

係留索の自重変形が水中係留浮体の復元力に与える影響について

EFFECT OF SELF-WEIGHT DEFORMATION OF MOORING LINE ON THE RESTORING FORCE OF SUBMERGED FLOATING STRUCTURE

蟹江 俊仁¹・三上 隆²

Shunji Kanie and Takashi Mikami

¹正会員 工博 北海道大学大学院 助教授 工学研究科 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

²正会員 工博 北海道大学大学院 教授 工学研究科 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

In case of submerged floating structures moored by inclined tension legs, unpredictable slack and snap are occasionally observed in experiment under severe wave condition. The authors assume that the non-linearity in restoring force is caused by the self-deformation of tension leg, usually called catenary curve, decided by the balance of self-weight and buoyancy of leg. In this paper, the non-linearity in restoring force is investigated first with varying the self-weight and buoyancy as well as the inclination angle of tension leg. The effects brought by the non-linearity in restoring force on the dynamic characteristics of SFT is discussed and the dynamic response of SFT due to wave is compared with those assuming its linearity. As a conclusion, how the non-linearity affects on the dynamic response of SFT is reported as well as some important findings.

Key Words : tension leg, catenary, restoring force, mooring line, dynamic response, non-linear

1. はじめに

水中トンネルのような水中係留浮体構造物は、波浪や潮流、地震といった様々な外力の作用を受ける。これらの外力に対する動揺を制御し安定性を保持するためには、鉛直面に対してある傾角をもたせた索（斜レグ）による係留が効果的と考えられ、これまでに計画された同種の構造物において、斜レグによる係留方式が提案されている^{1), 2), 3)}。斜レグを用いる場合、レグ自身の重量による変形を抑制するため、中空断面を採用してレグの自重と浮力を釣り合わせるなど考えられる。その結果、レグによる復元力は線形性を仮定できることになるが、その一方で断面径の増大によるレグへの作用流体力の増加も発生する。また、室内実験においては中空断面レグのモデル化が困難になるなどの課題もあり、レグ自身の変形が復元力に与える影響について把握することは重要と考える。事実、中空断面を採用せず、線形復元力だけを合わせるようにして行った模型実験では、波浪条件が厳しくなるにつれ、レグの張力変動に非線形性が現われ、思わぬスラック（レグのたるみ）やスナップ（たるみが生じた後に張力が回復する際の衝撃的な張力）が発生することが報告され

ている⁴⁾。著者らは、この現象がレグの自重変形によりもたらされる非線形復元力に起因するものと仮定し、動揺特性に与える影響を検討することとした。レグの自重変形とは、レグに作用する浮力と自重との差し引きの結果生じる変形で、いわゆるカテナリー曲線で表現されるものである。しかし、シンカーなどを併用した通常の浮体のカテナリー係留の場合、その復元力は主として水平方向に寄与するものとして扱われ、鉛直方向については浮体に作用する静水圧の影響が支配的である。これに対し、完全没水型の水中構造物の場合、鉛直方向の動揺が静水圧合力に変化を与えないため、レグによる復元力だけに依存することになる。このようにカテナリー係留だけで水平・鉛直両方向の運動が支配される構造物の動揺を扱った例は見当たらず、環境荷重に対する水中係留浮体の安全性を評価するために重要な情報を提供するものと考えられる。

本研究では、レグの自重と浮力のバランス等を変化させながら、動的挙動についての計算を行なった。その結果、復元力の非線形性が水中係留浮体の動揺特性に与える影響は大きく、線形性を前提として求められた許容荷重は、条件により20%以上低減して考えなければならないことなどが明らかになった。

2. 斜レグによる復元力

(1) 線形復元力

図-1は、鉛直面に対し θ の角度を有する斜レグによる係留状態を示している。微小変形理論を適用すれば、この時の水平、鉛直両方向の復元力は式(1)および式(2)で与えられる。

$$K_{xx} = \frac{F_x}{\delta x} = \frac{4EA \sin^2 \theta}{L} \quad (1)$$

$$K_{zz} = \frac{F_z}{\delta z} = \frac{4EA \cos^2 \theta}{L} \quad (2)$$

ここで、 E と A はそれぞれ、レグの弾性係数とレグの断面積を示している。 L は斜レグの長さである。レグに作用する張力 T は式(3)で求められる。

$$T = T_0 \pm \frac{F_x}{4 \sin \theta} + \frac{F_z}{4 \cos \theta} \quad (3)$$

ここに、 T_0 ：初期張力； F_x, F_z ：構造物に作用する水平および鉛直力である。

初期張力は、各々のレグの端部に作用する上向き力 f に基づいて計算される。すなわち、

$$T_0 = \frac{f}{\cos \theta} \quad (4)$$

本論文では、作用外力は調和振動するものと仮定し、その水平、鉛直方向成分は、式(5)で与えられるものとする。

$$F_x(t) = F_{x \max} \sin(\omega t), \quad F_z(t) = F_{z \max} \cos(\omega t) \quad (5)$$

ここに ω ：作用外力の角速度。

式(5)を式(3)に代入することにより、張力は式(6)で与えられる。

$$T = T_0 \pm \frac{F_{x \max} \sin(\omega t)}{4 \sin \theta} + \frac{F_{z \max} \cos(\omega t)}{4 \cos \theta} \quad (6)$$

水平方向と鉛直方向の最大値の比 α を、レグ傾角に合わせて $\tan \theta$ とすれば、スラック状態、すなわち $T=0$ となる $F_{x \max}$ と $F_{z \max}$ は式(7)となる。

$$F_{x \max} = F_{xsl} = \frac{4}{\sqrt{2}} f \tan \theta, \quad F_{z \max} = F_{zsl} = \frac{4}{\sqrt{2}} f \quad (7)$$

式(7)は、外力が調和振動する時のスラック発生限界荷重であり、 F_{xsl}, F_{zsl} と定義する。この時の水平、鉛直両方向の変位は、スラック発生限界変位 x_{sl}, z_{sl} と定義し、式(8)で表わすものとする。

$$x_{sl} = \frac{F_{x \max}}{K_{xx}} = f \tan \theta \frac{L}{\sqrt{2EA \sin^2 \theta}}$$

$$z_{sl} = \frac{F_{z \max}}{K_{zz}} = f \frac{L}{\sqrt{2EA \cos^2 \theta}} \quad (8)$$

(2) 非線形復元力

a) 基本式

レグの自重変形を考慮して図-2に示すような変形を仮定すると、その形状は式(9)に示す非線形方程式により与えられる。

$$\frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{w_0}{H} \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} = 0 \quad (9)$$

ここに、 w_0 ：単位長さ当りのレグの重量、 H ：張力の水平方向成分。

式(9)を解くことによりレグの変形が式(10)のように求められる。

$$z = \frac{1}{2} \left(h + L \coth\left(\frac{w_0 l}{2H}\right) \right) - \frac{h \sinh\left(\frac{w_0 l}{2H} - \frac{w_0}{H} x\right) + L \cosh\left(\frac{w_0 l}{2H} - \frac{w_0}{H} x\right)}{2 \sinh\left(\frac{w_0 l}{2H}\right)} \quad (10)$$

式(10)の L は伸びを考慮しない初期状態での長さであり、自重変形後のレグ長さ L_d は下式(11)で求められる。

$$L_d = \int ds = \int \sqrt{dx^2 + dz^2} = \int \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx \quad (11)$$

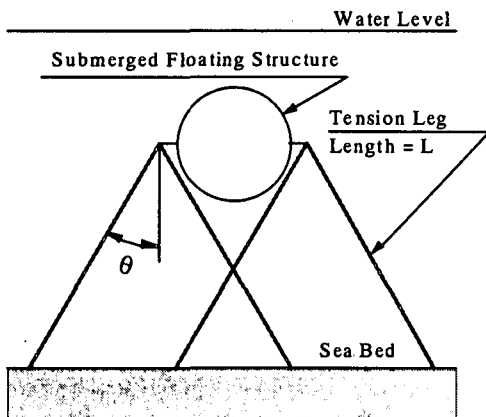


図-1 二次元モデル図

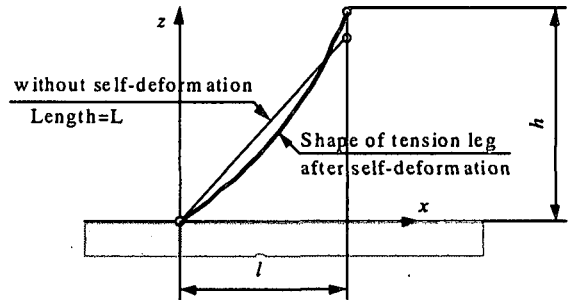


図-2 斜レグの自重変形

ここに,

$$\frac{dz}{dx} = \frac{w_0}{H} \frac{h \cosh\left(\frac{w_0}{2H}l - \frac{w_0}{H}x\right) + L \sinh\left(\frac{w_0}{2H}l - \frac{w_0}{H}x\right)}{2 \sinh\left(\frac{w_0}{2H}l\right)} \quad (12)$$

したがって, L_d は最終的に式(13)となる.

$$L_d^2 = h^2 + l^2 \frac{\sinh^2\left(\frac{w_0}{2H}l\right)}{\left(\frac{w_0}{2H}l\right)^2} \quad (13)$$

なお, レグの弾性伸び ΔL_e は式(14)から計算され, レグの初期長さ L と式(15)のように関係付けられる.

$$\Delta L_e = \frac{H}{2EA} \left[l + \left(L^2 + h^2 \right) \frac{w_0}{2H} \coth \frac{w_0 l}{2H} \right] \quad (14)$$

$$L_d = L + \Delta L_e \quad (15)$$

b) 復元力の計算

レグの端部が, 外力 F_x と F_z の作用により静止状態(l_0, h_0)から(l, h)に移動したとすると, 全エネルギー Π_{total} は式(16)で表される.

$$\Pi_{total} = \Pi_e + \Pi_p + \Pi_s \quad (16)$$

- Π_e : 外力によるエネルギー
- Π_p : レグのポテンシャルエネルギー
- Π_s : レグのひずみエネルギー

各々の項は以下に示すが, レグを十分に細かく離散化した上で, 式(17)を適用することにより, 荷重と変位の関係が数値的に求められる.

$$\frac{\partial \Pi_{total}}{\partial F_x} = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial \Pi_{total}}{\partial F_z} = 0 \quad (17)$$

- ・外力によるエネルギー
外力によるエネルギーは式(18)により求められる.

$$\Pi_e = F_x(l_0 - l) + F_z(h_0 - h) \quad (18)$$

- ・レグのポテンシャルエネルギー
初期状態にある時のレグのポテンシャルエネルギーは $\frac{1}{2}w_0 l_0 h_0$ で表される. したがって, 変位・変形後のエネルギーは下式(19)となる.

$$\begin{aligned} \Pi_p &= \int w_0 / (1 + \varepsilon(x)) z(x) ds - \frac{1}{2} w_0 l_0 h_0 \\ &= \int_0^l w_0 / (1 + \varepsilon(x)) z(x) \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} dx - \frac{1}{2} w_0 l_0 h_0 \quad (19) \\ &\approx \sum_{\pi} w_0 / (1 + \varepsilon_i) z_i \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\Big|_{x=x_i}\right)^2} \Delta x - \frac{1}{2} w_0 l_0 h_0. \end{aligned}$$

ひずみ ε_i と弾性伸び ΔL_i は, 任意の要素 i について式(20)で与えられる.

$$\varepsilon_i = T_i / EA, \quad \Delta L_i = \varepsilon_i ds = \varepsilon_i \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\Big|_{x=x_i}\right)^2} \Delta x \quad (20)$$

要素 i に作用するテンション T_i は式(21)となる.

$$T_i = \sqrt{H^2 + V_i^2} = H \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\Big|_{x=x_i}\right)^2} \quad (21)$$

・ひずみエネルギー

レグの弾性変形によるひずみエネルギーは式(22)で表される.

$$\begin{aligned} \Pi_s &= \int \sigma \varepsilon dV \approx \sum_{\pi} \frac{1}{2} EA \varepsilon_i^2 ds \\ &= \sum_{\pi} \frac{1}{2} EA \varepsilon_i^2 \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\Big|_{x=x_i}\right)^2} \Delta x \quad (22) \end{aligned}$$

3. 静的つりあい状態での復元力の変化

まず, 構造物に静的な外力を作用させることにより, レグによる復元力の非線形性が変位に与える影響を調べることとする. 式(1), 式(2)にも示したとおり, 線形性を仮定した場合, 水平, 鉛直両方向の復元力は独立に求められる. この時の復元力コンター図を図-3に示した. 復元力はスラック発生限界荷重 F_{xsl} と F_{zsl} で正規化しており, 水平・鉛直軸の変位は, スラック限界変位で正規化した. 線形復元力の場合, 水平方向, 鉛直方向の復元力コンターが直交する形となる. 図中に示したグレーのプロットは, 水平ならびに鉛直方向の最大荷重強度が F_{xsl} と F_{zsl} となる周期変動外力($F_{xsl} \sin \omega t, F_{zsl} \cos \omega t$)が作用した時の静的なつりあい点を示したもので, 明らかに最大変位1.0の円形形状を示している.

もし, レグの変形による非線形復元力を考慮すると, 復元力コンター図は図-4のように変形する. 図から明らかのように, 線形に近い復元力を呈するのは初期状態の(0.0, 0.0)近傍のみで, 特に z が負の領域で大きな水平変位を生じた場合は, 大きく復元力が劣化していることが分かる.

線形復元力を仮定した場合、スラックが最も発生しやすくなるのは、周期変動する外力の位相が $\omega t = 3\pi/4$ あるいは $5\pi/4$ (z軸からの回転角) に達した時で、図中の左下あるいは右下に向かう変位が生じる時である。そこで、この荷重が作用した時に生じる変位を、レグの重量とレグ端部に常時作用する上向力 f の比 $r = (w_0 L / f)$ を変えながら計算した結果が図-5である。鉛直軸の変位は、線形復元力を仮定した場合に予想される変位で無次元化したもので、変位の増加程度を示している。非線形復元力の場合は、レグ重量の増加 ($w_0 L$) に伴い、変位が増大していくことがわかり、特に鉛直方向の変位 (z) に顕著に表れること分かる。

4. 動的応答計算結果

(1) 運動方程式

二次元の運動方程式は式(23)に示す通りである。

$$\{M + M_s\} \ddot{x} + R_s = F \quad (23)$$

M : 構造物の質量

M_s : 構造物の付加質量 (円形断面を想定し、構造物による排水質量に同じとした)

R_s : 変位 (x, z) の関数で与えられる復元力

F : 構造物に作用する外力

この運動方程式を、時系列解析で解くことになる。時間差分には線形加速度法を適用し、変位速度、変位加速度を、下式のように規定した。

$$\dot{x}_{i+\Delta t} = \frac{3}{\Delta t} \{x_{i+\Delta t} - x_i\} - 2\dot{x}_i - \frac{1}{2} \Delta t \ddot{x}_i \quad (24)$$

$$\ddot{x}_{i+\Delta t} = \frac{6}{\Delta t^2} \{x_{i+\Delta t} - x_i\} - \frac{6}{\Delta t} \dot{x}_i - 2\ddot{x}_i \quad (25)$$

上式(24)、(25)の関係を式(23)に代入し、各時刻ステップごとに収束計算を行った。

(2) 解析モデルと解析条件

構造物の形状は円形を仮定し、外力には波浪荷重を想定した水平、鉛直両方向に同周期で変動する周期外力を適用した。構造物のイメージは図-1と同じである。もし、構造物の径、比重などの諸元が与えられれば、レグ端部に作用する上向力 f は容易に計算できる。動揺によってもスラックが発生しないとすれば、張力の最大値は初期張力の2倍、すなわち $2T_0$ を超えることはないと考えられる。その場合でもレグは降伏しないとすれば、レグに要求される必要断面積 A_{req} は、降伏強度 σ_y と安全率 S_F から次のように求められる。

$$A_{req} = \frac{2T_0}{\sigma_y} \cdot S_F \quad (26)$$

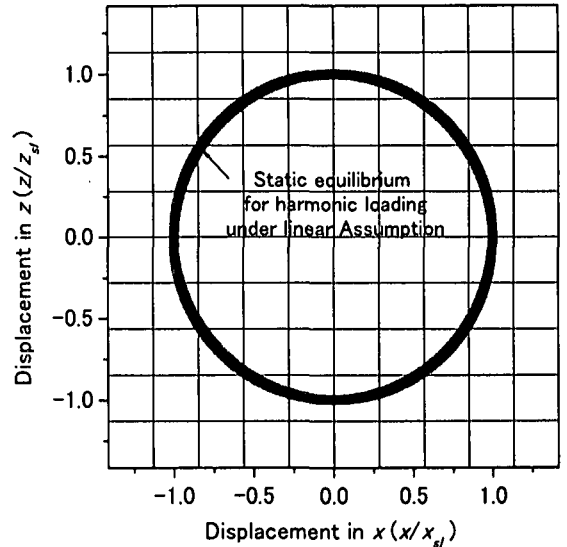


図-3 線形復元力を仮定した場合の復元力コンター図

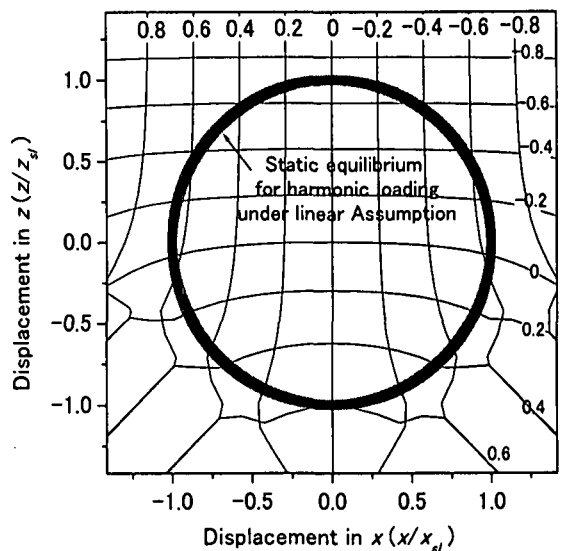


図-4 レグの変形を考慮した非線形復元力のコンター図

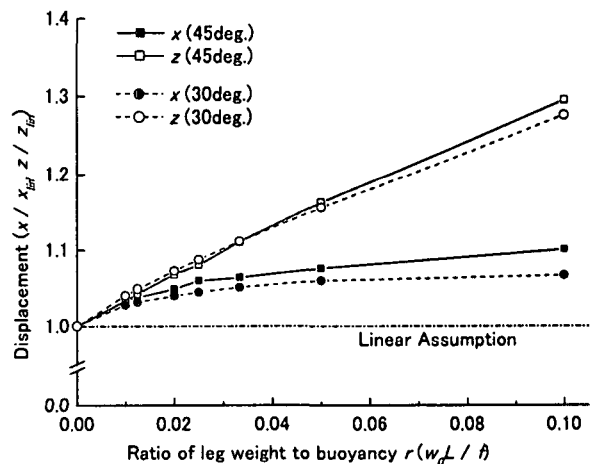


図-5 スラック発生荷重が作用した時の発生変位の比較

表-1は計算に用いた数値の一覧である。作用荷重の角速度は、周期10秒の波浪を想定して、 $\omega = 0.628$ rad/secとした。

表-1 計算に用いた定数ならびに変数

Item	Value	Unit
Yield strength of leg σ_y	300	MPa
Density of leg* ρ (for steel)	6.85	-
Safety factor for leg S_F	2.0	-
Ratio of leg weight $r (=w_0L / f)$	0.01-0.10	-
Length of leg L	7.74-77.42	m

* ρ はレグに作用する浮力分を考慮して設定。

(3) 構造物の運動

図-6は、変動外力の作用により生じる構造物の運動軌跡の一例を示している。外力の荷重強度は、スラック発生限界荷重の50%の時のものである。グレーで示されているのは、線形復元力を仮定した場合に算出される軌跡で、スラック発生限界変位で無次元化してある。作用荷重強度が50%になっているのに対応して、その変位の軌跡も振幅が0.5の円形になっている。非線形解析にあたって、その初期条件には線形復元力下で定常運動する場合の変位、速度を採用した。この系には減衰項を導入していないため、初期条件に起因する周期的な振動成分が若干残っている。図から明らかなように、非線形復元力を考慮すると、スラック発生限界荷重の50%程度の外力においても、線形復元力を前提にした変位より相当地に大きな応答が発生することが分かる。特に水平方向変位は、線形復元力下でスラック発生限界荷重が作用した時の変位の80%近くまで達している。

(4) 応答変位

図-7は、作用する荷重強度を変化させながら、発生する最大変位を見たものである。この場合、レグの傾斜角は 45° に固定している。変位ならびに荷重強度は、線形復元力のもとで予想される変位、およびスラック発生限界荷重で正規化した。

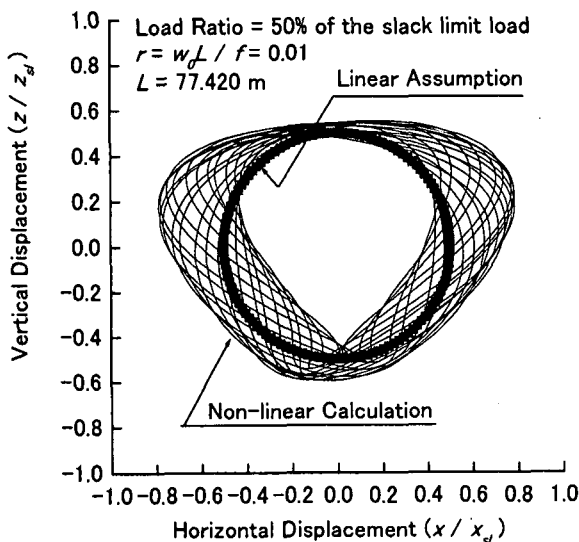


図-6 周期変動荷重作用時の構造物の運動軌跡

図-7から明らかなように、レグの重量がレグ端部に作用する上向力に比べて0.01 (1%) と小さい場合、変位の増大傾向はほとんど見られない。一方、レグの重量が大きくなってその比が0.1 (10%) に近づいてくると、作用外力の荷重強度の増加に併せて変位も増大してくることが分かる。

(5) レグの張力

レグに作用する張力の最大値、最小値を示した図が図-8である。レグの傾角 45° の場合(図-8(a))、レグ重量の端部上向力に対する比 $r (w_0L / f)$ が0.02と小さければ、張力は線形復元力を仮定した場合の張力とほぼ変わらず、一定値を示している。これは、レグの変形による非線形性が、張力変動に深刻な影響を与えないということを示している。しかし、作用する荷重強度がスラック発生限界荷重の80%程度になってくると、急激な最小張力の低下が見られ、90%でスラックが発生している。レグ重量の上向力に対する比 $r (w_0L / f)$ が0.05あるいは0.10と大きいケースでは、作用する荷重強度の増加にしたがって、徐々に最大張力の増加、および最小張力の低下が生じている。この場合、スラック発生限界荷重の80%程度を超えると最小張力は突然低下し、スラックが発生していると考えられる。

同様の傾向は、図-8(b)に示したレグ傾角 30° の場合でも見られる。しかし、スラックが発生する荷重強度については差異が見られ、 45° の場合よりも小さな荷重強度でスラックが発生すると考えられる。

これらの解析結果は、スラック発生限界荷重よりも小さな荷重強度でもレグ張力に非線形性が見られるとした過去の実験結果⁴⁾と符合するものであり、その発生原因の一つであることが裏付けられたと考えられる。

図-9は、レグに作用する張力の時間的変化の一例を示したもので、線形復元力を仮定した場合の張力変動と比較して示している。

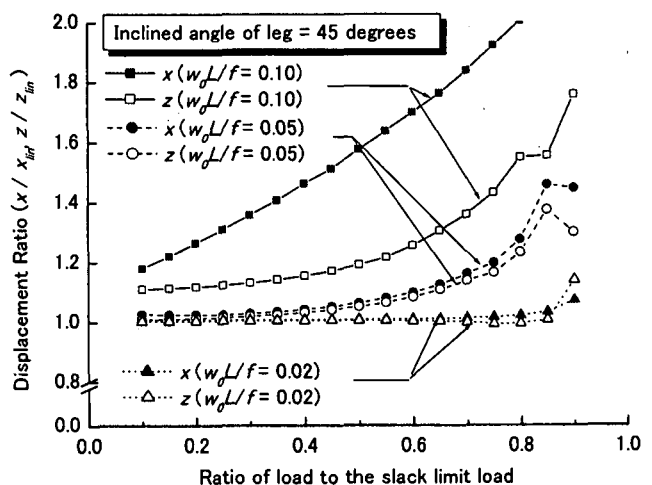
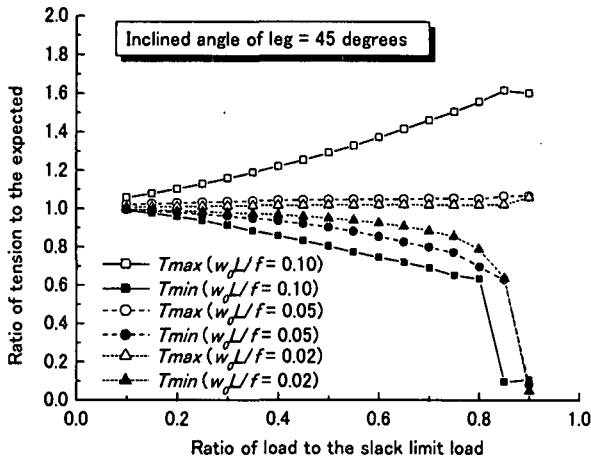
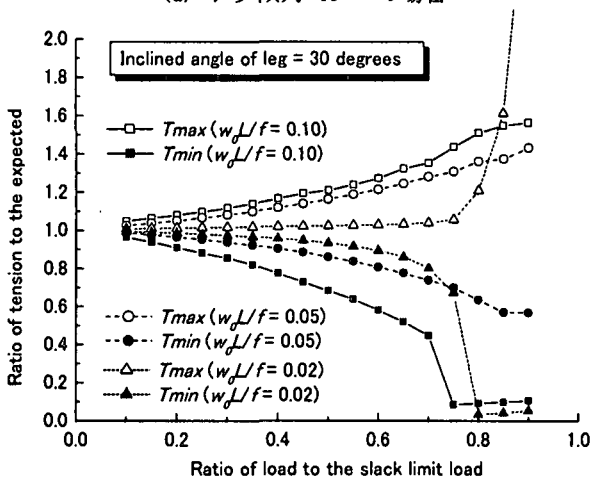


図-7 作用荷重強度と応答変位

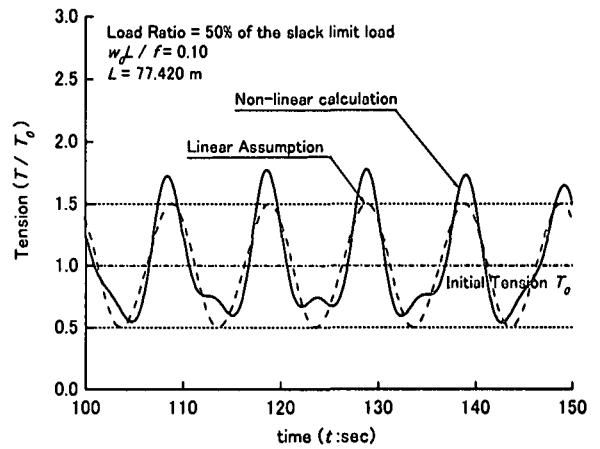


(a) レグ傾角 45° の場合

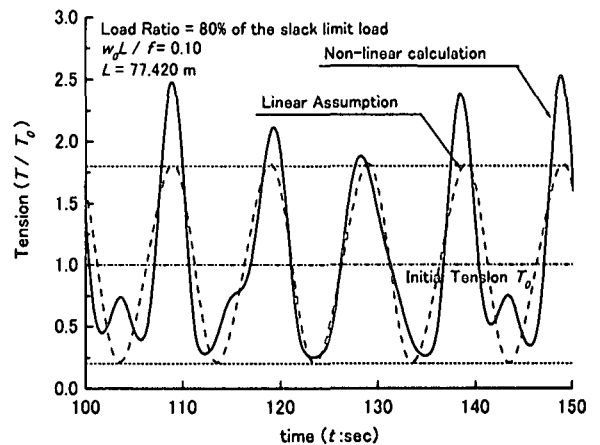


(b) レグ傾角 30° の場合

図-8 作用荷重強度と最大、最小張力の関係



(a) 荷重強度 = スラック発生限界荷重の50%



(b) 荷重 = スラック発生限界荷重の80%

図-9 張力の時間変動

5. まとめ

レグの自重変形がもたらす非線形復元力は、構造物の応答や張力変動に影響を与えることが明らかになった。本研究により得られた知見を取りまとめると以下の通りとなる。

- ① レグ重量の上向力に対する比 r が、応答を予測する場合の重要なパラメータとなる。この値が0.05よりも大きい場合（レグの重量が、レグ端部に作用する上向力の5%以上）、線形復元力を適用すると変位、張力ともに過小評価することになる。
- ② 上記の比 r が0.01（1%）と小さい場合でも、作用する荷重強度がスラック発生限界荷重の80%程度に達すると、変位が急激に増大する。
- ③ このような効果を防止する方法として、自重による変形を抑えるために中空レグを採用するなどの対策が考えられる。しかし、これは同時にレグ径の増大を伴うため、波浪や潮流力といったレグに作用する外力による変形を考慮する必要がある。
- ④ レグ破断に対する安全率を大きく取ることはレグ自重の増大につながり、スラック発生の危険性を増大することになる。

なお、本研究では、構造物の運動に伴うレグ自体の慣性力の影響を考慮していない。もし、より正確な張力を求める必要があれば、レグの慣性力も考慮する必要があると思われる。

参考文献

- 1) Cannavacciuolo, A., Faldini, R. and Casola, F.: Development of novel technologies for strait crossings based on submerged tunnels; An application to Hogsfjord. *Strait Crossings 94*, pp. 615-621. Alesund, Balkema, 1994.
- 2) Colombo, L., Beranger, M. and Carpaneto, R.: Messina Strait crossing: Safety analysis for submerged floating tunnels. *Strait Crossings 94*, pp. 555-561. Alesund: Balkema, 1994.
- 3) Kanie, S., Kokubun, H., Mizutani, Y., Mikami, T. and Kakuta, Y.: Analytical study on dynamic response of submerged floating tunnels due to wave force. *Strait Crossings 94*, pp. 659-666. Alesund: Balkema, 1994.
- 4) 国栖広志, 水野晋, 水野雄三, 山下俊彦, 佐伯浩: 高波浪下における水中トンネルの動揺および流体力特性, 海岸工学論文集第40巻, pp. 881-885, 1993