

複雑な海底地形場における波峰線を用いた 波高計算法とその適用範囲

WAVE CALCULATION ON COMPLEX SEABED TOPOGRAPHY
BY APPLICATION OF WAVE RAY THEORY

渡辺宗介¹・小河正基²・芹沢真澄³・宇多高明⁴

Shu-suke WATANABE, Masaki OGAWA, Masumi SERIZAWA and Takaaki UDA

¹ 学生会員 東京大学大学院総合文化研究科広域システム科学科 (〒153-8902 東京都目黒区駒場 3-8-1)

² 理博 東京大学大学院総合文化研究科広域システム科学科教授 (同上)

³ 正会員 海岸研究室 (有) (〒160-0011 東京都新宿区若葉 1-22 ローヤル若葉 208 号)

⁴ 正会員 工博 国土交通省国土技術政策総合研究所研究総務官 (〒305-0804 茨城県つくば市旭 1)

Numerical simulation method by applying wave ray theory was developed to predict wave field on the complex seabed topography. The distribution of wave height and wave direction around the shoal of spherical surface was predicted. The results were compared with the predicted distributions by parabolic model. Both results agreed considerably well.

Key Words: Wave ray theory, numerical simulation, irregular waves

1. まえがき

波浪場のシミュレーション方法として、実務では波向線法に基づく屈折法が用いられることが多い。しかし、複雑な海底地形を有する現地海岸では、波向線が交差することも多く、この場合には波向線間隔が無限小となるので理論上計算波高は無限大となる。そのため波向線法で波高が計算できる場合は限られている。この場合、何らかの空間的な平滑化操作により波高が求められれば実用上の利点がある。Berkhoff et al. (1982)¹⁾は、測線を横切る波向線の本数から波高を計算する手法を考案した。しかしこの方法では波向線の空白領域では波高計算ができない。また波向の計算方法までは示されていない。このことより、本研究では、波向線を計算する結果得られる波峰線を用いることで、エネルギー保存則に基づく平面的な平滑化操作を行い、波の集中・分散が生じる複雑な地形での波高・波向を計算する手法を考案した。さらにこの手法の適応範囲について検討した。

2. 波峰線を用いた波高および波向の算出方法

本研究では、波向線法による屈折計算を行って得られる波峰線形状より波高と波向を計算する。そのため、各々の波向線の計算ピッチは距離ではなく時間として、波峰線位置を求められるようにする。計算例として、図-1に波向線法を用いて伊藤ら (1972)²⁾と同じ球面浅瀬での波向線と波峰線を計算したものを示す。一定水深領

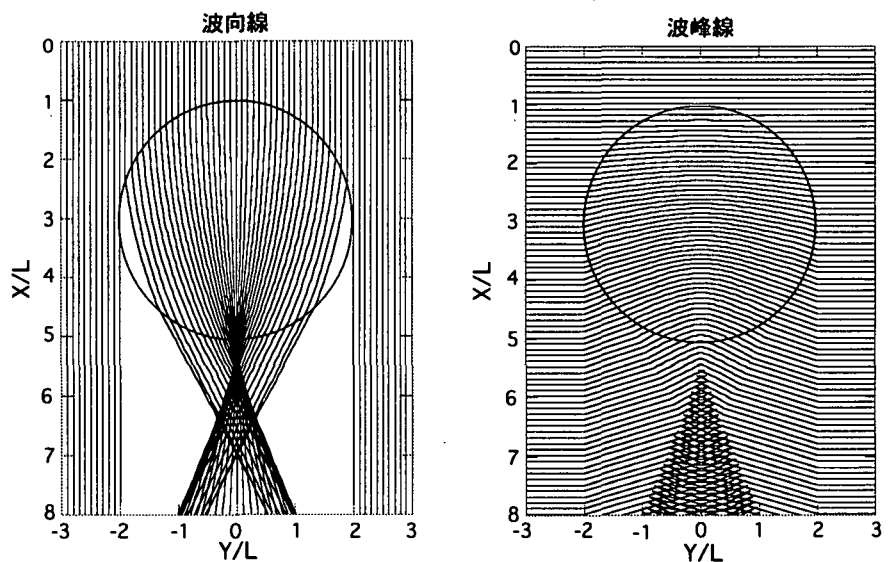


図-1 球面浅瀬に対する波向線と波峰線

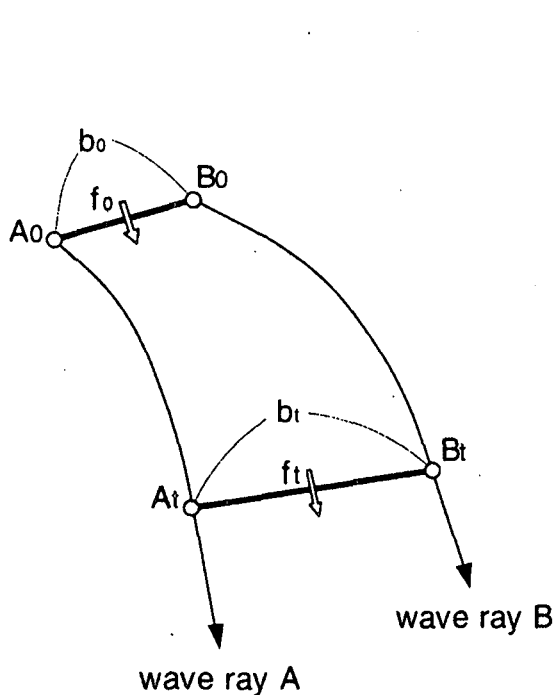


図-2 波峰線を横切るエネルギーフラックス

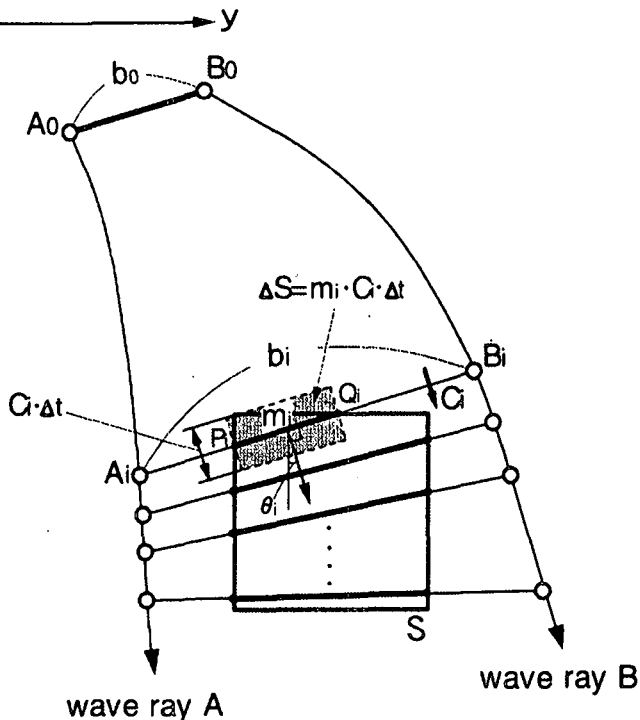


図-3 領域内に含まれる波峰線と微小面積 ΔS の取り方

域における水深 h_1 と球面浅瀬頂点における水深 h_2 は、 $h_1/L=0.375$ 、 $h_2/L=0.135$ とした。浅瀬の背後では波向線が非常に集中しているが、その左右では波向線が全く通らない領域が存在する。このため Berkhoff et al. (1982)¹⁾ の方法では、この空白領域での波高がゼロになってしまう。一方、波峰線は波向線の間を埋めて存在するため、ある程度時間ピッチを細かく取れば波峰線が全く横切らない区域を無くすることができる。

次に、波峰線を使って波高を計算する方法を考える。以下、沖波を添字₀で表すことにし、図-2のように2本の波向線AとBの間にある波峰線 A_0B_0 (幅 b_0)が t 秒後に A_tB_t (幅 b_t)に移動したとする。 A_0B_0 、 A_tB_t を横切るエネルギーフラックスをそれぞれ f_0 、 f_t とし、波高をそれぞれ H_0 、 H_t とする。この場合、エネルギー保存則より $f_0=f_t$ が成立し、 C_g を群速度として、次式が得られる。

$$H_0^2 \cdot C_{g0} \cdot b_0 = H_t^2 \cdot C_{gt} \cdot b_t \dots \dots \dots (1)$$

よって、 H_t は

$$H_t^2 = H_0^2 \cdot \frac{C_{g0}}{C_{gt}} \cdot \frac{b_0}{b_t} \dots \dots \dots (2)$$

のように表される。次に Δt 秒間隔の波峰線ABが領域Sを横切る場合に、領域S内の波高の代表値を計算することを考える。図-3のように波峰線 A_iB_i (幅 b_i)のうち、 P_iQ_i (幅 m_i)が領域S内に含まれている。S内に含まれる総エネルギーEは、微小面積 ΔS 内に含まれるエネルギーを ΔE_i 、 ΔS 内の波高を H_i とすれば、

$$E = \int_S \Delta E_i dS = \frac{1}{8} \rho g \int_S H_i^2 dS \dots \dots \dots (3)$$

となる。ここに、 ρ は水の密度、 g は重力加速度である。式(3)に式(2)を代入し、 ΔS を図-3に示す $m_i \cdot C_i \cdot \Delta t$ ととれば、

$$E = \frac{1}{8} \rho g \cdot H_0^2 \cdot C_{g0} \cdot b_0 \int_S \frac{1}{C_{gi} \cdot b_i} dS$$

$$= \frac{1}{8} \rho g \cdot H_0^2 \cdot C_{g0} \cdot b_0 \cdot \Delta t \sum \frac{C_i \cdot m_i}{C_{gi} \cdot b_i} \dots \dots \dots (4)$$

が得られる。ここに Σ は領域S内の総和を表す。ここで、領域内を一樣水深と仮定して、ここでの波速が C 、群速度が C_g で一定とすれば、式(5)が得られる。

$$E = \frac{1}{8} \rho g \cdot H_0^2 \cdot C_{g0} \cdot b_0 \cdot \Delta t \cdot \frac{C}{C_g} \sum \frac{m_i}{b_i} \dots \dots \dots (5)$$

また沖合にある同じ大きさの領域内のエネルギー E_0 は式(6)のようになる。

$$E_0 = \frac{1}{8} \rho g \cdot H_0^2 \cdot b_0 \cdot \Delta t \cdot C_0 \sum \frac{m_{0i}}{b_{0i}} \dots \dots \dots (6)$$

よって、式(5)、(6)より沖波波高に対する波高比 H/H_0 は、

$$\frac{H}{H_0} = \sqrt{\frac{E}{E_0}} = \sqrt{\frac{C \sum \frac{m_i}{b_i}}{C_0 \sum \frac{m_{0i}}{b_{0i}}} \cdot \frac{C_{g0}}{C_g}} \dots \dots \dots (7)$$

のように求まる。

また、 $H/H_0 = K_s \cdot K_r$ 、浅水係数 $K_s = \sqrt{C_{g0}/C_g}$ より、屈折係数 K_r は式(8)のようになる。

$$K_r = \sqrt{\frac{C \sum \frac{m_i}{b_i}}{C_0 \sum \frac{m_{0i}}{b_{0i}}}} = \sqrt{\frac{A}{A_0}} \dots\dots\dots(8)$$

ただし、 $\left(A \equiv C \sum \frac{m_i}{b_i} \right)$

つまり、屈折係数 K_r は領域S内に含まれる波峰線の相対的な長さを集計することで求められる。
次に領域内の波向を求めることを考える。図-3に示す領域S内の代表波向 θ は、各々の波峰線による平均的なエネルギー輸送の方向と考える。つまり、領域内に含まれる各々の波峰線が進む向きを θ_i とすると、その進行方向を表すベクトル $(\cos \theta_i, \sin \theta_i)$ にエネルギー ΔE_i の重みを乗じて合計したベクトルの方向を波向とする。これは、エネルギー ΔE_i が m_i/b_i に正比例することにより、次の式(9)で計算できる。

$$\tan \theta = \frac{\int_s \Delta E_i \sin \theta_i dS}{\int_s \Delta E_i \cos \theta_i dS} = \frac{\sum \frac{m_i}{b_i} \sin \theta_i}{\sum \frac{m_i}{b_i} \cos \theta_i} \dots\dots\dots(9)$$

結局、波向は各々の波峰線の相対的な長さ(m_i/b_i)に $\cos \theta_i, \sin \theta_i$ を乗じてそれぞれ集計することで簡単に求めることができる。

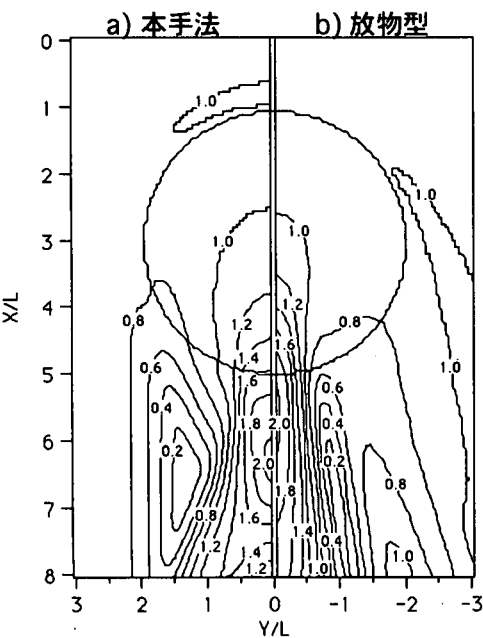


図-4 球面浅瀬周辺の規則波の波高比 H/H_0

3. 計算結果

(1) 規則波を用いた球面浅瀬の計算

以上の波峰線を用いた方法で、図-1に示した球面浅瀬周辺における規則波の波高比 H/H_0 を求めたのが図-4aである。ただし図-3に示す領域S(計算メッシュ)のサイズは、一定水深領域(水深 h_1)における波長 L を一辺とする正方形とした。比較のために磯部(1986)³⁾の放物型方程式による芹沢ら(1990)⁴⁾の規則波の計算結果も図-4bに合わせて示す。また、球面浅瀬の岸側を通る $X/L=5.0$ 、 $X/L=6.0$ 断面と、球面浅瀬を垂直に横切る $Y/L=0.0$ 断面における波高比を図-5に示す。これも比較のために放物型方程式による結果と伊藤ら(1972)²⁾による実験結果も示す。図-4に示すように本研究で求めた波高は、図-1

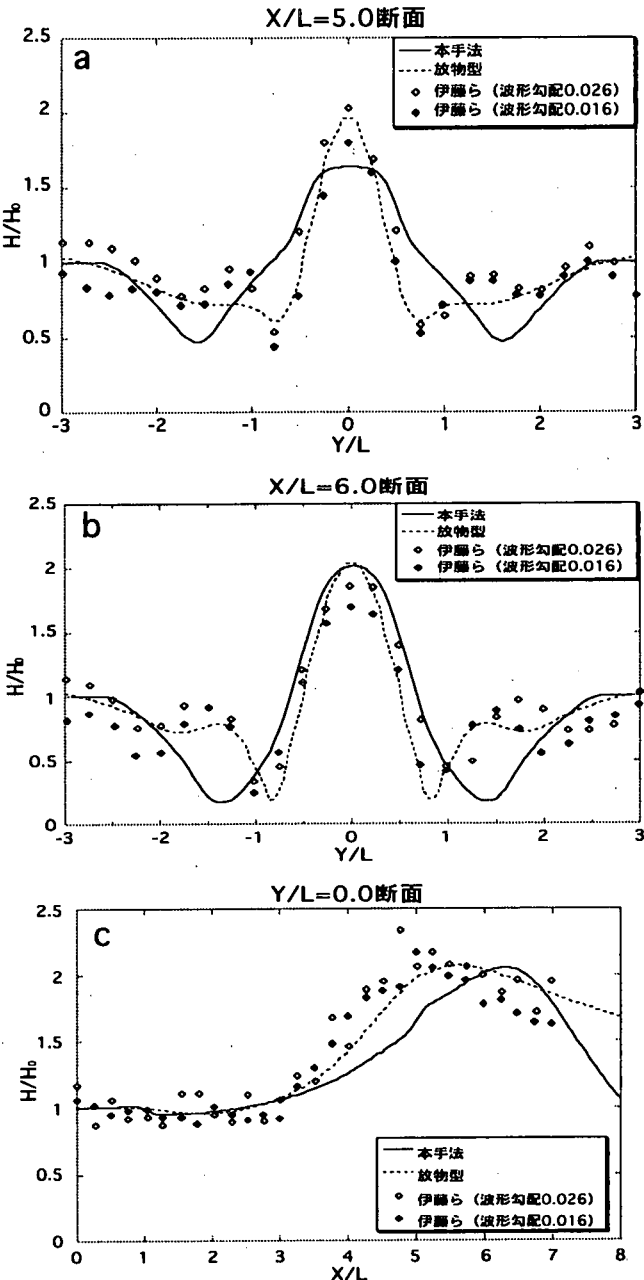


図-5 球面浅瀬による規則波の波高比 H/H_0

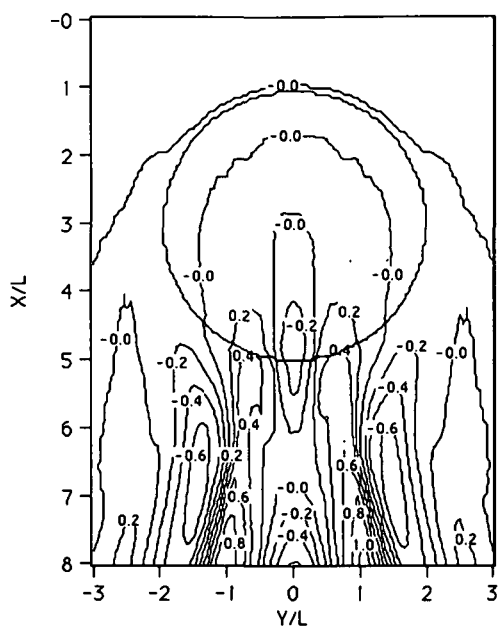


図-6 球面浅瀬周辺の規則波の波高比 H/H_0 の差分 (=本手法 - 放物型)

中の波向線の空白領域では明らかに過小評価となっているが、空白領域以外ではほぼ妥当な値が得られている。この状況は横断・縦断面内の波高分布を示した図-5 a, b, cにおいても見て取れる。球面浅瀬のすぐ背後の測線 $X/L=5.0$ (図-5a) では、放物型方程式による結果と比較してピーク波高はやや低めに出ている。またピークから離れた場所での波高低下位置が波向線の空白域と直接対応しており、実験値および放物型方程式による計算結果と比較してずれが生じている。

$X/L=6.0$ (図-5b) では実験・放物型と比較してピーク波高の一致度は良好であるが、この場合も波高の低下域がピークから離れる傾向が出ている。縦断面の波高分布を示す図-5c ではピーク波高はほぼ同程度であるが、本手法では波高の上昇が遅れている特徴が読みとれる。またピーク後に急な波高減衰が見られる。さらに、放物型方程式と本手法で求めた波高比の差分 (=本手法 - 放物型) を取ったのが図-6である。最大で波高比で約 ± 0.8 程度の誤差が生じている。

また式 (9) の方法で波向を求めたのが図-7である。球面浅瀬中心から背後をみると、放物型方程式に比べて波向の変化がやや鈍いが、 $X/L=3\sim 6$ では波向が浅瀬背後に集中していき、 $X/L=7\sim 8$ では発散するというパターンは良く一致している。

以上で述べた誤差の原因は、本研究の手法では互いに独立に計算された波向線を基にした波峰線を用いているため、波向線を横切るエネルギー輸送が考慮できていないことである。そのため本手法による計算結果では、波向線の最も集中する場所と波高のピークが、波向線の空白域と波高の低下域がそれぞれ一致している。しかし実際には、回折効果により波向線の空白域にエネルギー

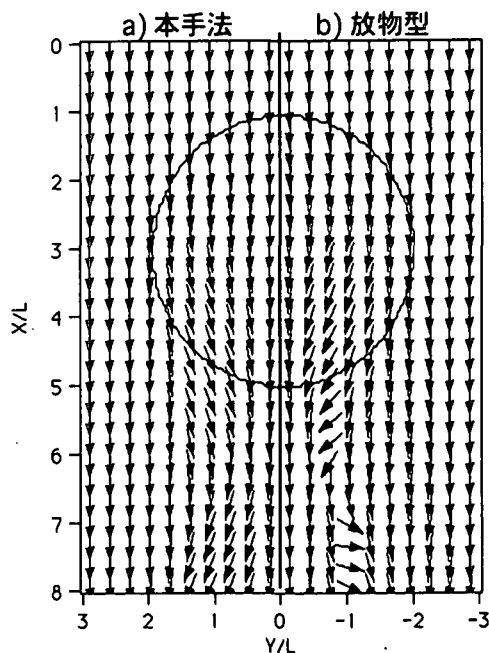


図-7 球面浅瀬周辺の規則波の波向

が運ばれるため、波向線の集中域と波高のピーク、波向線の空白域と波高の低下域が厳密に一致することはない。つまり、今回計算した球面浅瀬のような波の回折が強く起こる場合では、避けられない誤差であるといえる。

(2) 不規則波への適用

本研究の計算手法を成分波の重ね合わせ手法を用いて不規則波への適用をおこなった。波高については、個々の成分波に対して、それぞれ規則波の場合と同様の計算を行ない、結果をエネルギー的に加え合わせて求める (合田・鈴木 (1975)⁵⁾)。また波向については、各成分波の波高と波向の計算結果をもとに、エネルギー輸送の x 成分と y 成分をそれぞれ集計し、そのベクトルの向きとして求めることができる。

実際の計算では、入射波の方向スペクトルに Bretschneider-光易型の周波数スペクトルと、光易型の方向関数を組み合わせたものを用い、方向集中度パラメータ $S_{max}=25$ の不規則波を対象とした。成分波への分割数は、周波数についてはエネルギーを等分割して3成分に分割し、波向については入射角の範囲を $-45^\circ \sim 45^\circ$ の範囲で方向角を等分割して9分割し、合計 $3 \times 9 = 27$ 個の成分波に分割した。

図-8aはこの手法で求めた球面浅瀬周辺の不規則波の波高比 H/H_0 である。また図-8bには芹沢ら (1990)⁴⁾ と同様の放物型方程式による不規則波の計算結果を示す。ただし、放物型方程式の計算についても方向集中度パラメータ・成分波への分割数・周波数分割数など全て同じ条件で計算した。また、球面浅瀬の岸側を通る $X/L=5.0$, $X/L=6.0$ 断面と、球面浅瀬を垂直に横切る $Y/L=0.0$ 断面

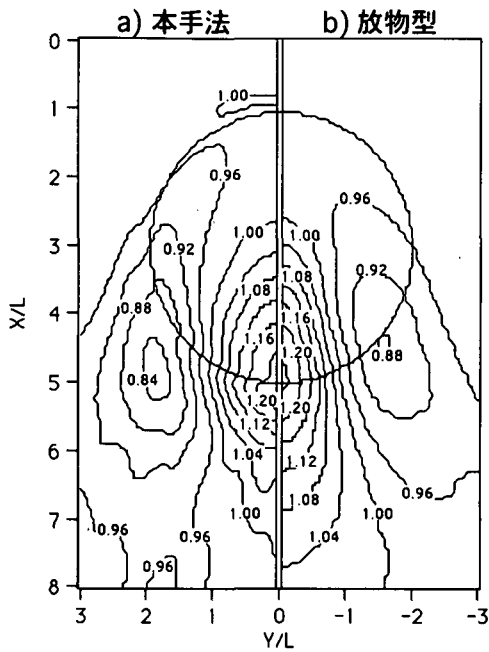


図-8 球面浅瀬周辺の不規則波の波高比 H/H_0

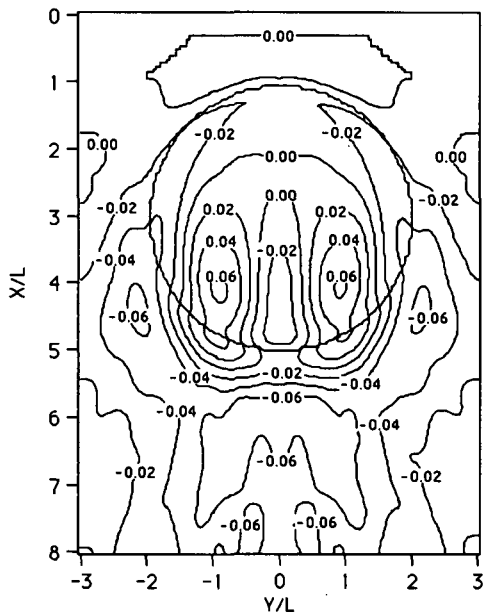


図-10 球面浅瀬周辺の不規則波の波高比 H/H_0 の差分 (=本手法 - 放物型)

における波高比を図-9に示す。これも比較のために放物型方程式による結果を示す。

図-4、図-8を比較すると、放物型方程式による計算結果は、規則波の結果に比べると不規則波の方向分散性および周波数分散性により、波高の空間的变化が平滑化されている。浅瀬背後の波高極大点の波高比が1.2程度にまで低下し、浅瀬両脇の波高低減の度合いも緩やかになっている。これに対して本手法による計算結果は、この特徴を良く表しており、波高比の極大点の位置および増大率が良く一致し、また浅瀬両脇の波高低減域の波高比もよく一致している。これは断面内の波高分布を示し

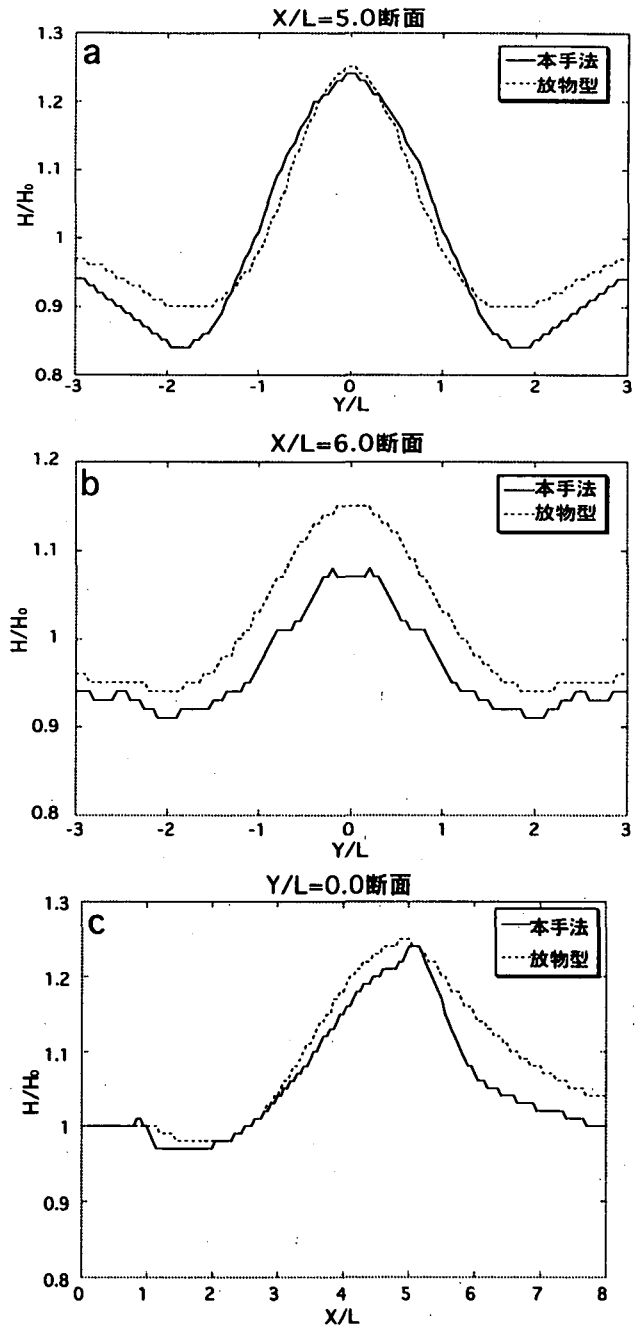


図-9 球面浅瀬による不規則波の波高比 H/H_0

た図-9 a, b, cにおいても見て取れる。球面浅瀬のすぐ背後を横切る測線 $X/L=5.0$ (図-9a) ではピークの波高比がほぼ一致し、波高低下位置もほぼ一致している。またそれより岸側の測線 $X/L=6.0$ (図-9b) では、放物型より全体的に波高比がやや小さくなっているが、パターンはよく似ている。縦断面の波高分布を示す図-9cではピークの波高と位置がほぼ一致するようになった。しかしまだピーク後に急な波高減衰が見られる。

さらに、放物型方程式と本研究で求めた波高比の差分 (=本手法-放物型) を図-10に示す。誤差は計算領域全域で波高比で ± 0.1 以内となり、大幅に減少した。

以上のように、本手法は不規則波に拡張することで計算精度が大きく向上した。現地の波は不規則波であることから、本手法の実用性は十分であると判断される。

4. あとがき

波峰線を用いて計算した波高は、波向線の空白領域ではずれが大きいが、それ以外の領域ではほぼ妥当な値が得られた。このずれは結局、波向線では波の集中・分散域での回折効果が計算できていないため、回折効果が大きい領域では波高比で ± 0.8 程度の誤差が生じた(図-6)。また成分波の重ね合せ法により、不規則波の計算にも拡張でき、このようにすることによって波向線の空白領域でも放物型方程式の不規則波の計算結果と良い一致を示すようになった(図-10)。

本研究で用いた手法の利点は、これまで波向線法では波高計算が不可能であった波向線交差領域において、ある程度妥当な波高が簡単に計算できること、波向線法を基礎としているため計算メッシュを粗くとっても数値

計算が発散する問題がないため、非常に広い領域の計算ができることである。さらに、大領域の海浜変形予測における波浪場の計算などに活用できるものと期待される。

参考文献

- 1) Berkhoff, J. C. W., N. Booy and A. C. Radder:
Verification of Numerical Wave Propagation Models for Simple Harmonic Linear Water Waves, Coastal Engineering 6 (1982), pp.255-279, 1982.
- 2) 伊藤喜行・谷本勝利：波向線交差領域での波の屈折，第19回海岸工学講演会論文集，pp.325-329, 1972.
- 3) 磯部雅彦：放物型方程式を用いた不規則波の屈折・回折・碎波変形の計算法，第33回海岸工学講演会論文集，pp.134-138, 1986.
- 4) 芹沢真澄・小沢和男・三船修司・磯部雅彦：実務における屈折・回折・碎波計算への放物型方程式の適用性，海岸工学論文集，第37巻，pp.26-30, 1990.
- 5) 合田良実・鈴木康正：光易型方向スペクトルによる不規則波の屈折・回折計算，港湾技研資料，No.230, 45p., 1975.