配微分方程式より得られる特解の性質のみにより応答が決定されると考えられることから、影響範囲は初期設計上非常に有効な情報である。

もし弾性床上梁とみなすことができるならば、境界は一般的には図-5において y 方向のたわみ、たわみ角、および x 軸回りのねじり変形を拘束するものが考えられる。つまりこの場合は境界において集中力、集中モーメントが変形を拘束する力としてそれぞれ作用していることとなる。このことから境界の影響範囲は弾性床上無限長梁に作用する集中荷重および集中モーメントによる変形、断面力が作用点からどの程度離れると収束するかを調べることで知ることができるといえる。ここでは図-5に示す x - y 平面上の変形を考えることとする。すなわち集中荷重、集中曲げモーメントが $x=0$ 点に作用した場合の影響が及ぶ範囲を考える。

弾性床上梁の支配微分方程式は $\xi (=x/h)$ 点における y 方向のたわみを $v(\xi)$ とすると次式で表される。

$$\frac{d^4 v(\xi)}{d\xi^4} + \frac{k'h^4}{EI} v(\xi) = 0 \quad (2)$$

ここで k' は弾性床のばね定数を表す。もし前述の係留索を離散的に配置した水中トンネルと弾性床上梁が等価であるならば、弾性床のばね定数は係留索のばね定数を配置間隔で平均化できると考えられる。言い換えると $k' = k/h$ となる。このことを考慮すると式(2)は次式のように書き換えられる。

$$\frac{d^4 v(\xi)}{d\xi^4} + K v(\xi) = 0 \quad (3)$$

つまり等価な弾性床上梁の支配方程式は、無次元パラメータ K が用いて記述されることとなる。この支配方程式の一般解は無限遠 ($x \rightarrow +\infty$) におけるたわみの収束を考慮すると次式となる。

$$v(\xi) = e^{-\lambda\xi} (C_1 \cos \lambda\xi + C_2 \sin \lambda\xi) \quad (4)$$

ここで、 $\lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4}}$ 、 C_1 、 C_2 : 積分定数。

(1) 集中荷重作用時の変形、断面力

集中荷重 P が $x=0$ 点に作用した場合のたわみ $v(\xi)$ 、たわみ角 $\varphi(\xi)$ 、曲げモーメント $M(\xi)$ 、およ

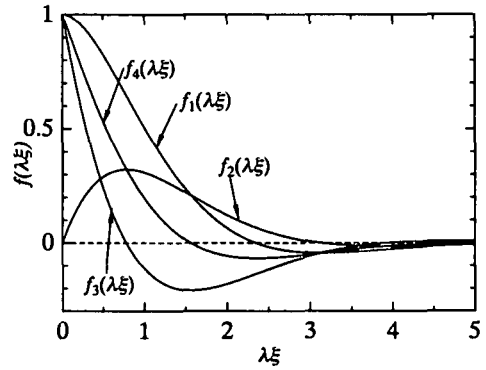


図-6 $f_1(\lambda\xi) \sim f_4(\lambda\xi)$

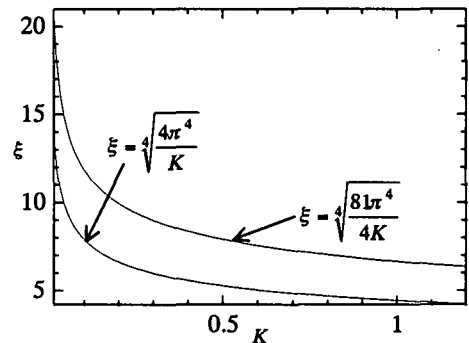


図-7 境界の影響範囲

びせん断力 $S(\xi)$ については、 $x=0$ 点におけるたわみ角とせん断力の条件よりそれぞれ次式が導かれる。

$$\frac{v(\xi)}{h} = \frac{P\lambda}{2k'h^2} e^{-\lambda\xi} (\cos \lambda\xi + \sin \lambda\xi) = \frac{P_0}{2} f_1(\lambda\xi) \quad (5)$$

$$\varphi(\xi) = -\frac{P\lambda^2}{k'h^2} e^{-\lambda\xi} \sin \lambda\xi = -P_0 \lambda f_2(\lambda\xi) \quad (6)$$

$$\frac{M(\xi)h}{EI} = \frac{P\lambda^3}{k'h^2} e^{-\lambda\xi} (\cos \lambda\xi - \sin \lambda\xi) = P_0 \lambda^2 f_3(\lambda\xi) \quad (7)$$

$$\frac{S(\xi)h^2}{EI} = -\frac{2P\lambda^4}{k'h^2} e^{-\lambda\xi} \cos \lambda\xi = -2P_0 \lambda^3 f_4(\lambda\xi) \quad (8)$$

ここで、 $P_0 = \frac{P\lambda}{k'h^2}$ なる無次元量である。

(2) 集中曲げモーメント荷重作用時の変形, 断面力
集中曲げモーメント M_c が $x=0$ 点に作用した場合も(1)と同様に $x=0$ 点におけるたわみと曲げモーメントの条件より変形, 断面力がそれぞれ次式のように表される.

$$\frac{v(\xi)}{h} = \frac{M_c \lambda^2}{k'h^3} e^{-\lambda\xi} \sin \lambda\xi = M_0 f_2(\lambda\xi) \quad (9)$$

$$\varphi(\xi) = \frac{M_c \lambda^3}{k'h^3} e^{-\lambda\xi} (\cos \lambda\xi - \sin \lambda\xi) = M_0 \lambda f_3(\lambda\xi) \quad (10)$$

$$\frac{M(\xi)h}{EI} = \frac{2M_c \lambda^4}{k'h^3} e^{-\lambda\xi} \cos \lambda\xi = 2M_0 \lambda^2 f_4(\lambda\xi) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{S(\xi)h^2}{EI} &= -\frac{2M_c \lambda^5}{k'h^2} e^{-\lambda\xi} (\cos \lambda\xi + \sin \lambda\xi) \\ &= -2M_0 \lambda^3 f_1(\lambda\xi) \end{aligned} \quad (12)$$

ここで, $M_0 = \frac{M_c \lambda^2}{k'h^3}$ なる無次元量である.

(3) 影響範囲に関する考察

式(4)から式(12)中の $f_1(\lambda\xi) \sim f_4(\lambda\xi)$ は荷重の影響が及ぶ範囲を示す関数であると考えられる. 結局これらの関数の特性のみにより影響範囲が決定されることとなる. 図-6は変形, 断面力の式に表れる $f_1(\lambda\xi) \sim f_4(\lambda\xi)$ を表したものである. これらの関数はいずれも指数関数と三角関数の積であり, 図-6からもわかるとおり, $\lambda\xi$ の増加とともに値が急激に減少する特性を有している. つまり弾性床上梁において境界が及ぼす影響も, 離れるにしたがい指数関数的に小さくなるといえる. 具体的には, $\lambda\xi = \pi$ では変形及び断面力は大きなものでも4.4%以下, $\lambda\xi = 1.5\pi$ となると1%以下になることがわかった. 以上よりトンネル端部から ξ が次式を満たす位置の解析は境界の影響を無視しても差し支えないといえる.

$$\xi > \frac{\pi}{\lambda} \sim \frac{1.5\pi}{\lambda} = \sqrt[4]{\frac{4\pi^4}{K}} \sim \sqrt[4]{\frac{81\pi^4}{4K}} \quad (13)$$

上式が影響範囲をあらわす条件式となる. ここで ξ は座標 x を配置間隔 h で無次元化したものであることから, 離散的なばねを考慮した場合における境界からの係留索軸方向配置数を表す. 図-7は式(13)の影響範囲を図示したもので, 図の実線より上の領域に存在する ξ だけ境界から離れた点では境界の影響を無視しうることとなる.

4. まとめ

本研究は水中浮遊式トンネルの初期構造設計の際に弾性床上梁へのモデル化を考え, その適用範囲を想定される構造体に当てはめることで概略把握したものである. また支配方程式の一般解からは導出されない境界の影響範囲について, 集中荷重および集中モーメントが作用した場合の関数形からその評価を行った. その結果得られた知見をまとめると以下の通りである.

- (1) 水中浮遊式トンネルを弾性床上梁とみなすことができる適用範囲を, 係留形式, 断面径別に鉛直, 水平方向の特性について示した. 水平方向は鉛直方向に比べ柔軟であり, 弾性床上梁に置き換えられる条件がゆるい. 特にTYPE-1の水平方向の運動についてはおおむね弾性床上梁とみなすことが可能である.
- (2) 弾性床上梁と等価であるとみなすことができる場合, 境界が及ぼす影響範囲は, 係留索のトンネルに対する相対的剛性を表す無次元パラメータ K のみにより表すことができる. その条件式は次式となる.

$$\xi > \frac{\pi}{\lambda} \sim \frac{1.5\pi}{\lambda} = \sqrt[4]{\frac{4\pi^4}{K}} \sim \sqrt[4]{\frac{81\pi^4}{4K}}$$

ここで ξ は境界からの係留索軸方向配置数を表す.

参考文献

- 1) 佐藤太裕, 蟹江俊仁, 三上 隆: 水中浮遊式トンネル解析における等価な弾性床上梁モデルについて, 構造工学論文集, Vol.46A, pp.41-49, 2000.
- 2) 佐藤太裕, 蟹江俊仁, 三上 隆: 動的問題における水中浮遊式トンネルと弾性床上梁の等価性に関する検討, 構造工学論文集, Vol.47A, pp.1-8, 2001.
- 3) Ellington, J.P.: The beam on discrete elastic supports, *Bulletin of the International Railway Congress Association*, Vol.34, No.12, pp.933-941, 1957.
- 4) Hetenyi, M.: Beams on elastic foundation, *The University of Michigan Press*, 1974
- 5) (社)水中トンネル研究調査会: 水中トンネル 第I編 計画から設計施工まで, 第II編 ケーススタディー, 1995.
- 6) 鈴木英之, 吉田宏一郎: 超大型浮体の構造挙動および構造設計に関する考察, 日本造船学会論文集, 第178号, pp.473-483, 1995.
- 7) 坪郷 尚, 岡田博雄: 弾性支床の上の梁モデルによる長大浮体構造の動的撓み挙動特性に関する考察, 日本造船学会論文集, 第181号, pp.289-298, 1997.