

海面や海中で振動する大規模薄板構造物と相互 干渉する表面波及び内部波の非線形数値計算

INTERACTION OF SURFACE AND INTERNAL WAVES WITH VERY LARGE FLOATING OR SUBMERGED FLEXIBLE PLATFORMS

柿沼太郎
Taro KAKINUMA

学生会員 博(工) 東京大学大学院 工学系研究科社会基盤工学専攻
(〒113-0033 東京都文京区本郷七丁目 3-1)

The interaction of surface and internal water waves with floating/submerged platforms was studied considering the nonlinear properties of the fluid motion and the flexibility of the oscillating plates. First, a set of nonlinear governing equations for the interaction between a multi-layer fluid system and floating/submerged elastic thin plates was obtained. In each fluid layer, the Lagrangian was integrated vertically taking the nonlinear boundary conditions on the interfaces into account. Then the variational principle was applied to yield a set of time-dependent, horizontally two-dimensional, fully nonlinear equations. Secondly, using this model, several numerical computations were carried out for the surface/internal long waves and the oscillations of horizontally very large platforms. The resonated pressure beneath the plate floating on the sea surface in the two-layer system was compared with that in the one-layer case. The surface/internal waves generated by the trembling of the floating/submerged elastic plates were also simulated.

Key Words: very large structure, floating platform, submerged elastic plate, internal wave

1. 序 論

近年、メガフロートのように大規模な浮体構造物の技術開発が進められている。こうした構造物を設置した場合、その動揺が流体運動と相互干渉する。すなわち、構造物が流体から圧力や摩擦力といった力を受けながら変位し、同時に、流体運動も影響を受けることになる。柔軟な浮体と流体との相互干渉は、氷板と海水の運動の問題としてかねてより海岸工学において取り上げられてきた¹⁾。こうした研究成果は、浮体構造物の設計にも活用できる。大型弾性浮体と流体運動の干渉問題を解析するために、様々な数値モデルが開発されている。例えば、Hermans²⁾は、線形波と流れが共存する流体運動と薄板との干渉を BEM を用いて解き、浮体空港上を飛行機が移動することを想定して、移動荷重に対する応答を調べた。また、Takagi³⁾は、孤立波の通過によって発生する薄板の曲げモーメントと曲げ剛性の関係を見るために、表面波に Boussinesq 型の方程式を適用し、これを差分法で解いた。更に、堺ら⁴⁾は、BEM と FEM を組み合わせることにより、流体の速度ポテンシャルに何ら仮定を課すことなく、孤

立波が入射する際の薄板と流体運動の干渉を調べ、波の非線形性が増大すると、孤立波に先行して振動が発生することを見出した。

こうした大型浮体構造物が覆う水域に密度成層が形成されている場合、内部波が発生し、水温変化等を通じて、構造物の動揺が水圏環境に影響を与える可能性がある。また、流体運動が単一密度の場合と異なるため、浮体構造物に働く応力も 1 層問題と異なるであろう。そこで、本研究では、表面波及び内部波と、柔軟な浮体構造物または没水構造物との相互干渉を流体の非線形挙動を考慮して検討する。

まず、薄板状浮体と多層流体との間の相互干渉を支配する非線形方程式系を導出する。浮体構造物は、平面的に大規模で、柔軟な薄板構造物と仮定し、これらが海面または海面下で振動する。海面に浮かぶ浮体構造物に対しては、空港、大型橋梁や処理場等の利用方法が考えられている。また、海中で振動する薄板は、没水平板が柔軟に振動するといった場合に相当する。他方、流体運動を支配する方程式系には、柿沼⁵⁾による多層密度流問題のための平面 2 次元の完全非線形方程式系を用いる。本方程式は、その導出過程で、表面、内

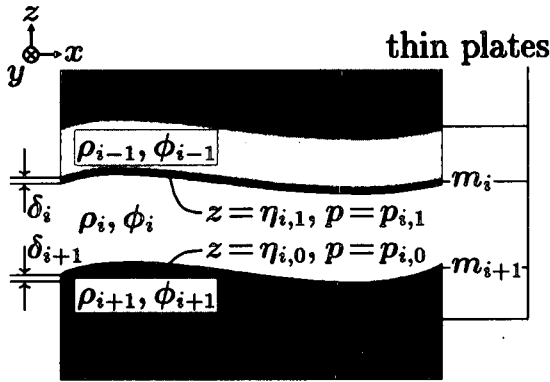


図-1 薄板構造物と多層流体

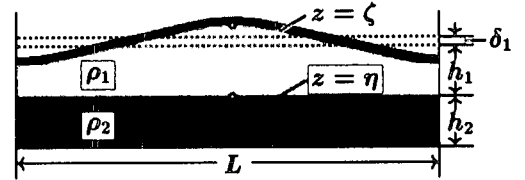
部界面及び海底の各境界面における非線形な境界条件を考慮しており、強非線形性・強分散性を有する表面波や内部波の解析に適用可能である。ところで、このモデルは、密度の異なる流体が決して混合しないという仮定のもとに導かれている。従って、各界面で物理量や力学変数の一部が不連続になる。いま、こうした界面の間にやはり連続体である柔軟な薄板を挿入する。そして、弾性体として曲げ剛性を有する薄板が関与する境界条件のもとに、その板に接する各流体の運動を考える。こうして、海面や海面下で振動する幾つかの平面的に大規模で柔軟な薄板構造物と流体との相互干渉問題を解くことができる。

次に、本モデルに長波近似を行なってから、鉛直断面内の2層問題に対して数値解析を行なう。まず、海面上の薄板構造物が流体に強制振動を与えときの内部界面の共振現象について調べ、構造物に働く圧力を内部界面が存在しない1層の場合と比較する。次に、海面に初期変位を与えて系に自由振動を発生させた場合の、海面または海面下に浮かぶ薄板構造物と流体との相互干渉について、その初期変位の波長や構造物の曲げ剛性を変えて解析する。更に、海面下に浮かぶ薄板構造物に初期変位を与えたときに発生する表面波の数値シミュレーションを行ない、構造物の上・下の流体の密度比を逆転させた場合に対しても数値実験を試みる。

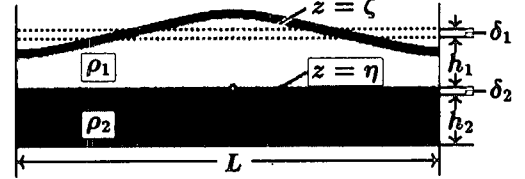
2. 薄板の振動及び表面波・内部波解析のための方程式系

(1) 密度成層と薄板

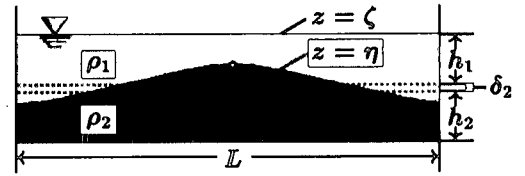
図-1のように、互いに混合しない非粘性・非圧縮性流体が成層状態にあるとする。流体の種類を上から順に $i = 1, 2, \dots, I$ で表わす。各流体の密度 ρ_i は、各層において一定値をとる。流体と構造物等の間の境界面で摩擦が働かないとする。また、これら境界面において渦の発生や碎波といった不安定現象が生じず、すべての境界面が x の1価関数であると仮定する。第 i 層の流体は、その上面または下面と接する2枚の薄板で挟まれている。第 i 層の流体の下面位置を $z =$



(a) 海面で振動する薄板構造物と2層流体



(b) 海面及び海面下で振動する薄板構造物と2層流体



(c) 海面下で振動する薄板構造物と2層流体

図-2 薄板構造物と2層流体

$\eta_{i,0}(x, t)$ とし、そこでの圧力を $p_{i,0}(x, t)$ とする。一方、上面の位置及びそこでの圧力をそれぞれ $z = \eta_{i,1}(x, t)$ 及び $p_{i,1}(x, t)$ とする。また、第 i 層の流体の上面に接する薄板を第 i 板と呼ぶ。第 i 板の密度を m_i 、鉛直方向の幅を δ_i とし、両者とも各板毎に一定であるとする。 $m_i = \delta_i = 0$ であって、かつ、第 i 板が曲げ剛性を持たず、流体に抵抗しない場合は、異なる2流体が板を介さずに直接接している状態に相当する。このように曲げ剛性率が低い場合には、(上層の密度) < (下層の密度) であると仮定する。

実際の構造物は、大きさが有限であり、端部が存在する。ここでは、非常に広い平面領域を覆う構造物を想定し、端部の影響が無視できる中央付近で、空間的に周期的な振動が発生している部分を対象とする。端部がないから、流体は、板を回って他の層に流れ込むことがない。従って、それぞれの流体の体積が不変であれば、運動後に静水状態になったとき、各流体の占める鉛直方向に測った層厚すなわち静水深が再び $h_i(x)$ で安定する。

(2) 平板の運動方程式

図-1の第 i 板において、等方弾性体としての力学系の場合が形成されているとする。水平方向の長さスケールに比べて十分に薄い平板の振動を考え、古典理論より、次のような三つの仮定を設ける。

- 振動時の面内において、伸縮やずれが無視できるために面に平行な変位が0となるような中立面が存在する。そして、静止時における中立面の法線は、振動時の中立面に対しても法線となる。
- 中立面の法線方向に n_i 軸を設けると、 n_i 軸方向の変位が一定である。

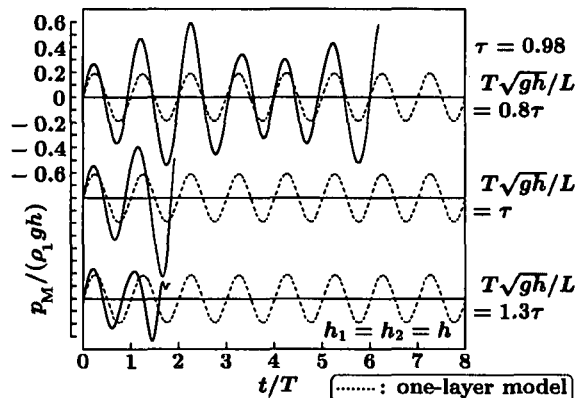


図-3 海面上の薄板構造物の強制振動によって内部界面の共振が生じる場合の板下面における圧力の時間変化 ($L/h = 10$, $a/h = 0.2$, $\rho_2/\rho_1 = 1.5$, $x/L = 0.5$)

(c) 中立面 $z = \eta_i$ の傾斜に関して、 $(\nabla \eta_i)^2 \ll 1$ である。ここで、 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ は、水平方向の微分演算子であり、 $(\nabla \eta_i)^2 \equiv |\nabla \eta_i|^2$ とする。

すると、(b) より、 n_i 軸方向の直応力が中立面に平行な直応力に比べて無視できるようになる。そして、(a)、(c) より、中立面内における直応力の鉛直方向成分及びせん断応力の鉛直方向成分の影響が無視できる。更に、(a)、(b) より、中立面内のせん断応力が板の変形に影響しないから、せん断変形を考慮しなくてよい。また、(c) より、板の表面に垂直に働く圧力 p_i が近似的に p_i の鉛直方向成分に等しくなり、同様に、 n_i 軸方向に測った板厚が鉛直方向に測った板厚 δ_i に近似的に等しくなる。同じく (c) より、中立面の曲率 $\kappa_{i,x}$, $\kappa_{i,y}$ 及びねじり率 $\kappa_{i,xy}$ がそれぞれ次式のようにになる。

$$\kappa_{i,x} \simeq \frac{\partial^2 \eta_i}{\partial x^2}, \quad \kappa_{i,y} \simeq \frac{\partial^2 \eta_i}{\partial y^2}, \quad \kappa_{i,xy} \simeq \frac{\partial^2 \eta_i}{\partial x \partial y} \quad (1)$$

このとき、境界面上の任意の点において、第 i 板の表面に働く圧力がその点に接する流体の圧力に等しいと仮定すると、第 i 板の運動状態は、次式のような広義の波動方程式によって定まる。

$$m_i \delta_i \frac{\partial^2 \eta_i}{\partial t^2} + B_i \nabla^2 \nabla^2 \eta_i + m_i g \delta_i + p_{i-1,0} - p_{i,1} = 0 \quad (2)$$

ここで、 g は、重力加速度である。また、 B_i は、第 i 板の曲げ剛性率である。

(3) 表面波及び内部波の方程式系

a) 変分問題における汎関数の定義

流体運動が非回転であるとする。すると、次式で定義される速度ポテンシャル ϕ_i が存在する。

$$u_i = \nabla \phi_i, \quad w_i = \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \quad (3)$$

ここで、 u_i , w_i は、それぞれ、第 i 層の各点における流速の水平方向成分ベクトル、鉛直方向成分である。

いま、第 i 層が有する二つの境界面のうちの何れか

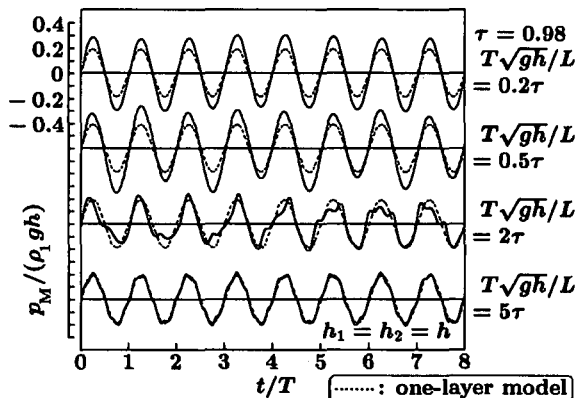


図-4 海面上の薄板構造物の強制振動により内部界面の共振が生じない場合の板下面における圧力の時間変化 ($L/h = 10$, $a/h = 0.2$, $\rho_2/\rho_1 = 1.5$, $x/L = 0.5$)

一方の位置 $z = \eta_{i,1-j}$ ($j = 0$ or 1) と、他方の境界面における圧力 $p_{i,j}$ とがともに既知であるとする。すると、求める未知変数は、第 i 層の各点における速度ポテンシャル ϕ_i と境界面位置 $\eta_{i,j}$ となる。このとき、第 i 層における変分問題の作用 $\mathcal{F}_i[\phi_i, \eta_{i,j}]$ を次式の汎関数とする。

$$\mathcal{F}_i[\phi_i, \eta_{i,j}] = \int_{t_0}^{t_1} \iint_A \int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} \left\{ \frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi_i)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right)^2 + gz + \frac{p_{i,j} + P_i + W_i}{\rho_i} \right\} dz dA dt \quad (4)$$

ここで、 P_i/ρ_i 及び W_i/ρ_i は、それぞれ、各層毎に定まる定数であって、 $P_i = \sum_{k=1}^{i-1} \{(\rho_i - \rho_k)gh_k\}$ 及び $W_i = \sum_{k=1}^i (-m_k g \delta_k)$ である。

b) 鉛直分布関数の設定

多層密度流問題に対する平面 2 次元の完全非線形モデル⁵⁾の特徴の一つは、適用に際して密度成層の層厚や波の周波数帯域からの制約を受けないことである。その導出過程において、磯部⁶⁾にならい、各層の速度ポテンシャル ϕ_i を鉛直分布関数 $Z_{i,\alpha}(z, h_i(x))$ の重み付きの和として $\phi_i(x, z, t) \equiv Z_{i,\alpha}(z, h_i(x)) \cdot f_{i,\alpha}(x, t)$ のように表わした。これは、各流体の静水深 h_i をパラメタとすることによって、計算効率の向上を図る方法である。ここでは、より一般的な鉛直分布構造を考えるために、 h_i をパラメタとしない鉛直分布関数 $Z_{i,\alpha}(z)$ を用いて、 ϕ_i を次式のように表わす⁷⁾。

$$\phi_i(x, z, t) \equiv Z_{i,\alpha}(z) \cdot f_{i,\alpha}(x, t), \quad \alpha = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (5)$$

c) 変分原理の Euler の方程式の導出

式 (5) を式 (4) に代入して鉛直積分を行なった後、 $f_{i,\alpha}$ 及び $\eta_{i,j}$ に関する変分原理の Euler の方程式を求めると、次式のような表面波及び内部波の非線形方程式系が得られる ($\alpha = 0, 1, 2, \dots, N-1$)。

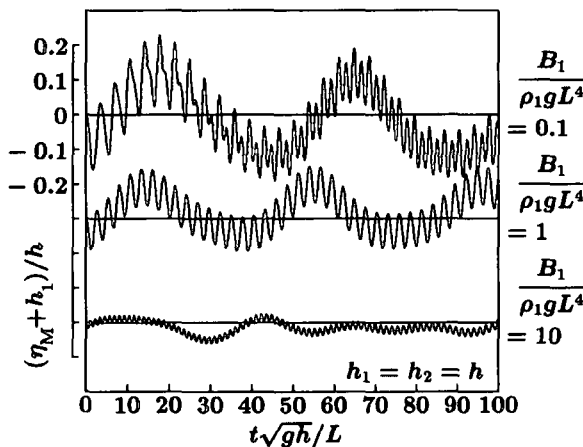


図-5 初期状態において海面上の薄板構造物に変位を与えたときの内部界面の変動 ($L/h = 6$, $a_0/h = 0.2$, $\rho_2/\rho_1 = 1.025$, $x/L = 0.5$)

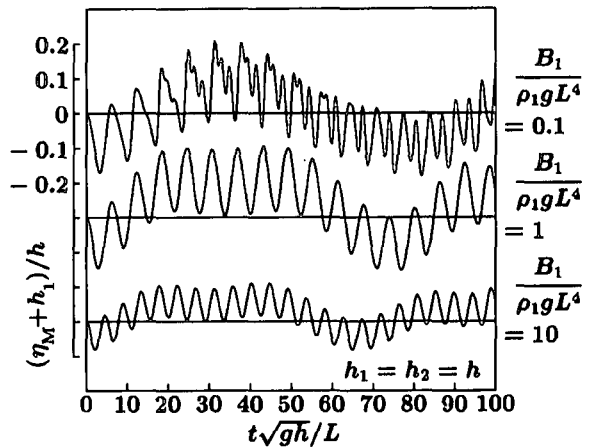


図-6 初期状態において海面上の薄板構造物に変位を与えたときの内部界面の変動 ($L/h = 10$, $a_0/h = 0.2$, $\rho_2/\rho_1 = 1.025$, $x/L = 0.5$)

$$Z_{i,\alpha}^{\eta_{i,1}} \frac{\partial \eta_{i,1}}{\partial t} - Z_{i,\alpha}^{\eta_{i,0}} \frac{\partial \eta_{i,0}}{\partial t} + \nabla \left(\int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} Z_{i,\alpha} Z_{i,\beta} dz \nabla f_{i,\beta} \right) - \int_{\eta_{i,0}}^{\eta_{i,1}} \frac{\partial Z_{i,\alpha}}{\partial z} \frac{\partial Z_{i,\beta}}{\partial z} dz f_{i,\beta} = 0 \quad (6)$$

$$Z_{i,\beta}^{\eta_{i,j}} \frac{\partial f_{i,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} Z_{i,\gamma}^{\eta_{i,j}} Z_{i,\beta}^{\eta_{i,j}} \nabla f_{i,\gamma} \nabla f_{i,\beta} + \frac{1}{2} \frac{\partial Z_{i,\gamma}^{\eta_{i,j}}}{\partial z} \frac{\partial Z_{i,\beta}^{\eta_{i,j}}}{\partial z} f_{i,\gamma} f_{i,\beta} + g \eta_{i,j} + (p_{i,j} + P_i + W_i)/\rho_i = 0 \quad (7)$$

ここで、 $Z_{i,\alpha}^{\eta_{i,j}} = Z_{i,\alpha}|_{z=\eta_{i,j}}$ であり、また、 $\partial Z_{i,\alpha}^{\eta_{i,j}}/\partial z = \partial Z_{i,\alpha}/\partial z|_{z=\eta_{i,j}}$ である。

d) 鉛直分布関数形の選択

式(5)の速度ポテンシャル ϕ_i は、滑らかに連続する鉛直分布を想定し、任意係数を持つ N 項からなる z のべき関数の和として次式のように表す。

$$\phi_i(x, z, t) \equiv \sum_{\alpha=0}^{N-1} \{z^\alpha \cdot f_{i,\alpha}(x, t)\} = f_{i,0} \cdot 1 + f_{i,1} \cdot z + f_{i,2} \cdot z^2 + \cdots + f_{i,N-1} \cdot z^{N-1} \quad (8)$$

式(8)を採用すると、式(6)、(7)より、表面波・内部波の非線形方程式が次式となる ($\alpha = 0, 1, 2, \dots, N-1$)。

$$\eta_{i,1}^\alpha \frac{\partial \eta_{i,1}}{\partial t} - \eta_{i,0}^\alpha \frac{\partial \eta_{i,0}}{\partial t} + \nabla (Q_i[\alpha, \beta] \nabla f_{i,\beta}) - R_i[\alpha, \beta] f_{i,\beta} = 0 \quad (9)$$

$$\eta_{i,j}^\beta \frac{\partial f_{i,\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} \eta_{i,j}^{\gamma+\beta} \nabla f_{i,\gamma} \nabla f_{i,\beta} + \frac{1}{2} S_{i,j}[\gamma, \beta] f_{i,\gamma} f_{i,\beta} + g \eta_{i,j} + (p_{i,j} + P_i + W_i)/\rho_i = 0 \quad (10)$$

ここで、 $Q_i[\alpha]$ 、 $R_i[\alpha, \beta]$ 及び $S_{i,j}[\alpha, \beta]$ は、それぞれ、次式のような $\eta_{i,e}$ ($e = 0$ or 1) の関数である。

$$Q_i[\alpha] = \frac{1}{\alpha+1} (\eta_{i,1}^{\alpha+1} - \eta_{i,0}^{\alpha+1}) \quad (11)$$

$$R_i[\alpha, \beta]$$

$$= \begin{cases} \frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta-1} (\eta_{i,1}^{\alpha+\beta-1} - \eta_{i,0}^{\alpha+\beta-1}) & (\alpha\beta \neq 0) \\ 0 & (\alpha\beta = 0) \end{cases} \quad (12)$$

$$S_{i,j}[\alpha, \beta] = \begin{cases} \alpha\beta \eta_{i,j}^{\alpha+\beta-2} & (\alpha\beta \neq 0) \\ 0 & (\alpha\beta = 0) \end{cases} \quad (13)$$

式(9)及び式(10)より、運動の鉛直構造において考慮する z の次数を高くするに従って、境界面の変動の有意な次数が上がるのがわかる。各境界面は、 x に関して1価関数とするが、緩勾配近似を行なっていない。また、 $N \geq 2$ の適切な項数を考えることにより、各境界面に沿った流速ベクトルが求まる。更に、 $N \geq 3$ とすることにより、 w_i の鉛直分布を z^{N-2} の効果まで定義でき、鉛直加速度も考慮される。また、 $N \geq 2$ とした場合に、境界面の変動の考慮する次数に応じて、圧力の静水圧分布からのずれを再現することができる。

なお、固定床上で浮体構造物のない1層問題の場合には、 $i = j = 1$ 、 $\eta_{1,1} = \zeta(x, t)$ 、 $\eta_{1,0} = -h(x)$ 及び $f_{1,\alpha} = f_\alpha(x, t)$ とし、大気圧を $p_{1,1} = 0$ とし、式(9)~(13)が次式ようになる。

$$\zeta^\alpha \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla (Q[\alpha, \beta] \nabla f_\beta) - R[\alpha, \beta] f_\beta = 0 \quad (14)$$

$$\zeta^\beta \frac{\partial f_\beta}{\partial t} + \frac{1}{2} \zeta^{\gamma+\beta} \nabla f_\gamma \nabla f_\beta + \frac{1}{2} S[\gamma, \beta] f_\gamma f_\beta + g\zeta = 0 \quad (15)$$

$$Q[\alpha] = \frac{1}{\alpha+1} \{\zeta^{\alpha+1} - (-h)^{\alpha+1}\} \quad (16)$$

$$R[\alpha, \beta]$$

$$= \begin{cases} \frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta-1} \{\zeta^{\alpha+\beta-1} - (-h)^{\alpha+\beta-1}\} & (\alpha\beta \neq 0) \\ 0 & (\alpha\beta = 0) \end{cases} \quad (17)$$

$$S[\alpha, \beta] = \begin{cases} \alpha\beta \zeta^{\alpha+\beta-2} & (\alpha\beta \neq 0) \\ 0 & (\alpha\beta = 0) \end{cases} \quad (18)$$

e) 長波近似

ここでは、各層が浅水域である場合を対象とし、長波近似を行なう。そのために、代表値を用いて次式のように諸量を無次元化する。

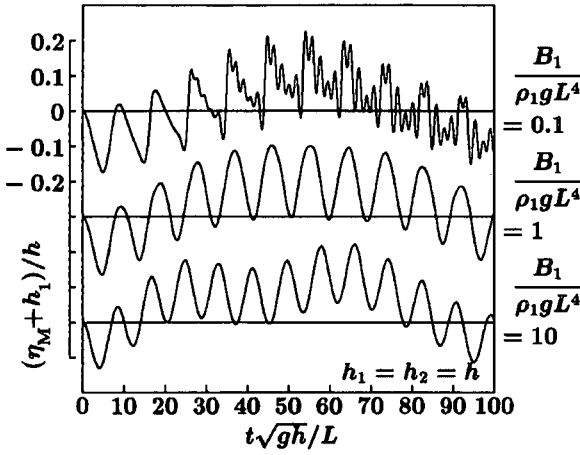


図-7 初期状態において海面上の薄板構造物に変位を与えたときの内部界面の変動 ($L/h = 14$, $a_0/h = 0.2$, $\rho_2/\rho_1 = 1.025$, $x/L = 0.5$)

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{\ell}, \quad y^* = \frac{y}{\ell}, \quad z^* = \frac{z}{h}, \quad t^* = \frac{\sqrt{gh}}{\ell} t, \\ \nabla^* &= \ell \nabla, \quad \frac{\partial}{\partial t^*} = \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)^* = \frac{\ell}{\sqrt{gh}} \frac{\partial}{\partial t}, \quad \eta_{i,e}^* = \frac{\eta_{i,e}}{h}, \\ f_{i,\alpha}^* &= \frac{h^\alpha f_{i,\alpha}}{\sqrt{gh}\ell} \left(\frac{h}{H} \right)^\alpha, \quad B_i^* = \frac{B_i}{\rho g \ell^4}, \quad p_{i,e}^* = \frac{p_{i,e}}{\rho g h}, \\ P_i^* &= \frac{P_i}{\rho g h}, \quad m_i^* = \frac{m_i}{\rho}, \quad \delta_i^* = \frac{\delta_i}{h}, \quad W_i^* = \frac{W_i}{\rho g h} \quad (19) \end{aligned}$$

* 付きの無次元量をすべて $O(1)$ とする. 式 (19) を代入して, 式 (2), (9) 及び (10) が式 (20)~(22) となる.

$$\begin{aligned} \sigma^2 m_i^* \delta_i^* \frac{\partial^2 \eta_i^*}{\partial t^{*2}} + B_i^* \nabla^{*2} \nabla^{*2} \eta_i^* \\ + m_i^* \delta_i^* + p_{i-1,0}^* - p_{i,1}^* = 0 \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_{i,1}^* \alpha \frac{\partial \eta_{i,1}^*}{\partial t^*} - \eta_{i,0}^* \alpha \frac{\partial \eta_{i,0}^*}{\partial t^*} + \varepsilon^\beta \nabla^* (Q_i^* [\alpha + \beta] \nabla^* f_{i,\beta}^*) \\ - \frac{\varepsilon^\beta}{\sigma^2} R_i^* [\alpha, \beta] f_{i,\beta}^* = 0 \quad (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^\beta \eta_{i,j}^* \beta \frac{\partial f_{i,\beta}^*}{\partial t^*} + \varepsilon^{\gamma+\beta} \frac{1}{2} \eta_{i,j}^* \gamma + \beta \nabla^* f_{i,\gamma}^* \nabla^* f_{i,\beta}^* \\ + \frac{\varepsilon^{\gamma+\beta}}{\sigma^2} \frac{1}{2} S_{i,j}^* [\gamma, \beta] f_{i,\gamma}^* f_{i,\beta}^* + \eta_{i,j}^* \\ + p_{i,j}^* + P_i^* + W_i^* = 0 \quad (22) \end{aligned}$$

ここで, $\varepsilon = H/h$ 及び $\sigma = h/\ell$ は, それぞれ, 波高水深比及び水深波長比の代表値であり, $O(\varepsilon) = 1$, $O(\sigma^2) \ll 1$ と仮定する.

簡単のために, 鉛直分布関数を 1 項のみ用いることにして ($N = 1$), $Z_{i,\alpha} \cdot f_{i,\alpha} = Z_{i,0} \cdot f_{i,0} = 1 \cdot f_{i,0} = f_i$ とする. そして, $O(1)$ を考慮する. 式 (20)~(22) において, $j = 1$ とし, $p_{i,1}^*$ を消去してから有次元化を行ない, 式 (23) 及び式 (24) を得る.

$$\frac{\partial \eta_{i,1}}{\partial t} - \frac{\partial \eta_{i,0}}{\partial t} + \nabla \{ (\eta_{i,1} - \eta_{i,0}) \nabla f_i \} = 0 \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla f_i)^2 + g \eta_{i,1} \\ + (B_i \nabla^2 \nabla^2 \eta_{i,1} + p_{i-1,0} + P_i + W_{i-1}) / \rho_i = 0 \quad (24) \end{aligned}$$

ここで, 薄板の慣性項が相対的に無視されている.

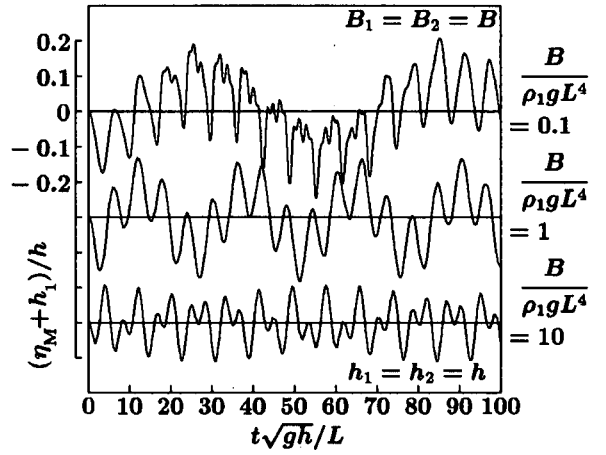


図-8 初期状態において海面上の薄板構造物に変位を与えたときの海面下の薄板構造物の振動 ($L/h = 10$, $a_0/h = 0.2$, $\rho_2/\rho_1 = 1.025$, $x/L = 0.5$)

Takagi³⁾ は, $m^* \delta^* = \varepsilon^{-1} m \delta / (\rho h)$ と無次元化して $O(\varepsilon) = O(\sigma^2) \ll 1$ まで考慮したが, その場合にも薄板の慣性項が無視される. また, 曲率やねじり率は, 板厚があるために中立面 $z = \eta_i$ と板表面 $z = \eta_{i,1}$ とで差異が生じるが⁸⁾, 式 (24) では, この差の影響が無視され, $\nabla^2 \nabla^2 \eta_i \simeq \nabla^2 \nabla^2 \eta_{i,1}$ と近似されている.

3. 海面や海面下にある薄板構造物の振動と表面波及び内部波の数値計算

(1) 強制振動

数値計算では, 図-2 に示すような鉛直断面内の 2 層問題を対象とし, 柿沼・渡辺⁹⁾ と同様に, 差分法を用いて式 (23) 及び式 (24) を無次元量に関して解く. その際に, 浮体構造物が平面的に大きく, 対象領域と同一の現象が x 軸方向に連続することを想定し, 計算領域の両端を滑らかに接続する. 第 1 層の上面及び下面の位置をそれぞれ $z = \eta_{1,1} = \zeta$ 及び $z = \eta_{1,0} = \eta$ とし, 大気圧を 0 とする.

まず, 海面に, 一定の周期と波長を持つ強制変位を与える. 図-2 (a) の海面に浮かぶ浮体構造物の振動が流体運動を励起する場合である. 図-3, 4 に, $\zeta = a \sin(2\pi t/T) \cos(2\pi x/L)$ なる海面の振動を与え続けたときの, 構造物下面の計算領域中央に位置する点 $(x, z) = (L/2, \zeta)$ における圧力 p_M の時間変化を示す. 図-3 では, 共振現象が発生し, 内部界面の振幅の増加とともに浮体構造物に働く圧力が大きくなる. $T\sqrt{gh}/L = 0.8\tau$, τ の場合には, $x = L/2$ の位置で海底に, また, $T\sqrt{gh}/L = 1.3\tau$ の場合には, $x = 0$ の位置で構造物に, 内部界面が接した時点で計算を終了した. $T\sqrt{gh}/L = 0.8\tau$ の場合, 圧力の振幅が一度減少し, その後, 再び増加している. 図-4 では, 図-3 のように著しい圧力の増加が見られない. 強制振動の周期 T が短いと圧力の振幅が点線で示す 1 層の場合より大きくなるが, 周期が長いと 1 層問題とあまり変わらない.

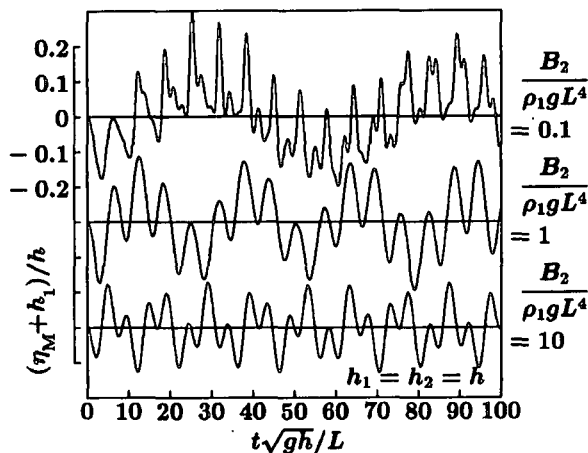


図-9 初期状態において海面に変位を与えたときの海面下の薄板構造物の振動 ($L/h = 10$, $a_0/h = 0.2$, $\rho_2/\rho_1 = 1.025$, $x/L = 0.5$)

(2) 自由振動

次に、初期状態において海面に変位を与えたときの、薄板構造物と流体の相互干渉を考える。系全体で見ると、外力として重力のみが作用し、自由振動が発生する。

初期状態における海面の形状を $\zeta = -a_0 \cos(2\pi x/L)$ とし、これを放置したときの、計算領域中央の内部境界面位置 $z = \eta_M(L/2, t)$ の時間変化を図-5～9に示す。モードの異なる波が重なっている。図-5～7では、図-2 (a) のように浮体が海面にある。曲げ剛性率 $B_1^* = B_1/(\rho_1 g L^4)$ が低いほど、 η_M の振幅が大きくなっている。また、 $B_1^* = 1, 10$ の場合、初期波形の波長が長いほど、各モードの周期が長くなる。図-8では、図-2 (b) のように曲げ剛性率の等しい浮体が海面と海中の両方にあり、図-9では、図-2 (c) のように浮体が海中のみにある。図-8, 9の初期状態は、図-6と同じである。図-5～9の何れにおいても、曲げ剛性率が低い場合に $z = \eta_M$ に分裂が見られる。例えば、図-6では、 $B_1^* = 0.1$ の場合に、 $t\sqrt{gh}/L \simeq 20$ で3波に分裂し、 $t\sqrt{gh}/L \simeq 70$ で分裂波のうちの1波が消える。

(3) 海面下の構造物の初期変位により発生する表面波

図-2 (c) のように、海面下にある薄板構造物に $\eta = -a_0 \cos(2\pi x/L) - h_1$ という初期波形を与えて放置する。このとき発生する表面波の波形 $z = \zeta$ 及び構造物の形状 $z = \eta$ を図-10に示す。上・下の流体の密度比を逆転させた場合についても計算を行なった。構造物の曲げ剛性があるために、 $\rho_1 > \rho_2$ であっても安定した内部波が形成される。両者とも、表面に幾つかの峰が生じる。 $\rho_2/\rho_1 = 1/1.025$ の場合に構造物の振動の周期が短くなり、両者に位相のずれが見られる。

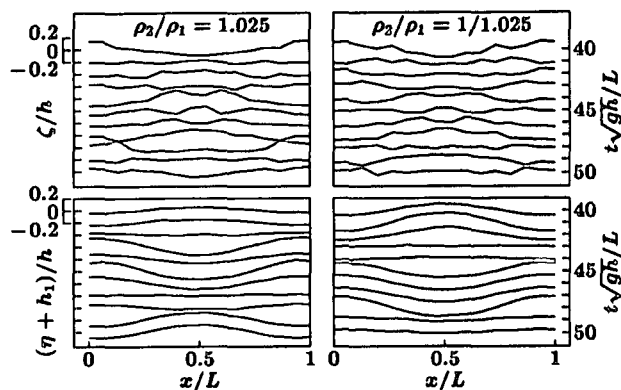


図-10 初期状態に変位を与えた海面下の薄板構造物の振動により発生する表面波 ($h_1/h = 0.4$, $L/h = 4.5$, $a_0/h = 0.5$, $B_2/(\rho_1 g L^4) = 0.1$, $h = (h_1 + h_2)/2$)

非線形方程式系を導出し、鉛直断面内の2層問題に対して数値解析を行なった。海面上の柔軟な構造物の振動によって内部界面が共振する条件のあることがわかった。また、海面や海面下の薄板構造物に初期変位を与え、構造物と表面波・内部波との相互干渉の解析を行なった。

大規模浮体構造物は、水圏のある領域を覆うが、その運動によって領域外の流体の密度構造にも影響を与えるであろう。環境アセスメントでは、内部界面の存在に留意する必要がある。また、底泥が海底表層を構成するといった場合には、浮体構造物の振動が海底面と相互干渉する可能性がある。流体層が浅水域でない場合や、構造物が大きく変位する場合に重要となるであろう高次項の影響をも考慮して検討を進めたい。

謝辞：本研究を遂行するにあたり貴重な御助言を頂いた東京大学大学院工学系研究科渡辺 晃教授に謝意を表します。

参考文献

- 1) 堺 茂樹: 波浪と氷板の干渉, 水工学に関する夏期研修会講義集, B-2, 19p., 1995.
- 2) Hermans, A. J.: A boundary element method for the interaction of free-surface waves with a very large floating flexible platform, J. Fluids and Structures, Vol. 14, pp. 943-956, 2000.
- 3) Takagi, K.: Interaction between solitary wave and floating elastic plate, J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., ASCE, Vol. 123, pp. 57-62, 1997.
- 4) 堺 茂樹・笹本 誠・劉 曉東・影佐拓也・平賀健司: 津波来襲時の大型弾性浮体の変形について, 海岸工学論文集, 第45巻, pp. 896-900, 1998.
- 5) 柿沼太郎: 非線形緩勾配方程式の内部波への拡張, 海岸工学論文集, 第47巻, pp. 1-5, 2000.
- 6) 磯部雅彦: 波浪変形解析のための波動方程式の比較研究, 土木学会論文集, No. 491/II-27, pp. 1-14, 1994.
- 7) 柿沼太郎: 内部波の海上の数値計算, 第28回土木学会関東支部技術発表会講演概要集, pp. 296-297, 2001.
- 8) Forbes, L. K.: Surface waves of large amplitude beneath an elastic sheet. Part 1. High-order series solution, J. Fluid Mech., Vol. 169, pp. 409-428, 1986.
- 9) 柿沼太郎・渡辺 晃: 海面や海底の動揺が生成する内部波の数値計算, 土木学会第55回年次学術講演会講演概要集, II, pp. 4-5, 2000.

4. 結 論

薄板状浮体と多層流体との間の相互干渉を支配する