

矩形港湾 湾水振動の解析解の適用性について

APPLICABILITY OF ANALYTICAL SOLUTION FOR RECTANGULAR HABOUR OSCILLATIONS

村上智一¹・野村圭司²・濱中建一郎³

Tomokazu MURAKAMI, Keiji NOMURA and Ken-ichiro HAMANAKA

¹ 北海道東海大学 大学院理工学研究科 (〒005-8601 札幌市南区南沢5-1-1-1)

² 学生員 北見工業大学 大学院工学研究科 (〒090-8507 北見市公園町165番地)

³ 正会員 工博 北海道東海大学教授 工学部海洋開発工学科 (〒005-8601 札幌市南区南沢5-1-1-1)

Applicability of liner and second order solutions of wave field inside and outside a rectangular harbour is investigated. The matching conditions are used without any simplification. The normal derivatives of the forced waves have unreasonable characteristics along the boundaries. This comes from the Gibbs phenomenon in the linear solution. But the linear waves calculated on the lines through the matching points have good agreements with the results with boundary element method concerned with the harbour resonances.

KEY WORDS : Nonlinearity, free long waves, forced waves, gibbs phenomenon

1. はじめに

長周期・長波長の波が港湾内で共鳴し強い湾水振動を起こすことは良く知られている。この長周期の波の発生メカニズムのひとつとして、港口部での拘束波の不連続性が考えられている。しかしながら、これまでの研究で用いられている線形解には港口部での接続条件が簡略化されて使われておらず、線形解自身が不連続となっている。従ってこの線形解を用いて導かれた拘束波の不連続性から長周期波の発生を論ずることは出来ない。

のことから本研究では、矩形港湾を対象にし接続条件にならん簡略化を行はず解析を行い、線形解及び2次の拘束波の解を導出し、それらの解の適用性について論ずることを目的とする。

矩形港湾の解析例としては、Ippen&Goda(1963)¹⁾が挙げられる。木村等(1996,1997)^{2),3)}は、このIppen&Godaの線形解をもとに2次のオーダまで解析し、その時の拘束波が港口部で不連続となりそれを補うように自由波が発生するとした。Ippen&Godaは解析を簡単にするために、港外の波の港口部でのポテンシャルと流速は一定と仮定し、港内の波のポテンシャルと流速は港口部での平均値が港外のそれと一致するとした。

本研究では接続条件に対し、そのような簡略化をせずに解析する方法を示す。線形解としてはIppen&Godaと同様の関数形を仮定し、接続条件には選点法を適用した。次に、得られた線形波及び2次の拘束波の解の数値的評価を行い、解の適用性について述べる。

2. 基礎方程式と摂動展開

ここで解析の対象とした矩形港湾のモデルは図1に示すとおりである。流体の運動は非粘性、非圧縮性、非回転とし、海岸線は直線状に左右遠方まで延びている。海岸線および港の境界線では完全反射とする。

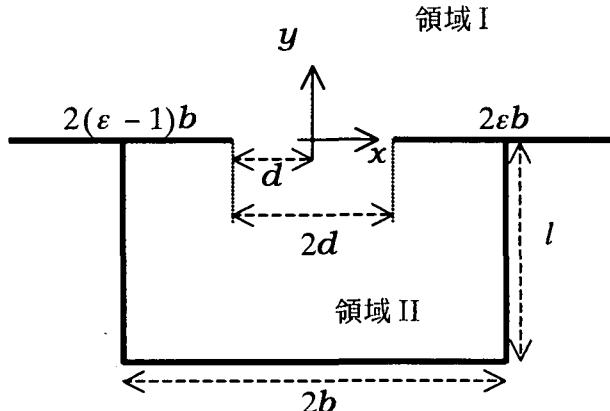


図-1 矩形港概念図

波動場を弱非線形と仮定して、摂動展開を行う。

$$\Phi = \mu\Phi^{(1)} + \mu^2\Phi^{(2)} + \mu^3\Phi^{(3)} + \dots$$

$$\eta = \mu\eta^{(1)} + \mu^2\eta^{(2)} + \mu^3\eta^{(3)} + \dots$$

1次と2次のオーダーでの基礎方程式と境界条件は、 μ のオーダ(1次のオーダ)

$$\Delta\Phi^{(1)} = 0 \quad (2.1)$$

$$\Phi_z^{(1)} = \eta_t^{(1)} \quad \text{on} \quad z=0 \quad (2.2)$$

$$\Phi_z^{(1)} + \eta^{(1)} g = 0 \quad \text{on} \quad z = 0 \quad (3.7)$$

$$\Phi_z^{(1)} = 0 \quad \text{on} \quad z = -h \quad (2.4)$$

$$\Phi_v^{(1)} = 0 \quad \text{on} \quad \text{鉛直境界} \quad (2.5)$$

ここで、

$$\Delta = (\partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2)$$

ν は境界に対して法線方向。

η は水面変位を表す。

下付き添え字変数は微分を表す。

μ^2 のオーダ(2次のオーダ)

$$\Delta \Phi^{(2)} = 0 \quad (2.6)$$

$$\Phi_z^{(2)} + \eta^{(1)} \Phi_{zz}^{(1)} = \eta_t^{(2)} + \nabla \eta^{(1)} \cdot \nabla \Phi^{(1)}$$

$$\text{on} \quad z = 0 \quad (2.7)$$

$$\Phi_t^{(2)} + \eta^{(1)} \Phi_{zt}^{(1)} + g \eta^{(2)} + \frac{1}{2} \{ (\nabla \Phi^{(1)})^2 + (\Phi_z^{(1)})^2 \}$$

$$\text{on} \quad z = 0 \quad (2.8)$$

$$\Phi_z^{(2)} = 0 \quad \text{on} \quad z = -h \quad (2.9)$$

$$\Phi_v^{(2)} = 0 \quad \text{on} \quad \text{鉛直境界} \quad (2.10)$$

3. 1次の解

入射波として角周波数 ω の波を考えると、速度ポテンシャルは

$$\begin{aligned} \Phi^{(1)} &= \phi^{(1)} e^{i\omega t} + \text{c.c.} \quad (\text{c.c. : Complex Conjugate}) \\ &= \phi^{(1)} e^{i\omega t} + \bar{\phi}^{(1)} e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (3.1)$$

水面変位は

$$\eta^{(1)} = \zeta^{(1)} e^{i\omega t} + \bar{\zeta}^{(1)} e^{-i\omega t} \quad (3.2)$$

ここで ϕ の解として変数分離形を仮定する。

$$\phi = i \frac{g}{\omega} f(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}$$

この式を(2.1)式に代入すると以下の Helmholtz 方程式が得られる。

$$f_{xx} + f_{yy} + k^2 f = 0 \quad (3.3)$$

(2.2)式から分散関係式

$$\omega^2 = gk \tanh kh \quad (3.4)$$

が得られる。(2.5)式から

$$f_v = 0 \quad \text{on} \quad \text{鉛直境界} \quad (3.5)$$

となる。

港外のポテンシャルの分布関数を $f_I(x, y)$ 、港内のそれを $f_{II}(x, y)$ とすると、接続条件は

$$f_I = f_{II} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial f_I}{\partial y} = \frac{\partial f_{II}}{\partial y} \quad \text{on} \quad y = 0 \quad \text{and} \quad |x| < d$$

(1) 港外の分布関数(領域 I)

入射波の水面変位を η_0 として

$$\eta_0 = \frac{a}{2} e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})} + \text{c.c.} \quad (3.8)$$

ここで $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$, $k_x = k \cos \theta$, $k_y = k \sin \theta$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} = k_x x + k_y y, k = |\mathbf{k}|$$

港外の分布関数を、入反射波による分布関数と港が存在することによる影響を表す分布関数 $f_r(x, y)$ との和で表す。

$$f_I(x, y) = a \cos k_y y e^{-ik_x x} + f_r(x, y) \quad (3.9)$$

として、(3.3) 式に代入すると

$$\frac{\partial^2 f_r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_r}{\partial y^2} + k^2 f_r = 0 \quad (3.10)$$

$y > 0$ なる、ある y のもとで x 軸に沿って f_r を考えると、 $y \rightarrow \pm\infty$ で $f_r = 0$ であるから、 x 軸に沿って f_r の Fourier 積分が存在すると仮定する。

$$f_r(x, y) = \frac{a}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, y) e^{-iux} du \quad (3.11)$$

(3.11) 式を (3.3) 式に代入すると

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - (u^2 - k^2) F = 0 \quad (3.12)$$

となり、この (3.12) 式の一般解は

$$F(u, y) = C_1(u) e^{\sqrt{u^2 - k^2} y} + C_2(u) e^{-\sqrt{u^2 - k^2} y} \quad (3.13)$$

ここで、港口部から放射状に散乱する波となるためには、 $C_1 = 0$ となる。よって f_I は

$$\begin{aligned} f_I(x, y) &= a \cos k_y y e^{-ik_x x} \\ &+ \frac{a}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C_2(u) e^{-\sqrt{u^2 - k^2} y} e^{-iux} du \end{aligned} \quad (3.14)$$

となる。

(2) 港内の波動場(領域 II)

港内の分布関数として

$$f_{II}(x, y) =$$

$$a \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos \left[\frac{n\pi}{2b} (x - 2\epsilon b) \right] \cosh \beta_n k(y + l) \quad (3.15)$$

を仮定する。

(3.15)式を(3.3)式に代入すると

$$-(n\pi/2b)^2 + \beta_n^2 k^2 + k^2 = 0 \text{ となり}$$

$$\beta_n = \sqrt{(n\pi/2b)^2 - 1} \quad (3.16)$$

(3.15)式は(3.16)式の下で Helmholtz 方程式、港奥と港側壁の境界条件を満たす。

(3) 港内外の解の接続

港内の解 $f_{II}(x, y)$ の $y = 0$ での y 方向の微分は

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{II}}{\partial y} &= a \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n k A_n \cos \left[\frac{n\pi}{2b} (x - 2\varepsilon b) \right] \sinh \beta_n k l \\ &= a \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cos \alpha_n (x - 2\varepsilon b) \\ &= a \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cos \theta_n(x) \end{aligned} \quad (3.17)$$

ここで $B_n = \beta_n k A_n \sinh \beta_n k l$, $\alpha_n = \frac{n\pi}{2b}$,

$$\theta_n(x) = \frac{n\pi}{2b} (x - 2\varepsilon b) \text{ である。}$$

港外の $f_I(x, y)$ に対し, $y = 0$ では

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_I}{\partial y} &= \frac{\partial f_r}{\partial y} \\ &= a \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cos \theta_n(x) \quad \text{on } |x| < d \\ &\quad 0 \quad \text{on } |x| > d \end{aligned} \quad (3.18)$$

(3.18)式で表される $\partial f_r / \partial y$ は明らかに絶対可積分だから Fourier 積分が存在し,

$$\frac{\partial f_r}{\partial y} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(u) e^{-iux} du \quad (3.19)$$

この逆変換は

$$G(u) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f_r}{\partial y} e^{iux} dx \quad (3.20)$$

この(3.20)式の右辺に(3.18)式を代入すると

$$G(u) = a \sum_{n=0}^{\infty} B_n g_n(u)$$

ここで

$$\begin{aligned} g_n(u) &= \frac{1}{2} \int_{-d}^d \{ e^{i\theta_n(x)} + e^{-i\theta_n(x)} \} e^{iux} dx = \\ &= \frac{\sin d(u + \alpha_n)}{u + \alpha_n} e^{-2i\alpha_n \varepsilon b} + \frac{\sin d(u - \alpha_n)}{u - \alpha_n} e^{2i\alpha_n \varepsilon b} \end{aligned}$$

となり, (3.19)式はこの $G(u)$ を用いて

$$\frac{\partial f_r}{\partial y} = \frac{a}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} B_n g_n(u) e^{-iux} du \quad (3.21)$$

となる。一方(3.14)式から $y = 0$ では

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_r}{\partial y} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} -\sqrt{u^2 - k^2} C_2(u) e^{-iux} du \\ &\quad (3.22) \end{aligned}$$

となって, さらに(3.21)式と(3.22)式は一致しなければならない。従って,

$$C_2 = \frac{-1}{\sqrt{u^2 - k^2}} \sum_{n=0}^{\infty} B_n g_n(u)$$

以上の結果をまとめると, 港湾内外の分布関数は

$$\begin{aligned} f_I(x, y) &= a \cos k_y y e^{-ik_y x} \\ &+ a \sum_{n=0}^{\infty} B_n \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} -\frac{e^{-\sqrt{u^2 - k^2} y}}{\sqrt{u^2 - k^2}} g_n(u) e^{-iux} du \right\} \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$f_{II}(x, y) = a \sum_{n=0}^{\infty} A_n \{ \cos(x - 2\varepsilon b) \} \cosh \beta_n k(y + l) \quad (3.24)$$

ここで B_n は A_n により決定されるが, この A_n は残された以下の境界条件式と接続条件式

$$\frac{\partial f_{II}}{\partial y} = 0 \quad \text{on } y = 0 \quad \text{and} \quad |x| > d \quad (3.25)$$

$$f_I = f_{II} \quad \text{on } y = 0 \quad \text{and} \quad |x| < d \quad (3.26)$$

を用いて決定される。

係数 A_n の決定法として, ここでは吉田(1990)らによる選点法を用いる。

すなわち, (3.25)と(3.26)を下図のような適当な選点上に適用し, 得られた連立方程式を解くことにより A_n が決定される。

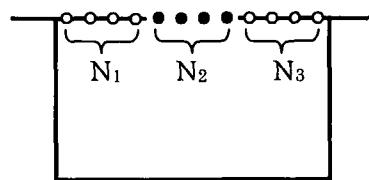


図-2 選点

4. 2次の拘束波

入射波成分としてわずかに異なる角周波数 ω_1 と ω_2 の2成分波を考える。

2次のオーダーでの拘束波のポテンシャルと水面変位は長周期成分に注目するため, 差の成分だけを考える。

$$\Phi^{(2)} = \phi^{(2)} e^{i(\omega_1 - \omega_2)t} + c.c.$$

$$\eta^{(2)} = \zeta^{(2)} e^{i(\omega_1 - \omega_2)t} + c.c.$$

1次の解は

$$\Phi^{(1)} = \phi_1 e^{i\omega_1 t} + \phi_2 e^{i\omega_2 t} + \bar{\phi}_1 e^{-i\omega_1 t} + \bar{\phi}_2 e^{-i\omega_2 t}$$

$$\eta^{(1)} = \zeta_1 e^{i\omega_1 t} + \zeta_2 e^{i\omega_2 t} + \bar{\zeta}_1 e^{-i\omega_1 t} + \bar{\zeta}_2 e^{-i\omega_2 t}$$

と表される。上式を(2.6)から(2.9)に代入し解を求める。

(1) 港内の拘束波のポテンシャル

$$\begin{aligned}\phi^{(2)} &= \frac{\bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_{1,n} \bar{A}_{2,m} \\ &\quad [H_{1,nm} \cos\{(\alpha_n + \alpha_m)(x - 2\epsilon b)\} \\ &\quad \cdot \cosh\{(\beta_{1,n} k_1 + \bar{\beta}_{2,m} k_2)(y + l)\} Z_1 \\ &\quad + H_{2,nm} \cos\{(\alpha_n + \alpha_m)(x - 2\epsilon b)\} \\ &\quad \cdot \cosh\{(\beta_{1,n} k_1 - \bar{\beta}_{2,m} k_2)(y + l)\} Z_2 \\ &\quad + H_{3,nm} \cos\{(\alpha_n - \alpha_m)(x - 2\epsilon b)\} \\ &\quad \cdot \cosh\{(\beta_{1,n} k_1 + \bar{\beta}_{2,m} k_2)(y + l)\} Z_3 \\ &\quad + H_{4,nm} \cos\{(\alpha_n - \alpha_m)(x - 2\epsilon b)\} \\ &\quad \cdot \cosh\{(\beta_{1,n} k_1 - \bar{\beta}_{2,m} k_2)(y + l)\} Z_4]\end{aligned}\quad (4.1)$$

ここで

$$Z_j = \frac{\cosh \gamma_j (z + h)}{\cosh \gamma_j h} \quad (j = 1 \sim 4)$$

$$\gamma_1 = \sqrt{(\alpha_n + \alpha_m)^2 - (\beta_{1,n} k_1 + \bar{\beta}_{2,m} k_2)^2}$$

$$\gamma_2 = \sqrt{(\alpha_n + \alpha_m)^2 - (\beta_{1,n} k_1 - \bar{\beta}_{2,m} k_2)^2}$$

$$\gamma_3 = \sqrt{(\alpha_n - \alpha_m)^2 - (\beta_{1,n} k_1 + \bar{\beta}_{2,m} k_2)^2}$$

$$\gamma_4 = \sqrt{(\alpha_n - \alpha_m)^2 - (\beta_{1,n} k_1 - \bar{\beta}_{2,m} k_2)^2}$$

$$H_{j,nm} = \frac{F_{j,nm}}{g \gamma_j \tanh \gamma_j h - (\omega_1 - \omega_2)^2}$$

$$(j = 1 \sim 4)$$

$$F_{1,nm} = G_1 + G_2 (-\alpha_n \alpha_m + \beta_{1,n} \bar{\beta}_{2,m} k_1 k_2)$$

$$F_{2,nm} = G_1 + G_2 (-\alpha_n \alpha_m - \beta_{1,n} \bar{\beta}_{2,m} k_1 k_2)$$

$$F_{3,nm} = G_1 + G_2 (\alpha_n \alpha_m + \beta_{1,n} \bar{\beta}_{2,m} k_1 k_2)$$

$$F_{4,nm} = G_1 + G_2 (\alpha_n \alpha_m - \beta_{1,n} \bar{\beta}_{2,m} k_1 k_2)$$

$$G_1 = i \left\{ (\omega_1 - \omega_2)(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_1 \omega_2) - g^2 \left(\frac{k_1^2}{\omega_1} - \frac{k_2^2}{\omega_2} \right) \right\}$$

$$G_2 = -2ig^2 \{(\omega_1 - \omega_2)/\omega_1 \omega_2\}$$

(2) 港外の拘束波のポテンシャル

$$\begin{aligned}\phi^{(2)} &= \frac{\bar{\alpha}_1 \bar{\alpha}_2}{2} [C_1 \cos(k_{1y} y + k_{2y} y) e^{-i(k_{1x} - k_{2x})x} Z_1 \\ &\quad + C_2 \cos(k_{1y} y - k_{2y} y) e^{-i(k_{1x} - k_{2x})x} Z_2 \\ &\quad + \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_{3,n} e^{-i(u - k_{1x})x} e^{(ik_{1y} - \sqrt{u^2 - k_1^2})y} Z_3 du]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&+ \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_{4,n} e^{-i(u - k_{2x})x} e^{(ik_{2y} - \sqrt{u^2 - k_1^2})y} Z_4 du \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_{5,n} e^{-i(u - k_{1x})x} e^{-(ik_{2y} - \sqrt{u^2 - k_1^2})y} Z_5 du \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_{6,n} e^{i(u - k_{1x})x} e^{-(ik_{1y} - \sqrt{u^2 - k_2^2})y} Z_6 du \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_{7,nm} e^{-i(u+v)x} \\ &\quad \cdot e^{-(\sqrt{u^2 - k_1^2} - \sqrt{v^2 - k_2^2})y} Z_7 du dv]\end{aligned}\quad (4.2)$$

ここで

$$Z_j = \frac{\cosh \lambda_j (z + h)}{\cosh \lambda_j h} \quad (j = 1 \sim 7)$$

とする。

$$\lambda_1 = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 + 2(k_{1y} k_{2y} - k_{1x} k_{2x})}$$

$$\lambda_2 = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - 2(k_{1y} k_{2y} - k_{1x} k_{2x})}$$

$$\lambda_3 = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - 2uk_{1x} + 2ik_{1y} \sqrt{u^2 - k_2^2}}$$

$$\lambda_4 = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - 2uk_{2x} + 2ik_{2y} \sqrt{u^2 - k_1^2}}$$

$$\lambda_5 = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - 2uk_{2x} - 2ik_{2y} \sqrt{u^2 - k_1^2}}$$

$$\lambda_6 = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - 2uk_{1x} - 2ik_{1y} \sqrt{u^2 - k_2^2}}$$

$$\lambda_7 = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 + 2uv - 2\sqrt{u^2 - k_1^2} \sqrt{v^2 - k_2^2}}$$

$$C_j = \frac{D_j}{g \gamma_j \tanh \gamma_j h - (\omega_1 - \omega_2)^2} \quad (j = 1, 2)$$

$$C_{j,n} = \frac{D_{j,n}}{g \gamma_j \tanh \gamma_j h - (\omega_1 - \omega_2)^2} \quad (j = 3 \sim 6)$$

$$C_{j,nm} = \frac{D_{j,nm}}{g \gamma_j \tanh \gamma_j h - (\omega_1 - \omega_2)^2} \quad (j = 7)$$

$$D_1 = G_1 + G_2 (k_{1x} k_{2x} - k_{1y} k_{2y})$$

$$D_2 = G_1 + G_2 (k_{1x} k_{2x} + k_{1y} k_{2y})$$

$$\begin{aligned}D_{3,n} &= \bar{B}_{2,n} \bar{g}_n(u) / 2\pi \left\{ G_1 / \sqrt{u^2 - k_2^2} \right. \\ &\quad \left. + (ik_{1y} - uk_{1x}) / \sqrt{u^2 - k_2^2} G_2 \right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D_{4,n} &= B_{1,n} g_n(u) / 2\pi \left\{ G_1 / \sqrt{u^2 - k_1^2} \right. \\ &\quad \left. + (ik_{2y} - uk_{2x}) / \sqrt{u^2 - k_1^2} G_2 \right\}\end{aligned}$$

$$D_{5,n} = -\bar{B}_{2,n}\bar{g}_n(u)/2\pi$$

$$\cdot \left\{ (uk_{2x}G_2 + G_1) / \sqrt{u^2 - k_1^2} + ik_{2y}G_2 \right\}$$

$$D_{4,n} = -B_{1,n}g_n(u)/2\pi$$

$$\cdot \left\{ (uk_{1x}G_2 + G_1) / \sqrt{u^2 - k_2^2} + ik_{1y}G_2 \right\}$$

$$D_{7,nm} = -B_{1,n}\bar{B}_{2,n}g_n(u)\bar{g}_m(u)/2\pi^2$$

$$\cdot \left\{ (-uvG_2 - G_1) / \sqrt{u^2 - k_1^2} \sqrt{v^2 - k_2^2} + G_2 \right\}$$

ただし

$$\sqrt[2]{x} = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -i\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$$

5. 解の適用性と結論

得られた解の適用性を数値的に検討した。検討した港の諸元は $d=150\text{m}$, $b=500\text{m}$, $h=10\text{m}$, $\epsilon=0.5$ である。最初に周期 10 秒と 10.1 秒で振幅は共に 1m の 2 成分の入射波を港口部 ($-150 < x < 150$) に直角に入射させた。図 3 は港内の拘束波のポテンシャルの港口部とその両側防波堤に沿った法線微分を示す。横軸は港口部中央点からの距離を表す。これによれば防波堤上の法線微分は港口部と同程度の値となっている。港口部では波の存在により明らかに零ではないから防波堤上でも零ではないことを意味する。しかし港内の他の境界上では解の形から明らかに零となっており、これらの境界は物理的には全く同じであるからこの結果は不合理である。

このことを調べるために、線形解を選点と選点との間も含め詳細に調べた。図 4 は同じ位置での線形解の無次元ポテンシャルの入射波振幅に対する比を示す。これによれば港内外のポテンシャルは港口端部に若干の差が見られるもののほぼ一致している。又、法線微分は港口部で一致することは解析的に示すことができる。したがって解の連続性は満たされている。

図 5 は図 4 と同じ位置での港内の線形解の法線微分である。図中防波堤上で零となっている位置は A_n を決定するために用いた選点の位置である。こ

の図によれば選点上では境界条件を満たしているが、選点と選点との間には大きな変動があり、境界条件を満たしていない。これは Fourier 級数展開における Gibbs の現象と考えられ、展開項数を増加させても消すことは出来ない。

拘束波に現れた不合理性はこれによって生じたものと考えられる。従って、このタイプの線形解は非線形解析には適さない。

一方、選点を通る線上だけで線形解による波形を見た場合、特に不合理な波形は現れない。このことから線形解の適用性を調べるために、Gibbs の現象を含まない解として境界要素法による解と比較した。特に港湾内の共鳴現象に対する適用性を調べるために入射波周期を変化させ港奥でのポテンシャルを調べた。図 6 はその一例で、横軸は入射波周期で縦軸は港奥中央点でのポテンシャルの振幅の入射波振幅に対する比である。実線は境界要素法によるもので、白丸は解析解を示す。これによれば、強い共鳴が起こっている場合には振幅にわずかの違いが現れたものの全体的には振幅、共鳴周期共に両者は良く一致している。又波形は $T=45$ 秒のときに両者に位相差が現れたが他はよく一致した。このことから、Gibbs の現象を含むこのタイプの線形解でも少なくとも共鳴現象には適用可能と考えられる。

最後に拘束波の連続性については、港外の拘束波のポテンシャルの解(4.2)に現れた 2 重積分の精度のよい積分法が見つからないため今後の課題である。

参考文献

- 1) Ippen, A. T. and Y. Goda : Wave induced oscillation in harbors, the solution for a rectangular harbor connected to the open-sea, Hydrodynamic Lab. Rep., No.59, MIT, 90p 1963
- 2) 木村・喜田・山崎 : 2 次長周期波による港湾の振動について 海講 第 43 卷, 211-215 1996
- 3) 木村・喜田・山崎 : 不規則波による湾水の長周期振動について 海講 第 44 卷, 251-255 1997

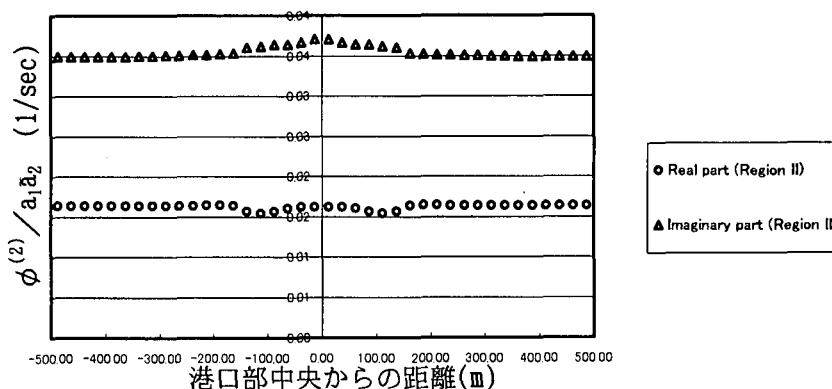


図-3 拘束波のポテンシャルの法線微分

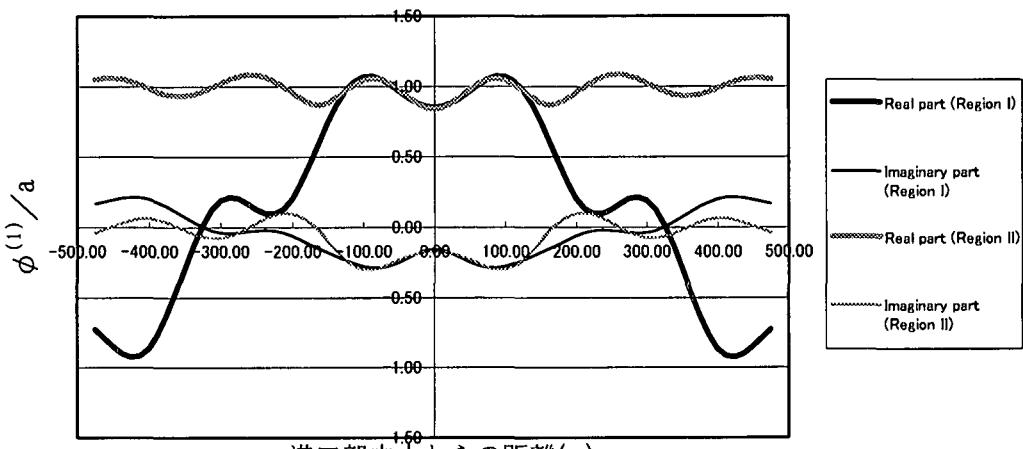


図-4 線形波のポテンシャル

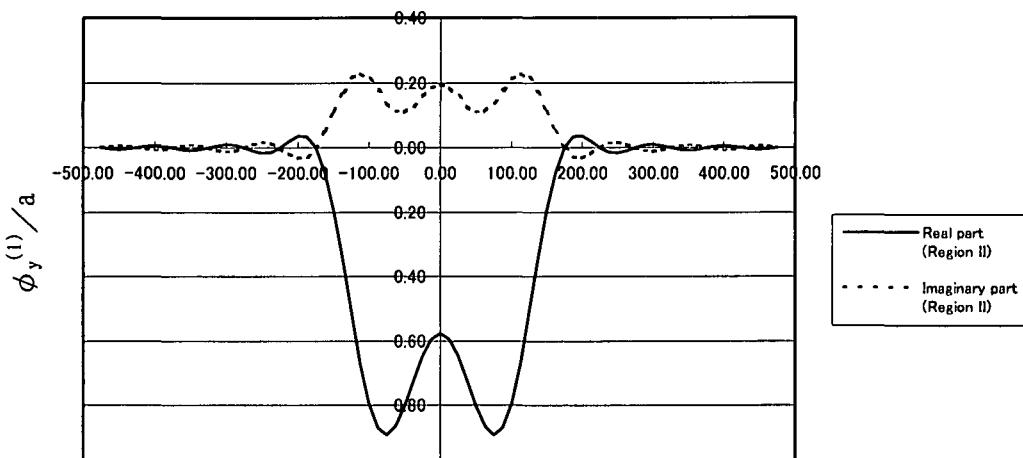


図-5 港内の線形波のポテンシャルの法線微分

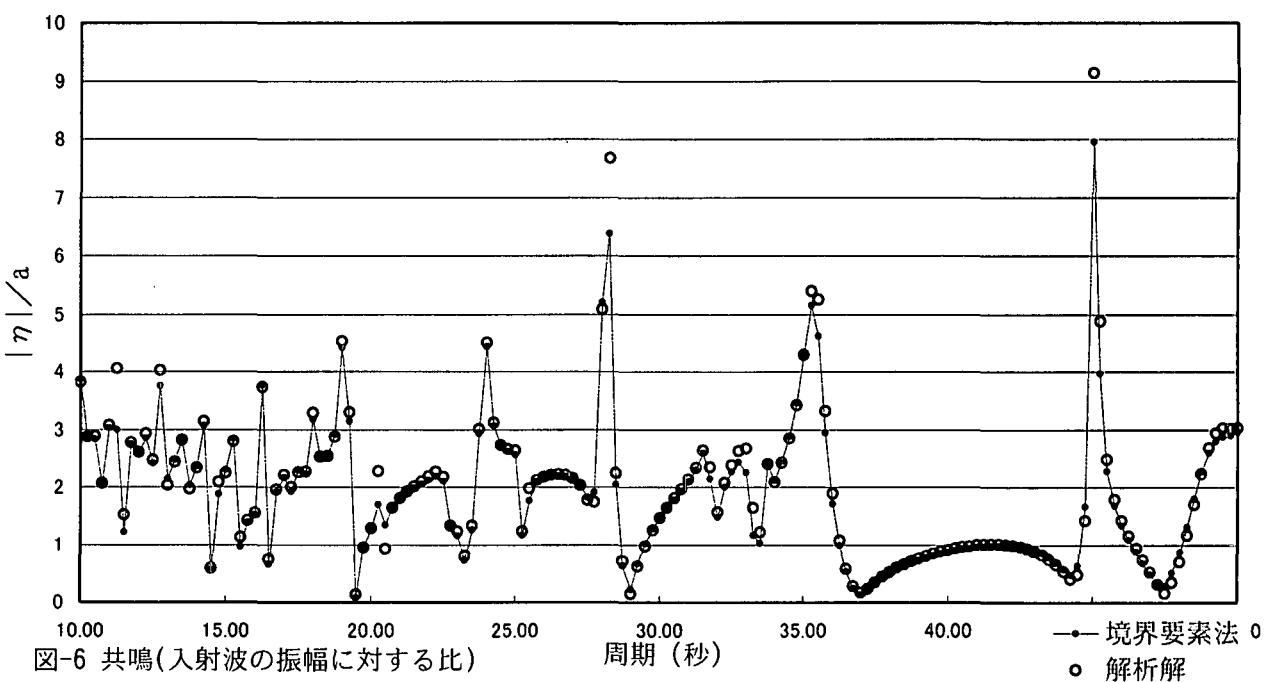


図-6 共鳴(入射波の振幅に対する比)