

波変形解析のための波・流れ共存場のモデル化

MODELING WAVE-CURRENT COEXISTENCE FIELD FOR WAVE TRANSFORMATION

モハマド モヒウディン¹・富樫宏由²・平山 康志³

Mohammad MOHIUDDIN, Hiroyoshi TOGASHI and Yasushi HIRAYAMA

¹学生会員 長崎大学大学院海洋生産科学研究科 (〒852-8521 長崎市文教町 1-1-4)

²フェロー会員 長崎大学工学部社会開発工学科 (〒852-8521 長崎市文教町 1-1-4)

³非会員 長崎大学工学部社会開発工学科 (〒852-8521 長崎市文教町 1-1-4)

A non-linear wave-current model is presented for wave transformation analyses in a wave-current coexistence field. The model is based on Madsen *et al.*^{1), 2)} type extended Boussinesq equations. For the application of the governing equations in a wave-current field, a wave-current dispersion relation is also derived from a wave-current velocity potential. A semi-implicit finite difference scheme is adopted for the solution to the equations. The model is applied to a sloping bottom topography and 1D model results are compared with laboratory experiments and analytical solution. Results depict that interactions are more pronounced in the constant-depth shallow water region, and wave height increases for waves propagation against adverse currents and wave height decreases for waves propagation with following currents. Also, the wave-current field changes mean water level all over the domain, and steady current and wave motion affect the wave-current set-down.

Key Words : Wave-current interactions, velocity potential, dispersion relation, cubic spline, set-down, adverse current, following current, equivalent uniform current

1. 序論

流れに乗っている波は、流れがない場合の波と異なった性質を示す。波形の変化は河口部でしばしば顕著に認められる。流れの存在は、波伝播領域における分散関係式、波高及び波形等を変化させる。更に、流れがある場合の波特性は、流れの大きさや方向によって変化するし、また波・流れ場の地形によっても変化する。

波・流れ相互干渉は、radiation stress 理論³⁾や後には平均エネルギーレベルの概念を導入した Jonsson *et al.*⁴⁾ によって説明された。彼らの研究は有名であるが、繰返し計算手法を必要とするものであった。その他にも波・流れ理論は幾つか提示されている^{5), 6), 7)}。Hedges & Lee⁸⁾ は等価等流理論を導入したが、これは波・流れ相互干渉を含んでいた。この理論により、水深方向に変化する流れは、等価等流として波・流れ計算に包含することが出来るようになった。

本研究の目的は、傾斜海底地形上の波伝播解析のための非線形波・流れモデルを構築することである。目標として2次元的に理論展開・解析するが、結果は1次元的な検討に留める。本研究は Madsen *et*

al.^{1), 2)} の拡張型 Boussinesq 方程式に基づいて考察されるが、その理由はこの方程式が今でも未だ波・流れ共存場においては広く適用されていないからである。1次元的に垂直に入射する正弦波と逆方向又は同方向流れとの相互干渉が検討されている。

2. 理論展開

(1) 支配方程式

鉛直方向に全水深に亘って積分した拡張型 Boussinesq 方程式^{1), 2)} は以下の様である。

$$S_t + P_x + Q_y = 0 \quad (1)$$

$$P_t + \left(P^2/d\right)_x + (PQ/d)_y + gdS_x - h^2(B+1/3)(P_{xx} + Q_{yy}) - Bgh^3(S_{xx} + S_{yy}) - hh_x(P_x/3 + Q_y/6 + 2BghS_{xx} + BghS_{yy}) - hh_y(Q_x/6 + BghS_{yy}) = 0 \quad (2)$$

$$Q_t + (PQ/d)_x + \left(Q^2/d\right)_y + gdS_y - h^2(B+1/3)(Q_{yy} + P_{xx}) - Bgh^3(S_{xx} + S_{yy}) - hh_x(P_x/6 + BghS_{xx}) - hh_y(Q_y/3 + P_x/6 + BghS_{xx} + 2BghS_{yy}) = 0 \quad (3)$$

ここで、 d は全水深、 h は水深、 S は水面変動、 g は重力加速度、 P と Q はそれぞれ x , y 方向の水粒子速度成分 u , v を鉛直方向に全水深に亘って積分した流束成分、そして $B = (1/15)$ は curve fitting parameter である。

(2) 分散関係式

図-1 に波・流れ計算領域(平面図)を示す。波の入射角は x 軸と角度 θ を成し、流れの方向は波進行方向と角度 α を成している。波は左側の沖合領域から計算領域に入射し、右側の岸領域に向かって進行する。波・流れ合成速度ポテンシャル Φ は以下のように書ける^{9), 10)}。

$$\Phi = Ux + Vy + A \cosh k(h' + z) \cos[k(\cos \theta)x + k(\sin \theta)y - \omega t] + (U^2 + V^2)t/2 \quad (4)$$

ここで、 $\omega (= 2\pi/T)$ は角周波数、 T は周期、 $k (= \sqrt{k_x^2 + k_y^2})$ は波数、 h' は静水深、 U と V はそれぞれ x , y 方向の流れ速度成分(等価一様流れ)、 θ は波の入射角、そして A は定数である。式(4)の最後の項は数学的単純化のために含まれている。

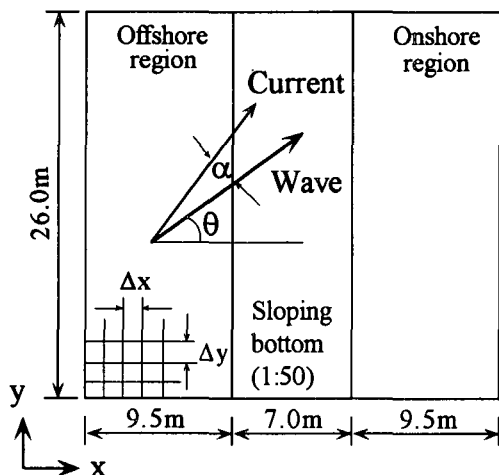


図-1 波・流れ共存場の配置、及び波と流れの方向

上の波・流れ合成速度ポテンシャルは、式(5)のラプラスの方程式、式(6)の水底面の境界条件及び式(7)の水表面の境界条件を満たしている。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (5) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=-H} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \Big|_{z=h-H} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=h-H} = 0 \quad (7)$$

水表面の力学的境界条件は式(8)のように書くことが出来る。

$$S = \frac{1}{g} \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \Big|_{z=h-H} \quad (8)$$

式(4)を式(8)に代入し、 $(Ak)^2$ オーダーの項を全て省略して水表面における値を求めると、式(9)となる。

$$S = (A/g) \left\{ \omega \cosh kh \sin[k(\cos \theta)x + k(\sin \theta)y - \omega t] + U(k \cos \theta) \cosh kh \sin[k(\cos \theta)x + k(\sin \theta)y - \omega t] + V(k \sin \theta) \cosh kh \sin[k(\cos \theta)x + k(\sin \theta)y - \omega t] \right\} \quad (9)$$

x 方向(1次元)の運動量方程式において、流れ場由来する流れ速度と波動による水粒子速度の和としての合成速度を水深方向に積分した流束^{11), 12)}として含めた後、その結果として生じる方程式を x に関して微分し、また U の空間的変化とその微分の積を無視すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} - U^2 \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + 2U \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + gh \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} - h^2 \left(B + \frac{1}{3} \right) \frac{\partial^4 P}{\partial x^3 \partial t} - Bgh \frac{\partial^4 S}{\partial x^4} = \frac{\partial h}{\partial x} \left\{ h(2B+1) \frac{\partial^3 P}{\partial x^2 \partial t} + 5Bgh^2 \frac{\partial^3 S}{\partial x^3} - g \frac{\partial S}{\partial x} \right\} \quad (10)$$

x 方向の連続方程式を考慮し、また、式(9)を式(10)に代入し、更に水深 h は x の関数として緩やかに変化すると仮定すると、式(11)となる。式(11)は波・流れ場に対する波・流れの分散関係式であり、そこにおける波は x 軸と角 θ で入射し、また、 x , y 方向の流れ成分が存在する。

$$\begin{aligned} & -\omega^3 \left\{ 1 + (k \cos \theta)^2 h^2 (B + 1/3) \right\} + \omega^2 \left\{ U(k \cos \theta) \left[1 - (k \cos \theta)^2 h^2 (B + 1/3) \right] - V(k \sin \theta) \left[1 + (k \cos \theta)^2 h^2 (B + 1/3) \right] \right\} \\ & + \omega \left\{ (k \cos \theta)^2 \left\{ U^2 + gh \left(1 + B(k \cos \theta)^2 h^2 \right) \right\} + 2UV(k \cos \theta) \right. \\ & \left. (k \sin \theta) \right\} - U(k \cos \theta)^3 \left\{ U^2 - gh \left(1 + B(k \cos \theta)^2 h^2 \right) \right\} \\ & - V(k \cos \theta)^2 (k \sin \theta) \left\{ U^2 - gh \left(1 + B(k \cos \theta)^2 h^2 \right) \right\} = 0 \quad (11) \end{aligned}$$

もし (RC) が波伝播方向の合成流れ速度であり、また x 軸を波進行方向にとるとすれば、上式は次式(12)となる。

$$\begin{aligned} & -\omega^3 \left\{ 1 + k^2 h^2 (B + 1/3) \right\} + \omega^2 (RC) k \left\{ 1 - k^2 h^2 (B + 1/3) \right\} + \omega k^2 \\ & \left\{ (RC)^2 + gh \left(1 + Bk^2 h^2 \right) \right\} - (RC) k^3 \left\{ (RC)^2 - gh \left(1 + Bk^2 h^2 \right) \right\} = 0 \quad (12) \end{aligned}$$

図-1 に示すように、 α が波と流れの向きの間の角度であるから、波伝播方向の流れ成分は (RC) の代りに $(RC) \cos \alpha$ となるであろう。式(12)の解は、波伝播方向の波数 k を与え、また、 k_x と k_y は波の入射角が分かれば計算できる。

3. 数値計算

(1) 差分化式

支配方程式は準陰的な差分法^{10), 13)}で近似され、またスタッガードメッシュスキームを図-2に示す。差分式は、 P と Q が $(n+1/2)\Delta t$ の時間レベルで計算され、 S は $(n+1)\Delta t$ の時間レベルで計算されるように定式化されている。式(1), (2), (3)の差分形は、それぞれ式(13), (14), (15)のようになる。

$$S_{j,k}^{n+1} = S_{j,k}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(P_{j+1,k}^{n+1/2} - P_{j-1,k}^{n+1/2} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(Q_{j,k+1}^{n+1/2} - Q_{j,k-1}^{n+1/2} \right) \quad (13)$$

$$A'_{j+1,k} P_{j-1,k}^{n+1/2} + B'_{j+1,k} P_{j+1,k}^{n+1/2} + C'_{j+1,k} P_{j+3,k}^{n+1/2} = D'_{j+1,k} \quad (14)$$

$$A''_{j,k+1} Q_{j,k-1}^{n+1/2} + B''_{j,k+1} Q_{j,k+1}^{n+1/2} + C''_{j,k+1} Q_{j,k+3}^{n+1/2} = D''_{j,k+1} \quad (15)$$

ここで、 A', B', C' 及び D' と A'', B'', C'' 及び D'' は、それぞれ x, y 方向の運動量方程式から計算される係数である。また、 Δx と Δy はそれぞれ x, y 方向の格子分割長であり、 Δt は時間刻みである。

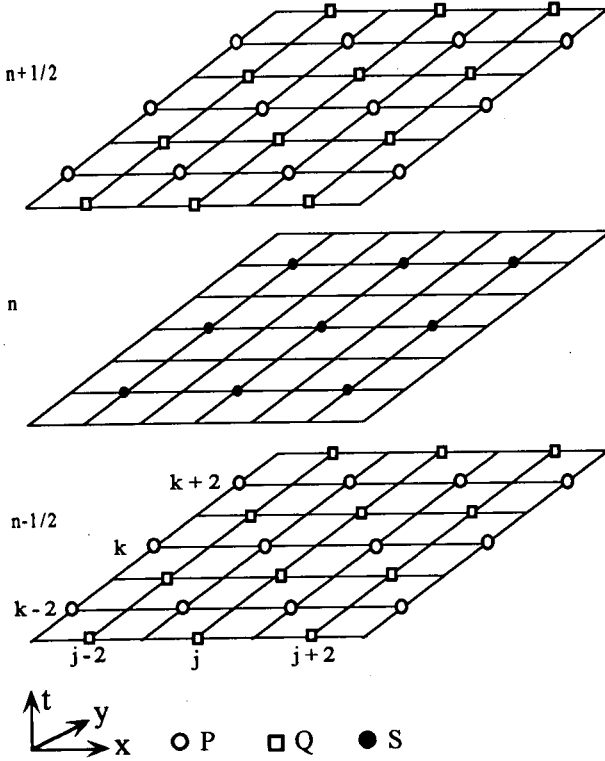


図-2 差分スキーム

$$A'_{j+1,k} = -\frac{\Delta t}{4\Delta x} \left(P_{j+1,k}^{n+1/2} + P_{j-1,k}^{n+1/2} \right) \frac{1}{d_{j,k}^n} - \frac{(B+1/3)}{4(\Delta x)^2} (h_{j+2,k} + h_{j,k})^2 + \frac{1}{12(\Delta x)^2} (h_{j+2,k}^2 - h_{j,k}^2) \quad (16)$$

$$B'_{j+1,k} = 1 + \frac{\Delta t}{4\Delta x} \left(P_{j+3,k}^{n+1/2} + P_{j+1,k}^{n+1/2} \right) \frac{1}{d_{j+2,k}^n} - \frac{\Delta t}{4\Delta x} \left(P_{j+1,k}^{n+1/2} + P_{j-1,k}^{n+1/2} \right) \frac{1}{d_{j,k}^n} + \frac{(B+1/3)}{2(\Delta x)^2} (h_{j+2,k} + h_{j,k})^2 \quad (17)$$

$$C'_{j+1,k} = \frac{\Delta t}{4\Delta x} \left(P_{j+3,k}^{n+1/2} + P_{j+1,k}^{n+1/2} \right) \frac{1}{d_{j+2,k}^n} - \frac{(B+1/3)}{4(\Delta x)^2}$$

$$(h_{j+2,k} + h_{j,k})^2 - \frac{1}{12(\Delta x)^2} (h_{j+2,k}^2 - h_{j,k}^2) \quad (18)$$

$$D'_{j+1,k} = P_{j+1,k}^{n+1/2} - \frac{(B+1/3)}{4(\Delta x)^2} (h_{j+2,k} + h_{j,k})^2 \left(P_{j+3,k}^{n+1/2} - 2P_{j+1,k}^{n+1/2} + P_{j-1,k}^{n+1/2} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left\{ \frac{\left(P_{j+1,k+2}^{n+1/2} + P_{j+1,k}^{n+1/2} \right) \left(Q_{j+2,k+1}^{n+1/2} + Q_{j,k+1}^{n+1/2} \right)}{\left(d_{j+2,k+2}^n + d_{j+2,k}^n + d_{j,k+2}^n + d_{j,k}^n \right)} \right.$$

$$\left. \frac{\left(P_{j+1,k-2}^{n+1/2} + P_{j+1,k-2}^{n+1/2} \right) \left(Q_{j+2,k-1}^{n+1/2} + Q_{j,k-1}^{n+1/2} \right)}{\left(d_{j+2,k}^n + d_{j+2,k-2}^n + d_{j,k}^n + d_{j,k-2}^n \right)} \right\} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} g(d_{j+2,k}^n + d_{j,k}^n)$$

$$\left(S_{j+2,k}^n - S_{j,k}^n \right) + \frac{(B+1/3)}{16\Delta x \Delta y} (h_{j+2,k} + h_{j,k})^2 \left\{ \left(Q_{j+4,k+1}^{n-1/2} - Q_{j+2,k+1}^{n-1/2} - Q_{j+4,k-1}^{n-1/2} + Q_{j+2,k-1}^{n-1/2} - Q_{j-2,k+1}^{n-1/2} + Q_{j-2,k-1}^{n-1/2} \right) - \left(Q_{j+4,k+1}^{n-3/2} - Q_{j+2,k+1}^{n-3/2} - Q_{j+4,k-1}^{n-3/2} + Q_{j+2,k-1}^{n-3/2} - Q_{j-2,k+1}^{n-3/2} + Q_{j-2,k-1}^{n-3/2} \right) \right\} + \frac{\Delta t}{8\Delta x} Bg(h_{j+2,k} + h_{j,k})^3 (S_{xx}|_{j+2,k}^n - S_{xx}|_{j,k}^n + S_{yy}|_{j+2,k}^n - S_{yy}|_{j,k}^n) + \frac{\Delta t}{2\Delta x} (h_{j+2,k}^2 - h_{j,k}^2) \left\{ \frac{1}{6\Delta x \Delta t} \left(-P_{j+3,k}^{n+1/2} + P_{j-1,k}^{n+1/2} \right) + \frac{1}{12\Delta y \Delta t} \left(Q_{j+2,k+1}^{n+1/2} - Q_{j+2,k-1}^{n+1/2} - Q_{j+2,k-1}^{n+1/2} + Q_{j+2,k+1}^{n+1/2} + Q_{j,k+1}^{n+1/2} - Q_{j,k-1}^{n+1/2} - Q_{j,k-1}^{n+1/2} + Q_{j,k+1}^{n+1/2} \right) + \frac{Bg}{2} (h_{j+2,k} + h_{j,k}) \right\} + \frac{Bg}{4} (h_{j+2,k} + h_{j,k}) (S_{yy}|_{j+2,k}^n + S_{yy}|_{j,k}^n) \left. \right\} \quad (19)$$

$$+ \frac{\Delta t}{2\Delta y} (h_{j+2,k}^2 - h_{j,k}^2) \left\{ \frac{1}{12\Delta x \Delta t} \left(Q_{j+2,k+1}^{n+1/2} - Q_{j+2,k-1}^{n+1/2} - Q_{j,k+1}^{n+1/2} + Q_{j,k-1}^{n+1/2} + Q_{j+2,k-1}^{n+1/2} - Q_{j+2,k+1}^{n+1/2} - Q_{j,k-1}^{n+1/2} + Q_{j,k+1}^{n+1/2} \right) + \frac{1}{4\Delta x \Delta y} Bg(h_{j+2,k} + h_{j,k}) \right\} \left(S_{j+2,k+2}^n - S_{j+2,k-2}^n - S_{j,k+2}^n + S_{j,k-2}^n \right) \left. \right\} \quad (20)$$

$$A''_{j,k+1} = -\frac{\Delta t}{4\Delta y} \left(Q_{j,k+1}^{n+1/2} + Q_{j,k-1}^{n+1/2} \right) \frac{1}{d_{j,k}^n} - \frac{(B+1/3)}{4(\Delta y)^2}$$

$$(h_{j,k+2} + h_{j,k})^2 + \frac{1}{12(\Delta y)^2} (h_{j,k+2}^2 - h_{j,k}^2) \quad (21)$$

$$B''_{j,k+1} = 1 + \frac{\Delta t}{4\Delta y} \left(Q_{j,k+3}^{n+1/2} + Q_{j,k+1}^{n+1/2} \right) \frac{1}{d_{j,k+2}^n} - \frac{\Delta t}{4\Delta y} \left(Q_{j,k+1}^{n+1/2} + Q_{j,k-1}^{n+1/2} \right) \frac{1}{d_{j,k}^n} + \frac{(B+1/3)}{2(\Delta y)^2} (h_{j,k+2} + h_{j,k})^2 \quad (22)$$

$$C''_{j,k+1} = \frac{\Delta t}{4\Delta y} \left(Q_{j,k+3}^{n+1/2} + Q_{j,k+1}^{n+1/2} \right) \frac{1}{d_{j,k+2}^n} - \frac{(B+1/3)}{4(\Delta y)^2}$$

$$(h_{j,k+2} + h_{j,k})^2 - \frac{1}{12(\Delta y)^2} (h_{j,k+2}^2 - h_{j,k}^2) \quad (23)$$

$$D''_{j,k+1} = Q_{j,k+1}^{n+1/2} - \frac{(B+1/3)}{4(\Delta y)^2} (h_{j,k+2} + h_{j,k})^2 \left(Q_{j,k+3}^{n+1/2} - 2Q_{j,k+1}^{n+1/2} + Q_{j,k-1}^{n+1/2} \right)$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ \frac{\left(P_{j+1,k+2}^{\frac{n-1}{2}} + P_{j+1,k}^{\frac{n-1}{2}} \right) \left(Q_{j+2,k+1}^{\frac{n-1}{2}} + Q_{j,k+1}^{\frac{n-1}{2}} \right)}{\left(d_{j+2,k+2}^n + d_{j+2,k}^n + d_{j,k+2}^n + d_{j,k}^n \right)} \right. \\
& \left. - \frac{\left(P_{j-1,k+2}^{\frac{n-1}{2}} + P_{j-1,k}^{\frac{n-1}{2}} \right) \left(Q_{j,k+1}^{\frac{n-1}{2}} + Q_{j-2,k+1}^{\frac{n-1}{2}} \right)}{\left(d_{j,k+2}^n + d_{j,k}^n + d_{j-2,k+2}^n + d_{j-2,k}^n \right)} \right\} - \frac{\Delta t}{2\Delta y} g \left(d_{j,k+2}^n + d_{j,k}^n \right) \\
& \left(S_{j,k+2}^n - S_{j,k}^n \right) + \frac{(B+1/3)}{16\Delta x\Delta y} \left(h_{j,k+2} + h_{j,k} \right)^2 \left\{ \left(P_{j+1,k+4}^{\frac{n-1}{2}} - P_{j+1,k}^{\frac{n-1}{2}} - \right. \right. \\
& \left. P_{j-1,k+4}^{\frac{n-1}{2}} + P_{j-1,k}^{\frac{n-1}{2}} + P_{j+1,k+2}^{\frac{n-1}{2}} - P_{j+1,k-2}^{\frac{n-1}{2}} - P_{j-1,k+2}^{\frac{n-1}{2}} + P_{j-1,k-2}^{\frac{n-1}{2}} \right) - \\
& \left(P_{j+1,k+4}^{\frac{n-3}{2}} - P_{j+1,k}^{\frac{n-3}{2}} - P_{j-1,k+4}^{\frac{n-3}{2}} + P_{j-1,k}^{\frac{n-3}{2}} + P_{j+1,k+2}^{\frac{n-3}{2}} - P_{j+1,k-2}^{\frac{n-3}{2}} - \right. \\
& \left. P_{j-1,k+2}^{\frac{n-3}{2}} + P_{j-1,k-2}^{\frac{n-3}{2}} \right) \left. \right\} + \frac{\Delta t}{8\Delta y} Bg \left(h_{j,k+2} + h_{j,k} \right)^3 \left(S_{yy}|_{j,k+2}^n - S_{yy}|_{j,k}^n \right. \\
& \left. + S_{xx}|_{j,k+2}^n - S_{xx}|_{j,k}^n \right) + \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left(h_{j,k+2}^2 - h_{j,k}^2 \right) \left\{ \frac{1}{12\Delta y\Delta t} \left(P_{j+1,k+2}^{\frac{n-1}{2}} - \right. \right. \\
& \left. P_{j+1,k-2}^{\frac{n-1}{2}} + P_{j+1,k}^{\frac{n-1}{2}} + P_{j-1,k+2}^{\frac{n-1}{2}} - P_{j-1,k-2}^{\frac{n-1}{2}} - P_{j-1,k}^{\frac{n-1}{2}} + P_{j-1,k}^{\frac{n-3}{2}} \right) \\
& \left. + \frac{1}{4\Delta x\Delta y} Bg \left(h_{j,k+2} + h_{j,k} \right) \left(S_{j+2,k+2}^n - S_{j-2,k+2}^n - S_{j+2,k}^n + S_{j-2,k}^n \right) \right\} \\
& + \frac{\Delta t}{2\Delta y} \left(h_{j,k+2}^2 - h_{j,k}^2 \right) \left\{ \frac{1}{6\Delta y\Delta t} \left(-Q_{j,k+3}^{\frac{n-1}{2}} + Q_{j,k+1}^{\frac{n-1}{2}} \right) + \frac{1}{12\Delta x\Delta t} \right. \\
& \left(P_{j+1,k+2}^{\frac{n-1}{2}} - P_{j+1,k-2}^{\frac{n-1}{2}} - P_{j-1,k+2}^{\frac{n-1}{2}} + P_{j-1,k-2}^{\frac{n-1}{2}} + P_{j+1,k}^{\frac{n-1}{2}} - P_{j+1,k}^{\frac{n-3}{2}} - P_{j-1,k}^{\frac{n-1}{2}} \right. \\
& \left. \left. + P_{j-1,k}^{\frac{n-3}{2}} \right) + \frac{Bg}{4} \left(h_{j,k+2} + h_{j,k} \right) \left(S_{xx}|_{j,k+2}^n + S_{xx}|_{j,k}^n \right) + \frac{Bg}{2} \right. \\
& \left. \left(h_{j,k+2} + h_{j,k} \right) \left(S_{yy}|_{j,k+2}^n + S_{yy}|_{j,k}^n \right) \right\} \quad (23)
\end{aligned}$$

水面変動 S は陽的な手法で計算され、流束成分 P と Q は準陰的な方法で計算される。各方向の運動量方程式の差分形は3重対角行列に帰結され、この行列は Thomas アルゴリズム によって解くことが出来る。Boussinesq 補正項はスキームの中に水表面曲率として直接的に含まれている。この水面曲率は、連続方程式の解から計算される水面変動データを用いて、3次のスプライン法によって各交替時間ステップ後に計算される。

(2) 境界条件

初期条件は、 $(n-3/2)\Delta t$ 時間から $n\Delta t$ 時間レベルに亘って定義される。この時間レベルの間に P , Q と S が全解析領域に亘って定義される。波・流れ場においては、流れがあるために水深が変化するので、初期水深は流れの方向に沿って変化する小さな水位の低下（セットダウン）を差し引くことによって計算される。初期条件としては、(a)水面変動 S

は零に等しいこと、(b)流束成分 P , Q は計算領域の単位幅当りの流量に等しい、と見做される。

流れを伴った入射波の波動場は、入射境界線に沿って境界条件として付加される。初期水面変動は時間の関数であり ($S_{j-1}(t) = f(t)$)、また波速は式 (12) の波・流れ合成分散関係式から計算される。

領域外に出て行く境界では、拡張した解析領域を持つ放射境界条件が、下流からの反射効果無くするように考慮されている。

4. 数値解析結果

(1) 入力データと計算パラメータ

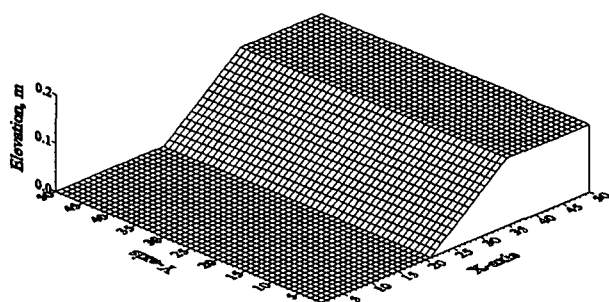


図-3 解析領域の海底地形

上に記述された数値解析モデルは、図-3に示す傾斜海底地形 (1/50) 上の波伝播を数値シミュレーション解析するために適用される。入射境界における静水深は 0.6 m である。入射波は周期 2.2 s で波高 0.1 m の正弦波を、解析領域の入射境界線上で発生させる。モデルは次の3つのケースで計算が行われた：(1) 流れ無しの波 (2) 逆方向流れ上の波 (3) 同方向流れ上の波；の3つの場合である。しかし、ここでは事例解析として(2)及び(3)の場合のみの結果が、3次元の透視図として提示される。各座標軸に沿った m 単位の距離は、0.5 の倍率をかけるとその長さが得られるようになっている。

この数値シミュレーション解析では、水深方向に直線的に変化する流れが、「等価一様流れ」の概念によって計算に取込まれている⁸⁾。水面変動の rms 値から、波高とウェーブセットダウンが計算されている。流れと底面形状の影響、また波高、ウェーブセットダウン及び水面変動波形の詳細な比較検討について、少なくとも1次元的な取扱いについては著者等の前著で述べてある^{11), 12)}。

波・流れの研究においては、パラメータ $B = 1/15$ もまた満足すべき結果を与える。このモデルによるシミュレーション解析では非碎波の場合のみの結果を示してある。

(2) 結果とその考察

a) 逆方向流れ上の波

この場合は、逆方向流れ上の波伝播が考察される。沖合領域における流れの大きさは 0.25 m/s である。波の入射角 θ 、及び波と流れの間の角度 α は、共

に 0 である。波は発生すると同時に波・流れ場の中を伝播するようになっている。計算された波動場 ($t = 48 \text{ s}$) が図-4 に示されている。

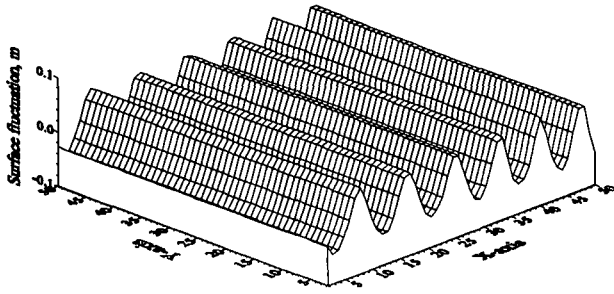


図-4 計算された波動場 ($t = 48 \text{ s}$):
波・流れの条件 $\alpha = 0, \theta = 0$

計算された波高と ウェーブ セットダウン をそれぞれ図-5 (a), (b) に示す。波が逆方向流れに乗る時は、波高が増大して、波長が減少する。

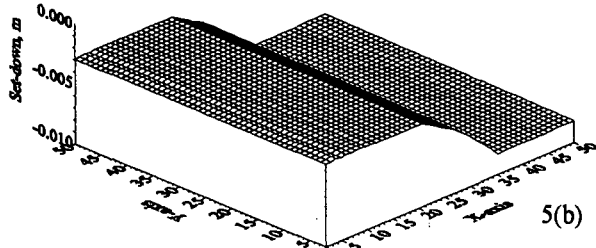
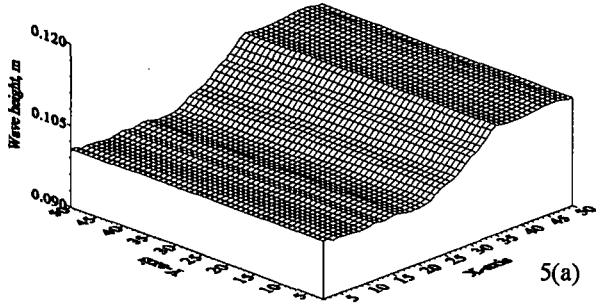


図-5 (a) 波高 (b) ウェーブ セットダウン:
波・流れの条件 $\alpha = 0, \theta = 0$

図-5 (a) に示すように、上流側平坦底面上の計算波高は入射波高と同じである。そして波高は傾斜底面上で次第に増大し、岸側平坦底面上で最大となる。図-5 (b) によれば、平均水位の低下(ウェーブ セットダウン)は全領域で観察されるが、岸側領域でより大きく低下する。図-7 に示すように、流れがない場合の波特性と比較して見ると、逆方向流れは傾斜底面及び岸側平坦底面の領域上で波高を増大させ、また ウェーブ セットダウン は定常流れと波運動に帰因するものである。

b) 同方向流れ上の波

同方向流れ上の波に対して、入射波高、入射角及び波・流れ間の角度等は上の「逆方向流れ上の波」と同じにするが、沖合領域に導入する流れの大きさは

0.1 m/s とした。

図-6(a), (b) はそれぞれ計算結果の波高と ウェーブ セットダウン を示している。波高は傾斜底面地形があるために増大するけれども、図-7 で流れがない場合の波高と比較して見ると分かるように、同一方向流れは傾斜底面と岸側平坦部領域で波高を減少させる。流れがあるために、平均水位の低下は全領域で見られるが、これはまた流れの大きさがより大きい所程大きくなる。

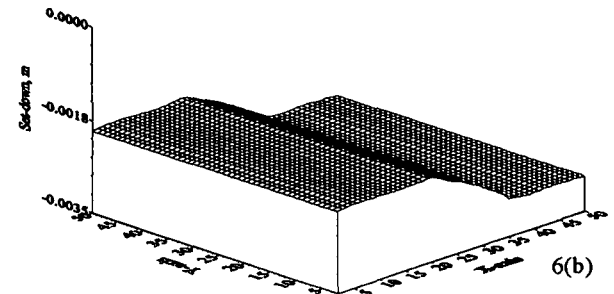
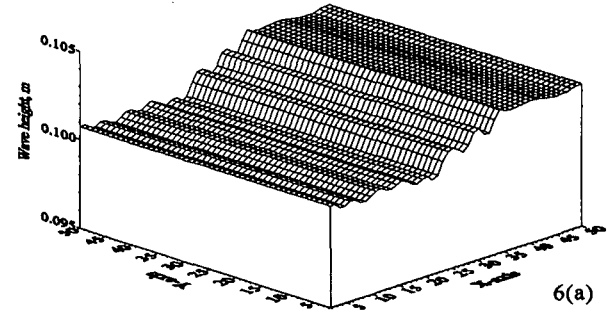


図-6 (a) 波高 (b) ウェーブ セットダウン:
波・流れの条件 $\alpha = 0, \theta = 0$

波高と ウェーブ セットダウン についてシミュレーション・モデル解析結果を比較したのが図-7 である。同図の上側部分が波高の変化を示し、下側部分が平均水位の低下を示している。

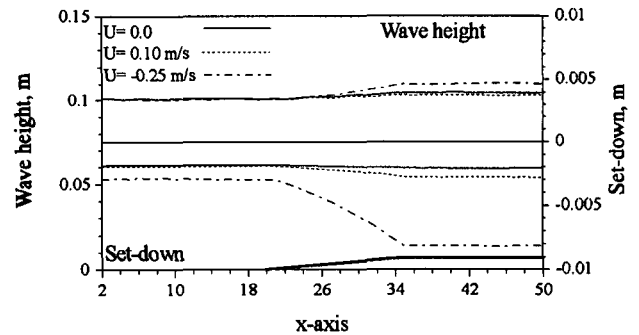


図-7 流れ上の波特性

(3) モデルの検証

1次元モデルによる数値解析結果が、水理実験及び解析解による結果と比較検討された。同一方向流れ上の波伝播に対する図-8 は、数値計算結果が解析解及び水理実験結果と良く一致することを示している。図-9 (a) に示される逆方向流れ上の波伝播については、数値モデル解は領域の数箇所で波高を少し大き目に見積もっている。一方、図-9 (b) に

示すように、数値モデルによって計算された ウェーブ セットダウン は解析解及び実験値と良く一致していることが分かる。尚、こゝで取上げた波・流れ共存場に対する解析解とは Jonsson *et al.*⁴⁾ の波・流れ理論によるものである。

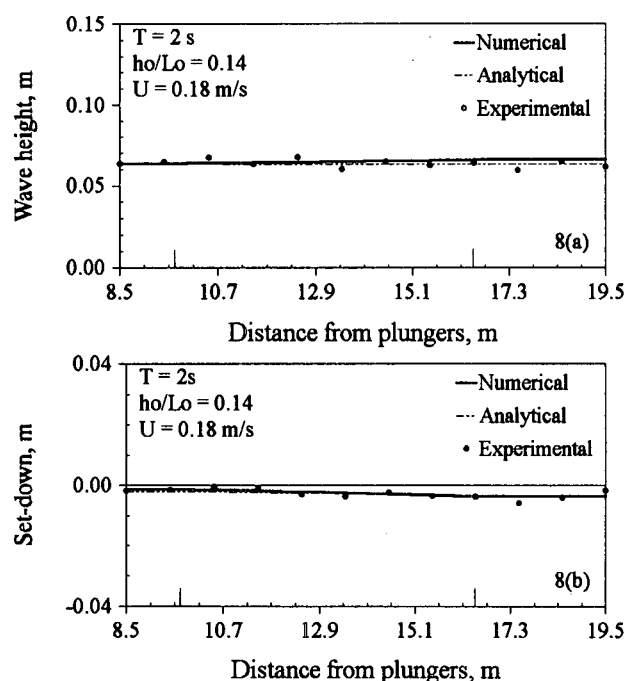


図-8 同方向流れ上の波 ($\theta=0, \alpha=0$):
(a) 波高分布 (b) ウェーブ セットダウン

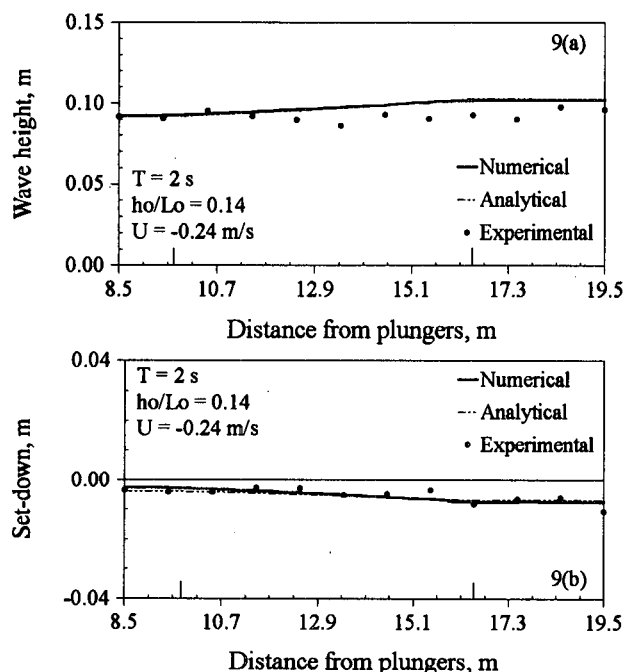


図-9 逆方向流れ上の波 ($\theta=0, \alpha=0$):
(a) 波高分布 (b) ウェーブ セットダウン

5. 結 論

波・流れ共存場に対する非線形数値解析モデルを提示し、このモデルの有効性は実験値及び解析解と比較することによって検討した。その結果、この数

値モデルは波・流れ現象を比較的良くシミュレートすることを検証した。

更には、斜め入射波の伝播とその流れとの相互干渉及び実験的検討等の課題の展開が今後必要である。

参考文献

- 1) Madsen, P. A., Murray, R. and Sørensen, O. R.: A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, *Coastal Eng.*, Vol.15, pp.371-388, 1991.
- 2) Madsen, P. A. and Sørensen, O. R.: A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2. A slowly-varying bathymetry, *Coastal Eng.*, Vol.18, pp.183-204, 1992.
- 3) Longuet-Higgins, M. S. and Stewart, R. W.: The changes in amplitude of short gravity waves on steady non-uniform currents, *J. Fluid Mech.*, Vol.10, pp.529-549, 1961.
- 4) Jonsson, I. G., Skougaard, C. and Wang, J. D.: Interaction between waves and currents, *Proc. 12th Conf. Coastal Eng.*, Washington DC, ASCE, pp.489-507, 1970.
- 5) Ohnaka, S., Watanabe, A. and Isobe, M.: Numerical modeling of wave deformation with a current, *Proc. 21st Conf. Coastal Eng.*, Costa del Sol-Malaga, ASCE, pp.393-407, 1988.
- 6) Ren, X., Wang, K. and Jin, K.: A Boussinesq model for simulating wave and current interaction, *Ocean Eng.*, Vol.24, No. 4, pp.335-350, 1997.
- 7) Zaman, M. H. and Togashi, H.: Modeling Horizontally Two Dimensional Wave-Current Coexistence Field Over Uneven Topography, *7th Int. Offshore and Polar Eng. Conf.*, Hawaii, ISOPE, Vol.III, pp.838-845, 1997.
- 8) Hedges, T. S. and Lee, B. W.: The equivalent uniform current in wave-current computations, *Coastal Eng.*, Vol.16, pp.301-311, 1992.
- 9) Dean, R. G. and Dalrymple, R. A.: *Water wave mechanics for engineers and scientists*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 1991.
- 10) Horikawa, K., ed.: *Nearshore dynamics and coastal process*, University of Tokyo press, 1988.
- 11) モハマド モヒウディン, 富樫宏由, 余 錫平: 拡張型 Boussinesq 方程式に基づく波・流れ相互干渉の数値モデルの構築、海洋開発論文集、Vol.13, pp.159-164, 1997.
- 12) Mohiuddin, M., Togashi, H. and Hirayama, Y.: An extended Boussinesq Equation Model for Wave-Current Interactions: Experimental Study and Numerical Simulation, *Proc.(on CD-ROM) 3rd Int. Conf. on Hydro-Sci. and -Eng.*, Germany, Vol.III, pp.1~16, 1998.
- 13) Dronkers, J. J.: Tidal computations for rivers, coastal areas, and seas, *J. Hyd. Div.*, ASCE, Vol.95, No. HY1, pp.29-77, 1969.

(1999.4.19受付)