

数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究 －VOF法基本プログラムの作成－

INTERIM DEVELOPMENT OF A NUMERICAL WAVE FLUME
FOR MARITIME STRUCTURE DESIGN

磯部雅彦¹・高橋重雄²・余 錫平³・榎山 勉⁴・藤間功司⁵
・川崎浩司⁶・蒋 勤⁷・秋山 実⁸・大山洋志⁹

M. Isobe, S. Takahashi, S.P. Yu, T. Sakakiyama, K. Fujima, K. Kawasaki, Q. Jiang, M. Akiyama, H. Ohyama

¹正会員 工博 東京大学教授 大学院新領域創成科学研究科専攻 (〒113-8656 文京区本郷7-3-1)

²正会員 工博 運輸省港湾技術研究所水工部耐波研究室

³正会員 工博 東京大学助教授 大学院工学研究科社会基盤専攻

⁴正会員 工博 電力中央研究所我孫子研究所水理部

⁵正会員 工博 防衛大学助教授 土木工学教室

⁶正会員 工博 大阪大学助手 大学院工学研究科

⁷正会員 工博 運輸省港湾技術研究所水工部耐波研究室

⁸ 理修 富士総合研究所 解析第二部

⁹正会員 工修 沿岸開発技術研究センター企画課

This paper describes interim development of a numerical wave flume for practical use in designing maritime structures. The flume is based on a 2-D numerical wave simulation using a NASA-VOF method particularly selected because it can reproduce highly nonlinear wave profiles against various structures, e.g., impact of a breaking wave on a vertical wall. During fiscal years 1998 to 2000, a cooperative research group has been tasked with this project, having almost completed the associated computer code in 1998 and studied application of the numerical wave flume for practical design of various types of coastal structures.

Key Words : *Wave pressure, design of maritime structures, numerical wave simulation, NASA-VOF, wave breaking, non-linear wave*

1. まえがき

現在の海域施設の耐波設計においては、主として水理模型実験か、それに基づく設計公式が用いられている。しかしながら、設計公式には精度の問題があり、水理模型実験は多くの費用と時間が必要である。また、最近では変形を考慮した信頼性設計など、さらに多くの情報を必要とする高度な設計が求められており、従来の設計法の限界が指摘されている。

将来の設計では、数値計算が重要となると考えられるが、海域施設の耐波設計ではあまり用いられない。これは、最近のコンピューターの発達にもかかわらず、波に関する数値計算には自由表面の処理など問題点が多く、波力の算定など設計に用いることができなかつたためである。しかしながら、近年ヨーロッパでは、こうした数値計算を海域施設の設計に適用する研究がかなり進んでおり (Troch 1997)、我が国でも次第に研究が進展している。特に最近では、VOF法とよばれる自由表面の処理方法が開発されており、非線形の強い現象にも適用性が高いと考えられている。

数値波動水路は、波・流れ・地盤の相互作用について数値シミュレーションを迅速かつ容易に行えるものである。すなわち、数値波動水路は従来の断面二次元造波水路の水理模型実験に代わりうる数値計算法であり、海の構造物の耐波設計に適用できるものと考えられる。著者らは、VOF法に基づく数値計算法が数値波動水路として有力であると考え、その研究を進めている。数値波動水路の実用化には組織的・集中的な研究が必要であり、多くの研究機関からなる研究会を組織して研究を進めている。本報告はその研究開発の中間報告であり、平成10年度の成果をとりまとめたものである。

2. 共同研究会とその研究内容

(1) 研究会の目的と組織

研究会は、海域施設の耐波設計の実務に適用できる数値波動水路を作成することを目的としている。研究会は平成10年4月に設立され、プロジェクトの期間は3年であり、この間の研究成果が今後の発展の核となるべく研究を進めている。

研究会は、事務局を(財)沿岸開発技術研究セン

ター、富士総合研究所におき、著者等からなる専門委員と表-2.1に示す会員企業の委員（委員長：磯部雅彦）からなる。

表-2.1 数値波動水路研究会会員企業と委員

会員名	委員
鹿島建設技術研究所	池谷 純・高橋俊彦
関西電力技術研究所	目見田哲
五洋建設技術研究所	清水琢三・関本恒浩
大成建設技術研究所	勝井秀博・伊藤一教
中部電力技術研究所	中村昭男
(株)テトラ技術研究所	佐藤勝弘
東亜建設工業技術研究所	五明美智男・青野利夫
東京電力技術研究所	興野俊也
東電設計(株)	藤井直樹
東洋建設技術研究所	小竹康夫

(2) 研究内容

本研究は、以下の2つの研究からなる。

① 数値波動水路基本プログラムの開発

パソコンによって計算できる2次元の数値水路を開発する。改良や拡張が容易なように、造波境界、自由表面、無反射境界条件の処理や標準 $k - \epsilon$ モデルを含めた各基礎方程式・境界条件をサブルーチン化して、robustで汎用的な基本プログラムを作成する。

② 耐波設計への適用に関する研究

週上、越波、碎波などへの適用性の拡張を行うとともに、種々の耐波設計に適用を試み、その場合の問題点を明らかにし、プログラムの改良、あるいは拡張を行う。また計算結果を設計に用いる場合に必要な事項（後述する安定の判定式など）を整備する。

現在、①をほぼ終了し②を進めているが、これから検討すべき事項を含め、以下に研究の概要を報告する。ただし、3章では①の研究を中心に数値波動水路の構成を述べ、4章では、②の耐波設計の適用性について述べる。

3. 数値波動水路の構成

(1) 概要

自由表面など移動境界を有する流れ場に対する数値計算法として、高さ関数による方法、マーカー粒子を追跡するMAC (Harlowら、1965) 法、Lagrange 座標系によるALE法 (Hirtら、1972) および境界適合座標法等がよく知られている。また近年、密度関数法 (Miyataら、1988) 、Level Set法 (Sussmanら、1994) 並びにC-CUP法 (Yabe & Wang、1991) などの新しい手法も開発され、我が国の海岸工学の分野でも、多くの成果 (藤間ら1984、川崎・岩田1996、榎山ら1997、谷本ら1998、細山田ら1998、渡辺ら1998、陸田ら1998) が挙げられている。

これらの手法の中でも、Hirtら (1981) によるVOF (Volume of Fluid) 法は、汎用性が高く複雑な

自由表面が取り扱える優れた手法といえる。

数値波動水路の数値計算法には、VOF法とSMAC (Simplified Marker and Cell) 法を採用し、連立一次方程式の解法に前処理付きBCGSTAB法を用いることで高速・安定な計算を可能としている。

(2) 基本方程式

海域施設の耐波設計に、数値波動水路を適用するには、透過性構造物および海底斜面を取り扱えることが必須となる。このため、榎山ら (1997) のポーラスモデルに基づき、以下に示す2次元非圧縮性流体の連続の式およびNavier-Stokes方程式を基礎方程式とした。

$$\frac{\partial \gamma_x u}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z w}{\partial z} = 0 \quad \dots \quad (3.1)$$

$$\lambda_v \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \lambda_x uu}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_z ww}{\partial z} = -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - R_x \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma_x v_e \left[2 \frac{\partial u}{\partial x} \right] \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma_z v_e \left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right] \right) \quad \dots \quad (3.2)$$

$$\lambda_v \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial \lambda_x uw}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_z ww}{\partial z} = -\frac{\gamma_v}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - \gamma_v g - R_z \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma_x v_e \left[\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma_z v_e \left[2 \frac{\partial w}{\partial z} \right] \right) \quad \dots \quad (3.3)$$

ここで、 x, z : 水平、鉛直座標、 u, w : 流速の水平、鉛直成分、 ρ : 密度、 P : 圧力、 v_e : 分子動粘性係数と渦動粘性係数の和、 g : 重力加速度、 γ_v : 空隙率、 γ_x, γ_z : 水平、鉛直方向面積透過率であり、 C_M を慣性力係数として $\lambda_v = \gamma_v + (1 - \gamma_v)C_M$ 、 $\lambda_x = \gamma_x + (1 - \gamma_x)C_M$ 、 $\lambda_z = \gamma_z + (1 - \gamma_z)C_M$ である。また、抵抗係数を C_D として抗力 R_x, R_z を以下に示す流速の2乗に比例する形でモデル化した。

$$R_x = \frac{1}{2} \frac{C_D}{\alpha x} (1 - \gamma_x) u \sqrt{u^2 + w^2} \quad \dots \quad (3.4)$$

$$R_z = \frac{1}{2} \frac{C_D}{\alpha z} (1 - \gamma_z) w \sqrt{u^2 + w^2} \quad \dots \quad (3.5)$$

乱流モデルには、実用性が高く様々な分野に適用されている高Re型 $k - \epsilon$ 2方程式モデルを採用している。他の乱流モデルとしては、低Re型 $k - \epsilon$ 2方程式モデルやLES (Large Eddy Simulation) などがあげられ、谷本 (1998) らの研究がある。ただし、これらの乱流モデルでは、非常に多くの計算資源を必要とするため、数値波動水路への組み込みは今後の課題としている。

(3) 自由表面の取り扱い

自由表面の取り扱いには、汎用性が高く複雑な自由表面が計算可能であるVOF法を採用している。VOF法では、本来ステップ関数となる「流体である・ない」を表す関数を計算セル毎に平均化したVOF関数Fの移流方程式と、表面の向きを逐次的に計算することにより、自由表面の挙動を計算する。VOF関数Fの移流方程式を以下に示す。

$$\gamma_v \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial \gamma_x u F}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_z w F}{\partial z} = 0 \quad \dots \dots \dots (3.6)$$

この移流方程式の計算には、自由表面で流体が拡散することを防ぐための特別の工夫がなされたドナー・アクセプター法を用いる。ドナー・アクセプター法は、表面の向きにより見かけ上の風上差分と風下差分を使い分ける方法である。また、表面は離散化された向き（水平方向または鉛直方向）を持ち、この向きの決定はNASA-VOF3Dの方法を参考とした。

なお、ドナー・アクセプター法では流体の移流量を計算セルの界面毎に独立に評価する。このため、図-3.1(a)のようなケースで計算を進めると(b)のように流体内に気泡が混入してしまうことが知られている。このため、ドナー・アクセプター法の計算時に、セル内の流体の総量による制限を受けたドナーセルを記憶し、補正を行う等の工夫を加えている。

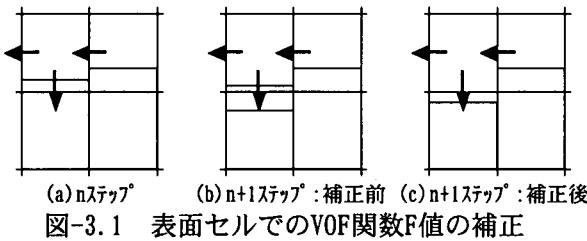


図-3.1 表面セルでのVOF関数F値の補正

(4) 数値計算法

時間積分のアルゴリズムにはSMAC法を採用している。SMAC法では、圧力に関するPoisson方程式を離散化し得られる連立一次方程式の解法が、保存則の確保および計算時間の両面で重要となる。特にVOF関数Fの移流方程式を安定に計算するためには、十分高い精度で保存則を満たす必要がある。このため、連立一次方程式の解法には、収束性および安定性に優れた前処理付きBCGSTAB法を用いている。

空間方向の離散化には、圧力等のスカラー量を計算セルの中央に、流速, wを計算セルの界面上に定義するスタガード格子系を用いる差分法を採用している。現在、移流項の差分スキームには、1次精度風上差分とQUICK法が組み込まれており、その他の項は2次精度中心差分としている。

(5) 造波境界

造波境界は、磯部ら(1978)の有限振幅波の摂動解を用いて求めた流速分布を流速指定境界として設定している。なお、摂動解の適用範囲を考慮しアーセル数($u_r = gHT^2/h^2$)の値が25を境界として

- ・ストークス波第5次近似解: $u_r \leq 25$
- ・クノイド波第3次近似解 : $u_r > 25$

としている。ここで、 h は水深、 H は波高、 T は周期である。なお、内部構造物からの反射波が造波境界に達し干渉すること等を回避する手法については、今後検討を加える計画である。

(6) 無反射境界

無反射境界の導入は、計算領域の削減および安定した計算を行う上で必須である。現在、無反射境界

として以下に示すSommerfeldの放射境界と減衰領域を組み合わせた方法を検討中である。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + C \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad \dots \dots \dots (3.7)$$

ここで、 ϕ は流速等の物理量、 C は波速である。なお、波速 C を汎用的に決定することは困難であるため、現状では微小振幅波の波速を利用しておらず、今後検討を加える必要がある。

(7) 基本的な波の伝播計算例

図-3.2、図-3.3は、数値波動水路における基本的な波の伝播計算の結果である。図-3.2は周期 $T=8.0$ s、波高 $H=1.0$ m、水深 $h=10.0$ m、波長 $L=71.1$ mでストークス波を入射波とした場合、図-3.3は周期 $T=8.0$ s、波高 $H=4.0$ m、水深 $h=10.0$ m、波長 $L=72.7$ mでクノイド波を入射波とした場合である。解析領域は水平方向で波長の5倍(400等分割)、鉛直方向で水深の2倍(50等分割)とした。

計算結果の観測点は造波境界から波長の2倍離れた位置としている。このため、振幅が徐々に大きくなり、約4周期で摂動解とほぼ同じ形の安定した波が形成・伝播していることが分かる。

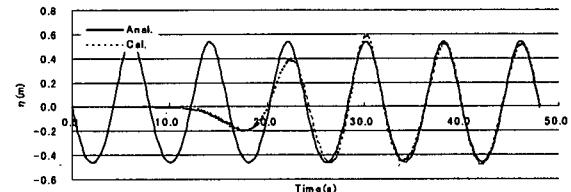


図-3.2 ストークス波の伝播

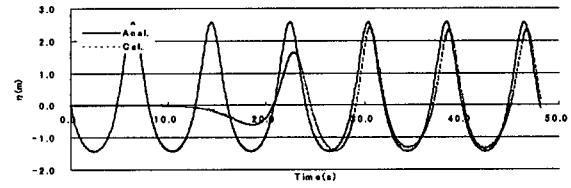


図-3.3 クノイド波の伝播

4. 耐波設計への適用性

(1) 適用対象

数値計算が直接実務に用いられた例としては、放水口前面の洗掘に対して適用した榎山ら(1998)、越波による防波堤背後の洗掘に適用した早川ら(1998)、あるいは津波に対してVOF法を適用した阪東ら(1996)やHamzahら(1998)がある。また、ヨーロッパでは捨石防波堤などへの適用(van der Meerら1996, Troch 1997)がある。しかしながら、その例は少なく本格的な適用には至っていないのが現状である。

数値波動水路は、多くの耐波設計(高橋ら1996)に用いることができると考えられる。すなわち、表-4.1に示すように、二次元水路で行う従来の水理模型実験のほとんどをこの数値波動水路で行うことが考えられる。ただし、計算時間やメモリーの制約から、現状では規則波による実験を対象としている。

以下にそれぞれの項目に対して、現状における適用事例を紹介する。

表-3.1 数値波動水路と水理模型実験

実験名	内容
入射波実験・通過波検定	浅水変形、碎波の程度、波の峯高さ、リーフでの変形
構造物の機能に関する実験	反射率・越波量・伝達波、透過波、海水交換
壁体構造物の安定性に関する実験	波圧・揚圧力（滑動、転倒、滑り、変形量等）
傾斜堤の安定性に関する実験	流速・圧力・加速度（散乱・動搖・吸い出し・液状化等）
地盤の安定性に関する実験	流速・圧力・加速度（液状化、洗掘、吸い出し等）
海洋構造物の安定性に関する実験	流速・圧力・加速度（波力・渦流力・動搖等）
その他	津波の週上と津波力など

(2) 入射波実験、通過波検定

図-4.1は、海底床だけで構造物がない入射波の場合における数値波動水路の計算結果であり、周期 $T=3.0\text{s}$ 、波高 $H=35.1\text{cm}$ 、斜面上水平部の水深 $h=30\text{cm}$ 、斜面勾配 $1/10$ の場合の計算例である。これは、通常の水理模型実験では通過波の検定に対応し、冲波波高を変えて計算すれば、浅水変形による構造物位置での通過波の波高がわかり、特に構造物の耐波設計にとって重要な碎波限界波高 (H_s) などが求められる。図-4.1のケースでは、巻き波状の碎波となり、碎波し始める点や波高が水理模型実験とほぼ一致している。ただし、碎波の波面を適切に表すにはさらに改良が必要である。

こうした通過波高検定は耐波設計において重要であり、構造物に碎波が作用するかどうか、碎波する場合は、厳しい巻き波や碎け寄せ波か、碎波点と構造物とが危険な距離でないか等の重要な判定できる。また、こうした計算は、リーフなど複雑な海底地形の場合に特に有益である。

(3) 構造物の機能に関する実験

防波堤、護岸、あるいは離岸堤など種々の波浪制御構造物の機能について水理模型実験で調べることも多い。特に、防波堤の反射率や波高伝達率、護岸の越波量、離岸堤の透過波、潜堤の伝達波などが重要である。こうした機能に関する水理模型実験への数値波動水路の適用性は高い。

図-4.2は、先ほどと同じ海底床上に消波ブロック被覆堤をおいたものである。碎波前の波が作用する場合である。数値波動水路の計算によって入射波と伝達波そして反射波の波パワーが求まり、波高伝達率が2%、反射率が28%と算定できる。ただしブロックの抗力係数などさらに検討すべき点もある。

なお、最近では直立消波ケーソンや水平版などの新たな波浪制御構造物の機能に関する実験も増加している。さらに海水交換防波堤の海水交換量などに

ついても実験的に検討されている。こうした実験に対する数値波動水路の適用性についても検討が必要である。

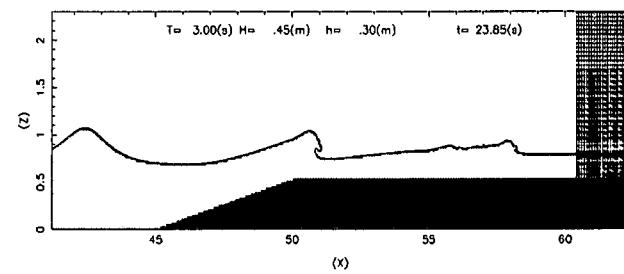


図-4.1 通過波の碎波

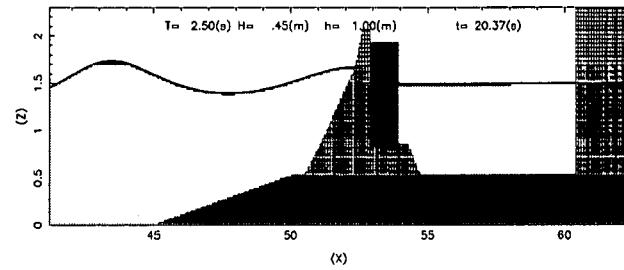


図-4.2 消波ブロック被覆堤への波の作用

(4) 壁体構造物の安定性に関する実験

ケーソン式の防波堤など、壁体構造物に作用する波力についても、数値波動水路によって算定することができる。図-4.3は、直立壁における波圧の計算結果を示すものである。これは、水深 h が 50m と大きい場合であり、非線形性の強い双峰型の重複波圧波形が得られている。特に、こうした h/L の大きな重複波の特徴である、正のピーク値より負のピーク値が大きいという傾向がはっきり認められ、その値もこれまでの理論値（合田ら1966）や実験値とほぼ一致している。

図-4.4は、 $1/10$ 斜面につづく水平海底上に直立壁がある場合であり、波高が 35.1cm の場合である。壁面の直前で巻き波状に碎け始めるが、まだ空気を巻き込む直前で激しく壁面に衝突しており、Wagner型衝撃碎波圧がみられる。実験結果（高橋ら1983）と比べると波圧のピーク値はやや大きいものの、急に立ち上がった鋭い波圧形状をよく再現していることが示される。空気を大きく巻き込む碎波の条件では、ノイズの発生がみられ、こうした条件に対しては、さらに検討が必要である。ただし、空気を巻き込む場合については、通過波検定の時に得た波面の速度や空気の巻き込み量から衝撃的な成分の算定が可能である。

また計算では、波力の時系列がわかるところから、ケーソンの運動が計算でき、滑動量などの変形量も算定することができる。また、ケーソンの沈下量なども波力の時系列から算定できる。さらには衝撃的な波力に対するマウンドの動的応答による実質の滑動量の低下も計算できる。

なお、直立消波ケーソンや斜面ケーソンなどの異形ケーソン、あるいは水平版などに作用する波力に

ついで適用可能であるが、形状が複雑な場合にはさらなる検討が必要である。

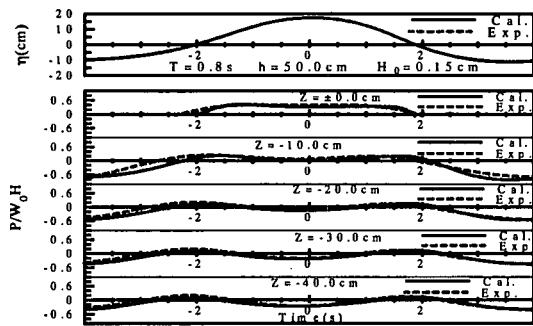


図-4.3 h/L が大きい場合の重複波压波形

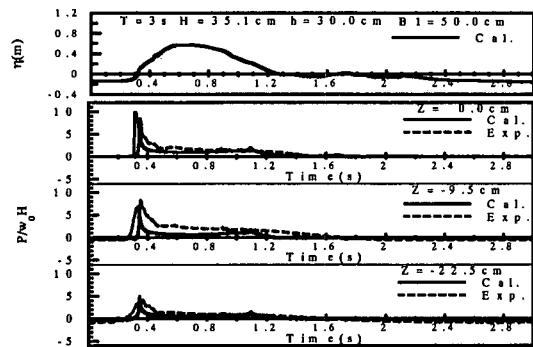


図-4.4 碎波压の波形

(5) 傾斜堤(捨石構造物・被覆材)の安定性に関する実験

傾斜堤などの被覆石やブロックなどについては、その個々の形状を考慮してそれに作用する波力などを計算することは困難である。しかしながら、透水係数や空隙率によって被覆層全体を表すことは可能であり、波によって発生する間隙水圧や流速を数値波動水路で求めることができる。この間隙水圧の勾配や流速、あるいは加速度から安定性を判断することも可能と思われる。

図-4.5は、捨石マウンド上に直立壁がある混成堤に重複波が作用した場合の流速場を表すものである。捨石マウンドの被覆石の安定性は、こうした流速場を用いてイスバッシュの式で判断することも考えられ、 $U=0.75\text{m/s}$ から必要な被覆石の代表径は 1.9cm となる。一方、この場合の $H=0.45\text{m}$ であり、この波高を設計有義波高と見なした場合、現状の設計法(谷本式)では 9.3cm とかなり異なる。この場合のように主として流速(抗力)で安定性が決まる場合でも、安定性の判断基準が問題であり、特に被害の程度や設計波高の取り方(有義波高か最高波高あるいは $1/10$ 最大波高か)について検討が必要である。

傾斜堤や潜堤の場合や混成堤の根固めブロックの場合などは、流速による抗力だけでなく慣性力(圧力勾配による力を含む)も大きく影響するため、そ

れらの影響を含む安定性の判定式が必要である。

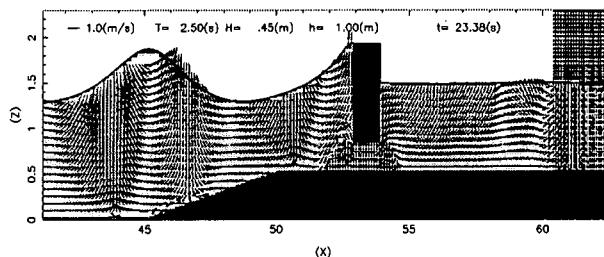


図-4.5 混成堤マウンド付近の流速分布

(6) 地盤の安定性に関する実験

波力が構造物に作用すると地盤に応力や間隙水圧が発生するが、直接的な波の作用によっても大きな応力や間隙水圧が地盤に発生する。こうした地盤内の応力や間隙水圧あるいは流速についても、数値波動水路に地盤解析プログラムを取り込むことによって計算できる。地盤解析プログラムとしては、間隙水を考慮したBiotの式を用いたものが適切であり、現在開発中である。

波による液状化や洗掘・吸い出しは、こうした流速や圧力を基準にした判定法によって判断することができる。ただし、判定法自体についてもさらなる検討が必要であり、変形の程度の予測についても検討すべきである。

(7) 海洋構造物の安定性に関する実験

海洋構造物には円柱からなるものが多く、そうした構造物は、3次元的ではあるが径が波長に比べてかなり小さく、波の場を乱すことが少ない。こうした柱状構造物の場合には、(2)で述べたように数値波動水路で入射波の場の流速や加速度、あるいは波頂高が得られれば、作用する波力が計算できる。

一方、水面上の水平版などには衝撃的な揚圧力が作用するが、これについても空気が巻き込む場合を除き計算が可能である。空気を巻き込む場合でも、入射波の波形から、巻き込む空気量を推定できれば圧力の算定は可能である。

浮体についても、固定時の波強制力などの算定はできる。また、浮体の運動を取り入れる等の拡張を行えば、係留力などの計算が可能となる。

(8) その他

このほかにも、数値波動水路の適用性は大きく、例えば、沿岸域における津波の週上と津波力の計算にも用いることができる。特に陸上域への週上については、計算が有力な手段であるが、エネルギー損失などを適切に表す必要がある。計算によっては、護岸への津波力だけでなく、建物や人への津波力の評価も期待できる。

さらに、人に対する越波の危険性を検討する場合にも、同様な計算が可能であり、数値波動水路の適用性が広いことを示している。

(9) 耐波設計への適用性のまとめ

図-4.6は、上述した数値波動水路の耐波設計への適用性をとりまとめたものであり、直接計算できるものと得られたデータを利用して別途計算できる

もの、さらには数値波動水路の拡張が必要なものに分かれる。数値波動水路自体については、碎波の影響を適切に取り込めるようなさらなる改良が必要であり、別途計算するものについては、その計算法や判定式の整備が必要である。また、数値波動水路の拡張によってさらに適用範囲を広げることができる。

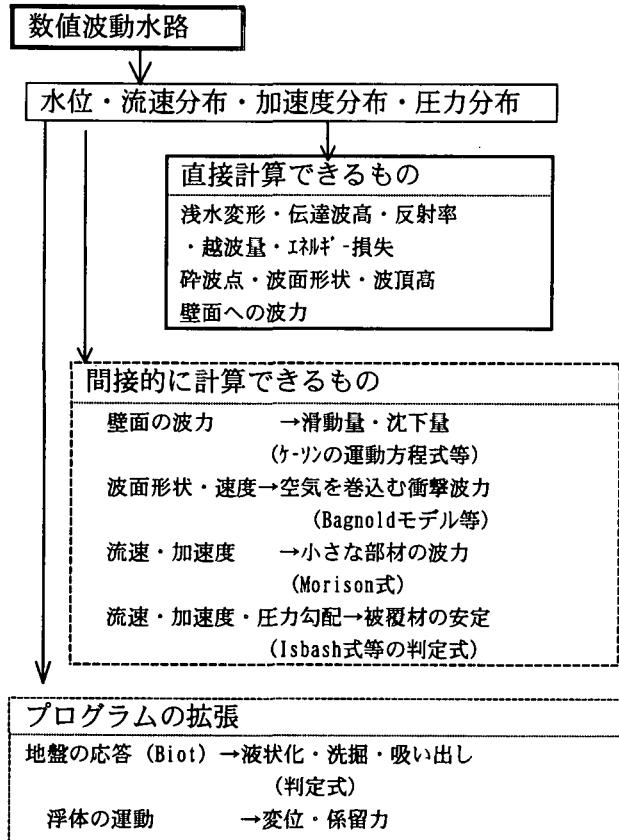


図-4.6 数値波動水路の適用

5. あとがき

海の構造物の設計法は、大きく変わりつつあり、被災した場合の変形量や被災確率を考慮した信頼性設計法が求められている。こうした新しい設計法を可能にするためには、より正確で多くの情報が得られる数値波動水路の適用が不可欠と考えており、さらに研究を進めている。

本研究を進めるに当たり、沿岸開発技術研究センターの北沢壮介第二部長、田所篤前企画課長、宮脇豊研究員、富士総合研究所の島田昭主任研究員、浜野明千宏主事研究員、江端正志調査役らのご協力を得ている。ここに記して深甚なる感謝の意を表する。

参考文献

- 磯部雅彦ほか(1978)：保存波の摂動解の波高による表示、第33回土木学会年次講演会概要集、II、pp. 760-761。
- 川崎浩司・岩田好一朗(1996)：3次元波浪場に設置された潜堤によるspilling型碎波の変形過程に関する数値解析、海岸工学論文集、Vol. 43、pp. 96-100。
- 合田良実・柿崎秀作(1966)：有限振幅重複波ならびにその波压に関する研究、港研報告、Vol. 5、No. 10、pp. 1-57。

- 榎山 勉・香山真裕(1997)：消波護岸の越波に関する数値シミュレーション、海岸工学論文集、Vol. 43、pp. 696-700。
- 榎山 勉・鈴木一広(1998)：数値波動水路による放水口ケーンマウンド内の底質の吸い出し評価、海岸工学論文集、Vol. 45、pp. 566-570。
- 高橋重雄・下迫健一郎(1996)：防波堤の耐波設計、運輸省港湾技術研究所、港湾工学専門技術者水工コース研修テキスト、85p.
- 高橋重雄・谷本勝利・鈴村論司(1983)：直立壁に作用する衝撃碎波力に関する一考察、港研報告、Vol. 22、No. 4、pp. 3-31。
- 谷本勝利・趙 群・中村廣昭(1998)：LES-VOF法によるリーフ上での数値波動解析、海岸工学論文集、Vol. 45、pp. 151-155。
- 早川哲也・渡辺靖憲・鈴木孝信・木村克俊・土井善和・工藤貴弘(1998)：混成堤における越波水の打ち込み特性と被覆材の安定、海岸工学論文集、Vol. 45、pp. 691-695。
- 阪東浩造・高橋俊彦(1996)：構造物に作用する津波波力、第55回国土木学会年次講演会概要集、II、pp. 30-31。
- 細山田得三・吉田 茂・早川典生・犬飼直之・中田芳貴(1998)：SOLA-VOF法による潜堤周辺の波動場の3次元計算、海岸工学論文集、Vol. 45、pp. 157-160。
- 藤間功司・後藤智明・首藤伸夫(1984)：非線形分散波理論の数值的な検討、海岸工学論文集、Vol. 31、pp. 93-97。
- 陸田秀実・河合ひろみ・安田孝志(1998)：C-CUP法による気液界面の直接数値計算、海岸工学論文集、Vol. 45、pp. 55-59。
- 渡辺靖憲・佐伯 浩(1996)：碎波帶内の流速場のダイレクトシミュレーション、海岸工学論文集、Vol. 43、pp. 71-75。
- Hamzah, M. A.・間瀬 敦・高山知司(1998)：孤立波の週上と海岸堤防への波力に関するダイレクト・シミュレーション、海岸工学論文集、Vol. 45、pp. 176-180。
- Coastal Engineering Research Center, U.S. Dept. of Army, Waterways Experiment Station(1984) : Shore Protection Manual, Vol. II.
- Harlow, F. H. and J. E. Welch (1965) : Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, Physics of Fluid., Vol. 8, No. 12, pp. 2182-2189.
- Hirt, C. W., A. Amsden, and J. Cook (1972) : An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds, J. Comp. Phys., Vol. 14, pp. 227-253.
- Hirt, C. W., and B.D. Nichols(1981) : Volume of fluid (VOF) method for dynamics of free boundaries, J. of Computational Physics, Vol. 39, pp. 201-225.
- Miyata, H., M. Katsumata, Y. G. Lee, and H. Kajitani (1988) : A finite-difference simulation method for strongly interacting two-layer flow, J. Soc. Naval Archit. Japan, Vol. 163, pp. 1-16.
- Sussman, M., P. Smereka, and S. Osher (1994) : A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow, J. Comp. Phys., Vol. 114, pp. 146-159.
- Troch, P. (1997) : VOFbreak², A numerical model for simulation of wave interaction with rubble mound breakwaters, 27th IAHR Congress, San Francisco.
- Van der Meer, J. W., H.A.H. Petit, P. den Bosch, G. Klopman and R.D. Broekens(1992) : Numerical simulation of wave motion on and in coastal structures, Proc. 23rd ICCE, pp. 1772-1784.
- Yabe, T. and P. Y. Wang(1991) : Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid, Journal of the Physical Society of Japan, Vol. 60, No. 7, pp. 2105-2108. (1999. 4. 19受付)