

防波堤を伴う超大型浮体式海洋構造物の波浪応答解析

Wave Response Analysis of a Very Large Floating Structure Close to a Breakwater

中村直志*・宇都宮智昭**・渡邊英一***

Naoyuki Nakamura, Tomoaki Utsunomiya and Eiichi Watanabe

This paper presents a wave response analysis of a box-like Very Large Floating Structure (VLFS) near a breakwater. The program developed utilizes the modal superposition method for both rigid body motions and bending modes of the floating plate. The computation size has been reduced by employing a Higher Order Boundary Element Method (HOBEM) which utilizes quadratic 8-noded panels, and the finite water depth Green's function has been employed. The inclusion of breakwater has also been made in the context of HOBEM; thus the dynamic interaction effect between the breakwater and the floating structure is automatically satisfied in the sense of the linear potential theory. The effect of a breakwater on reducing the wave response is investigated.

Keywords: wave response, VLFS near a breakwater, HOBEM, hydroelasticity

1. 研究目的

現在、メガフロート技術研究組合を中心に超大型浮体構造物の実現に向けた実証的研究が進められているが、そこでの基本コンセプトは、防波堤背後の静穏海域に箱型ポンツーン形式の鋼製浮体を設置するというものである。このような構造物の波浪応答推定については、まず、防波堤背後における設計波を設定し、その設計波に基づき無限海域中におかれた構造物の波浪応答を求めるという手段が近似的手法として考えられ、実際、現在多くの超大型浮体の解析手法は無限海域を前提としている。しかし超大型浮体においては、特にその付加質量、造波減衰といったラディエーション流体力に関する係数も防波堤の存在により大きく変化すると予想され、無限海域中の場合とは、浮体の応答特性自身が定性的レベルで変化すると考えられる。すなわち、防波堤と浮体構造物とを一体として解析することが必要と考えられるが、そのような解析例は著者らの知る限り見当たらない。

そこで本研究では、昨年度の本シンポジウムで報告した、宇都宮ら¹⁾による高次境界要素法に基づく無限海域中の超大型浮体構造物の波浪応答解析プログラムを、着底型防波堤を考慮できるように発展させ、浮体構造物の波浪応答に及ぼす防波堤の影響について検討することを目的とする。

2. 解析手法

2.1 境界条件

宇都宮ら¹⁾による既応の研究は、8 節点 2 次要素に基づく高次境界要素法プログラムを開発し、無限海域中に浮体構造物が単独で設置された場合についての波浪応答解析を行う、というものであった。本研究においても昨年度同様、一定水深・無限海域における Green 関数を用いた線形回折波理論に基づいている。座標系については図-1 のようにとるものとする。つまり、原点ならびに x 軸、 y 軸を静止水面上にとり、 z 軸は浮体構造物の 2 側面に平行になるようにする。また、 z 軸は鉛直上向きを正とし、水底は水平で、 $z=-h$ に位置するものとする。

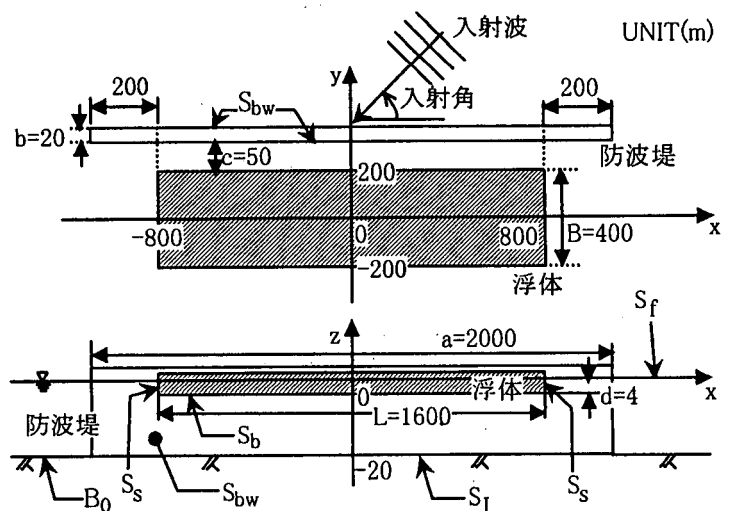


図-1 浮体構造物と防波堤の位置関係

* 学生会員 京都大学大学院 (606-8501 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 京都大学工学研究科土木工学専攻

*** フェロー 京都大学工学研究科土木工学専攻

箱型浮体構造物は $L \times B$ の大きさで、喫水を d とし、長方形型防波堤は長さ a 、幅は b で、浮体構造物と距離 c をとって浮体構造物と平行に配置するものとする。

流体を非圧縮性とし、非粘性・非回転と仮定すると速度ポテンシャル $\phi(x, y, z)$ が存在する。この速度ポテンシャル ϕ はラプラス方程式を満たす。また、自由表面 S_f 、水底 B_0 、防波堤表面 S_{bw} 、浮体構造物底面 S_b 、浮体構造物側面 S_s のそれぞれにおいて次のような境界条件を満たす必要がある。

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\sigma^2}{g} \phi \quad \text{on } S_f \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{on } S_{B_0} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{on } S_{bw} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \begin{cases} i\sigma w(x, y) & \text{on } S_b \\ 0 & \text{on } S_s \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 $w(x, y)$ は浮体構造物を薄い板と見なした場合の鉛直方向の変位（複素数として定義）であり、 g は重力加速度、 n は単位法線ベクトルであり、流体から物体の中への方向を正とする。散乱波と放射波は無限遠において、Sommerfeld の放射条件を満足する。

$$D\nabla^4 w(x, y) - \sigma^2 \gamma w(x, y) + kw(x, y) = p(x, y) \quad (5)$$

浮体構造物の運動は、弾性基礎上に静止する等質等方性の薄板の支配方程式に基づく。

ここで、 D は板の剛性であり、 γ は板の単位面積あたりの質量、 k は静止流体中の浮力項（ ρg 、 ρ : 流体密度）、 $p(x, y)$ は板底面における動的圧力である。この圧力 $p(x, y)$ は速度ポテンシャル $\phi(x, y, z)$ と関連して、

$$p(x, y) = -i\rho\sigma\phi(x, y, -d) \quad (6)$$

と書き表すことができる。

浮体構造物は、端部で鉛直方向に拘束されないで以下の自由境界条件を満足しなくてはならない。

$$\left[\frac{\partial^3 w(x, y)}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w(x, y)}{\partial x \partial y^2} \right]_{x=\pm a} = 0 \quad (7)$$

$$\left[\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \right]_{x=\pm a} = 0 \quad (8)$$

ここで、 ν はポアソン比である。この境界条件は $y = \pm b$ の浮体構造物端部においても満足しなければならない。

2.2 モード関数への拡張

板の支配方程式である式(5)と、式(6)により、板の応答である $w(x, y)$ が速度ポテンシャルと関係することがわかる。一方で、ポテンシャル $\phi(x, y, z)$ は式(4)で与えられる境界条件として板の弾性応答 $w(x, y)$ を指定した後にのみ得ることができる。このポテンシャルと板の振動に対する動的相互作用を分離するため、板の運動を両端自由梁のモードより導かれた以下のモード関数の重ね合わせにより表現する。

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \zeta_{mn} f_m(x) g_n(y) \quad (9)$$

ζ_{mn} は、 m, n モードの複素振幅の絶対値であり、 $f_m(x)$ 、 $g_n(y)$ は両端自由梁のモード関数である。モード関数 $f_m(x)$ は以下のように与えられる。

$$f_m(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & m=1 \\ \frac{1}{2} \left[\frac{\cosh(\mu_m x/a)}{\cosh \mu_m} + \frac{\cos(\mu_m x/a)}{\cos \mu_m} \right] & m=3, 5, \dots \end{cases} \quad (10)$$

$$f_m(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3} x}{2 a} & m=2 \\ \frac{1}{2} \left[\frac{\sinh(\mu_m x/a)}{\sinh \mu_m} + \frac{\sin(\mu_m x/a)}{\sin \mu_m} \right] & m=4, 6, \dots \end{cases} \quad (11)$$

ここで、 μ_m は次式の正根で与えられる。

$$\begin{cases} \tan \mu_m + \tanh \mu_m = 0 & m=3, 5, \dots \\ \tan \mu_m - \tanh \mu_m = 0 & m=4, 6, \dots \end{cases} \quad (12)$$

モード関数は区間 $(-a, a)$ において以下の直交性を満たす。

$$\int_{-a}^a f_i(x) f_j(x) dx = \frac{a}{2} \delta_{ij} \quad (13)$$

ただし、 δ_{ij} は $i \neq j$ のとき $\delta_{ij}=0$ 、 $i=j$ のとき $\delta_{ij}=1$ となる、ディラックのデルタ関数である。また、 $g_n(y)$ についても $f_m(x)$ と同様に定義される。

以上のモード関数を用いることで、放射波のポテンシャル $\phi^R(x, y, z)$ は次のようにさらに分解された形で表されることになる。

$$\phi(x, y, z) = \phi^I(x, y, z) + \phi^S(x, y, z) + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \zeta_{mn} \phi_{mn}^R(x, y, z) \quad (14)$$

ここで、 $\phi^I(x, y, z)$ は入射波のポテンシャルを、 $\phi^S(x, y, z)$ は散乱波のポテンシャルを、 $\phi_{mn}^R(x, y, z)$ は mn 番目におけるモード関数に対する放射ポテンシャルである。式(9)と式(14)から、物体表面での境界条件式、式(4)は次のようになる。

$$\frac{\partial \phi_{mn}^R}{\partial n} = \begin{cases} i\omega f_m(x) g_n(y) & \text{on } S_b \\ 0 & \text{on } S_s \end{cases} \quad (15)$$

$$\frac{\partial \phi^D}{\partial n} = 0 \quad \text{on } S_b \cup S_s \quad (16)$$

$$\phi^D = \phi^I + \phi^S \quad (17)$$

2.3 積分方程式

ラプラス方程式 $\nabla^2 \phi = 0$ の近似解を求める場合、一般的にはこのラプラス方程式にGreenの定理を適用し積分方程式を得る。しかし、本研究では着底構造物である防波堤が浮体構造物と混在していることから、浮体構造物単体の場合と、浮体構造物が防波堤と混在する場合のどちらの場合でも利用可能なTeng & R.Eatock Taylor²⁾による以下の積分方程式を用いた。

$$(4\pi + \int_{S_f} \frac{\partial G_2(x, x_0)}{\partial z} dS) \phi(x_0) + \int_{S_v} \left\{ \phi(x) \frac{\partial G(x, x_0)}{\partial n} - \phi(x_0) \frac{\partial G_2(x, x_0)}{\partial n} \right\} dS = \int_{S_v} G(x, x_0) V(x) dS \quad (18)$$

ここで、 $x_0 = (x_0, y_0, z_0)$: ソース点の座標、 $x = (x, y, z)$: 参照点の座標、 S_f : 構造物着底領域、 S_v : 構造物表面領域、 $G(x, x_0)$: グリーン関数、 $V(x)$: 構造物表面における流速である。さらに、 $G_2(x, x_0)$ は以下のようである。

$$G_2(x, x_0) = \frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_{21}} + \frac{1}{r_{31}} \quad (19)$$

$$r = [R^2 + (z - z_0)^2]^{\frac{1}{2}}, r_1 = [R^2 + (z + z_0)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$r_{21} = [R^2 + (z - z_0 - 2h)^2]^{\frac{1}{2}}, r_{31} = [R^2 + (z + z_0 + 2h)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$R = [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

この積分方程式を用いる利点としては、浮体構造物と着底式の構造物が混在する場合に適用可能であり、さらに、空間角によって決まる係数 C の評価が不要なことから、左辺における特異積分が避けられることにある。また、右辺にも特異積分があらわれるものの、Lachatら³⁾によって示されている方法(サブ要素分割法)によって数値的に処理することができる。

2.4 板の運動方程式の解法

弾性基礎上の板の運動エネルギー、ひずみエネルギー、外力仕事を考え、ハミルトンの原理を適用すると次のように表される。

$$\begin{aligned} & D \int_{-b}^b \int_{-a}^a \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} + 2(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x \partial y} \right] dx dy \\ & + k \int_{-b}^b \int_{-a}^a w \delta w dx dy - \sigma^2 \gamma \int_{-b}^b \int_{-a}^a w \delta w dx dy + i \rho \sigma \int_{-b}^b \int_{-a}^a \phi^D(x, y, -d) \delta w dx dy \\ & + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \zeta_{mn} [i \rho \sigma \int_{-b}^b \int_{-a}^a \phi_{mn}^R(x, y, -d) \delta w dx dy] = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

この式に、式(9)のモード関数重ね合わせの表現を代入しガラーキン法を使用することで、以下のモード応答 ζ_{mn} に関する運動方程式が得られる。

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \zeta_{mn} [K_{mn,lj} + i\sigma C_{mn,lj} - \sigma^2 (M_{mn,lj} + M_{amn,lj})] = F_{lj} \quad \begin{matrix} l=1,2,\dots,M \\ j=1,2,\dots,N \end{matrix} \quad (22)$$

ここで、

$$\begin{aligned} K_{mn,lj} = & D \left[\int_{-a}^a f_m''(x) f_l'(x) dx \int_{-b}^b g_n(y) g_j(y) dy + \int_{-a}^a f_m'(x) f_l''(x) dx \int_{-b}^b g_n''(y) g_j''(y) dy \right. \\ & + \nu \int_{-a}^a f_m''(x) f_l'(x) dx \int_{-b}^b g_n(y) g_j''(y) dy + \nu \int_{-a}^a f_m'(x) f_l''(x) dx \int_{-b}^b g_n''(y) g_j(y) dy \\ & \left. + 2(1-\nu) \int_{-a}^a f_m'(x) f_l'(x) dx \int_{-b}^b g_n'(y) g_j'(y) dy \right] + k \int_{-a}^a f_m(x) f_l(x) dx \int_{-b}^b g_n(y) g_j(y) dy \end{aligned} \quad (23)$$

$$M_{mn,lj} = \gamma \int_{-a}^a f_m(x) f_l(x) dx \int_{-b}^b g_n(y) g_j(y) dy = \frac{\gamma ab}{4} \delta_{ml} \delta_{nj} \quad (24)$$

$$F_{lj} = -i\rho\sigma \int_{-b}^b \int_{-a}^a \phi^D(x, y, -d) f_l(x) g_j(y) dx dy \quad (25)$$

$$C_{mn,lj} = \rho \int_{-b}^b \int_{-a}^a \Re[\phi_{mn}^R(x, y, -d)] f_l(x) g_j(y) dx dy \quad (26)$$

$$M_{amn,lj} = \frac{\rho}{\sigma} \int_{-b}^b \int_{-a}^a \Im[\phi_{mn}^R(x, y, -d)] f_l(x) g_j(y) dx dy \quad (27)$$

$K_{mn,lj} \cdot M_{mn,lj} \cdot F_{lj}$ はそれぞれ一般化された、剛性マトリックス・質量マトリックス・強制波力のベクトルである。また、 $M_{amn,lj} \cdot C_{mn,lj}$ はそれぞれ、付加質量マトリックス・造波減衰マトリックスを表す。未知の応答モードと m_n は式(22)を解くことで得られ、全応答 $w(x, y)$ は m_n を式(9)に代入することで得られる。

3. プログラムの検証

島堤に関するディフラクション問題に対して、本プログラムの検証を行う。検証方法としては、着底長方形一様断面柱体に作用する波圧の分布について、Helmholtz 方程式を境界要素法で解いたものと比較する方法をとる。作用する波圧の分布は、柱体の直接波を受ける面(front side)と直接波を受けない面(rear side)の2面について求め、これを $\rho g H_0$ (ρ : 流体密度, g : 重力加速度, H_0 : 波高) で除した無次元化波圧分布により比較する。

検証モデルは長さ 2000m、厚さ 20m の着底型直方体を用いている。この防波堤モデルは水深 20m の一定水深の無限海域中に単独で設置されているものとする。入射波の波長は 200m・100m の2種類であり、波は柱体に垂直に入射するものとする。また、柱体は8節点の平面パネルで分割しているが、このパネル分割長は側面、底面のいずれも 25m×20m とした。

この結果を図-2、図-3に示す。本研究でのプログラムの解析結果と、Helmholtz 方程式の解を境界要素法を用いて近似的に求めた結果は、よく一致していることがわかる。したがって、本プログラムは防波堤のような非常に細長い構造物について有効であり、また、図-2から、本プログラムは入射波長の1/4程度の粗いパネル分割長でも精度良く解析できることがわかる。

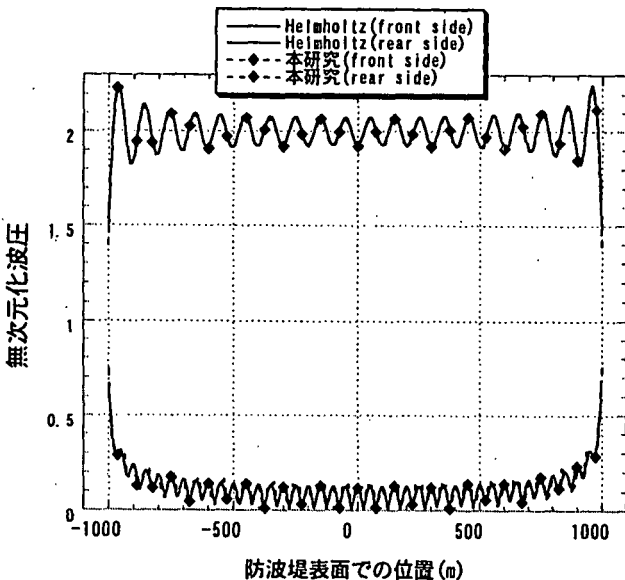


図-2 検証結果(波長100m)

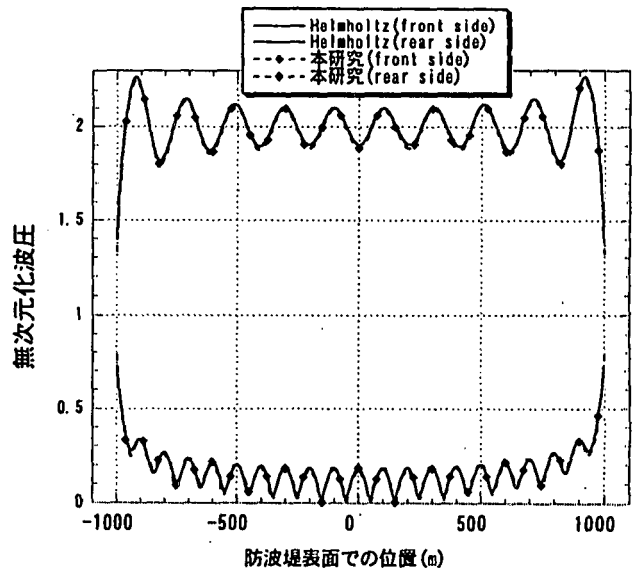


図-3 検証結果2(波長200m)

4.解析例

本プログラムを用いて解析を行う解析モデルは、将来建設が予想される浮体式海上空港の両辺とも約 1/3 の大きさの長さ $L=1600\text{m}$ 、幅 $B=400\text{m}$ 、喫水 $d=4\text{m}$ であり、水深 $h=20\text{m}$ の一定水深無限海域中に置かれているものとする。防波堤との位置関係は図-1 のようであり、 a 、 b 、 c はそれぞれ $a=2000\text{m}$ 、 $b=20\text{m}$ 、 $c=50\text{m}$ とする。この防波堤は、剛な着底長方形一様断面柱体で、波の透過性は考慮しないものとし、越波も許さないものとする。また、防波堤表面での波の反射率は 1 (完全反射) とする。

入射波長は 100m 、 200m の 2 種類で、それぞれ 90 度、 60 度の入射角の波について解析している。解析結果を図-4 から図-7 に示す。ここで、グラフの z 軸は鉛直応答変位振幅の絶対値であるが、これを入射片振幅波高で除した無次元化応答変位で表されている。また、図中の矢印は波の入射方向である。

これらのグラフより、総じて防波堤による静穏効果が現れていることがわかる。

入射波長が 100m の場合についてみると、入射角 90 度の場合、防波堤が存在しない時の浮体構造物の応答変位の最大値は入射片振幅波高の 26.7% 、防波堤を考慮した時の浮体構造物の応答変位の最大値は入射片振幅波高の 2.3% となっている。また、入射角が 60 度の場合、防波堤が存在しない時の浮体構造物の応答変位の最大値は 9.6% 、防波堤を考慮した時の応答変位の最大値は 0.81% と、いずれの場合も $1/10$ 以下に低減されている。

入射波が 200m の場合については、入射角が 90 度の場合、防波堤が存在しない時の浮体構造物の応答変位の最大値は入射片振幅波高の 91.7% 、防波堤を考慮した時の浮体構造物の応答変位の最大値は入射片振幅波高の 10.3% と約 $1/9$ になっている。また、入射角 60 度の場合、防波堤が存在しないときの応答変位の最大値は 119.5% 、防波堤を考慮した時の浮体構造物の応答変位の最大値は 23.6% と約 $1/5$ に低減されている。

このことから、特に入射波長が長くなれば低減率は小さくなるものの、防波堤の設置は、当然のことながら、浮体構造物の過大な変形を抑制するのに極めて効果的であることがわかる。

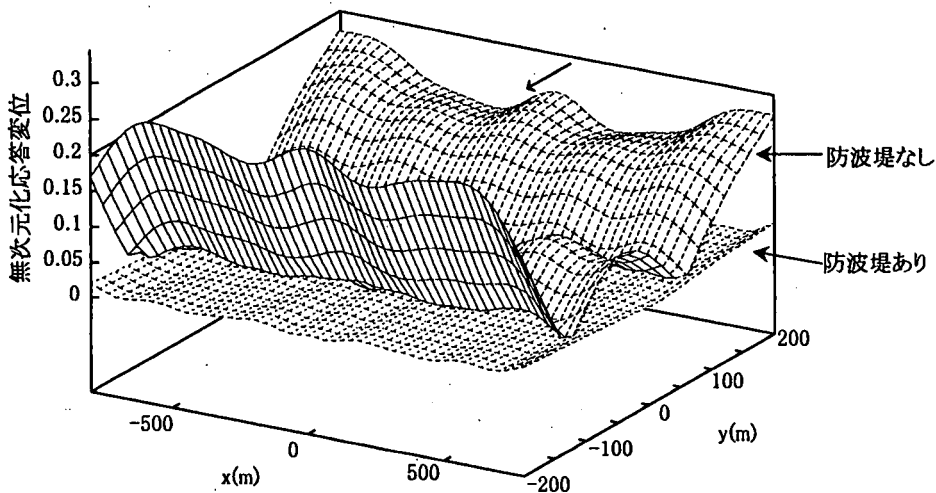


図-4 防波堤の有無による波浪応答の変化(入射波長 100m ・入射角 90 度)

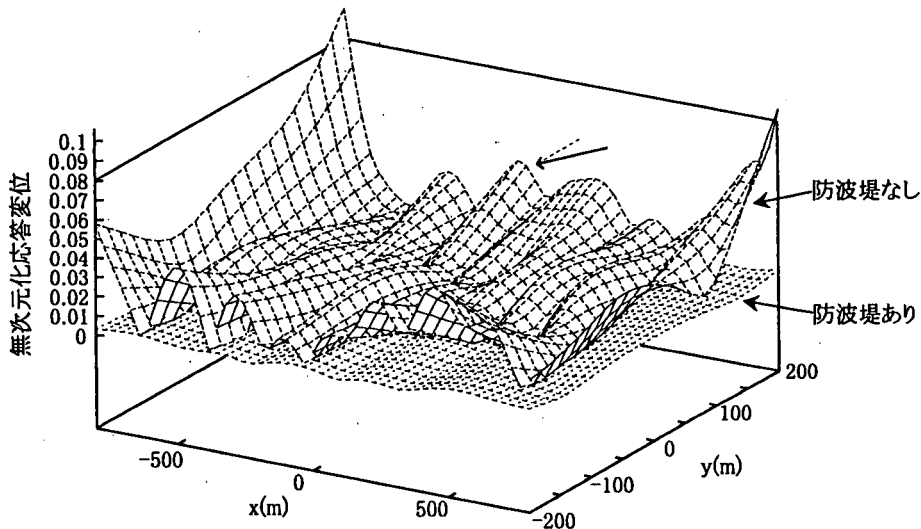


図-5 防波堤の有無による波浪応答の変化(入射波長 100m ・入射角 60 度)

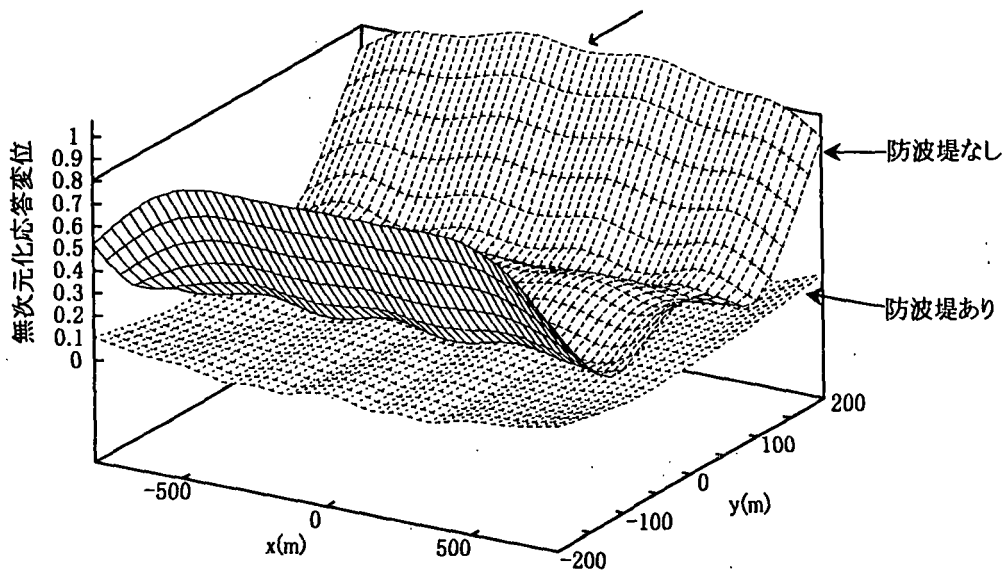


図-6 防波堤の有無による波浪応答の変化(入射波長200m・入射角90度)

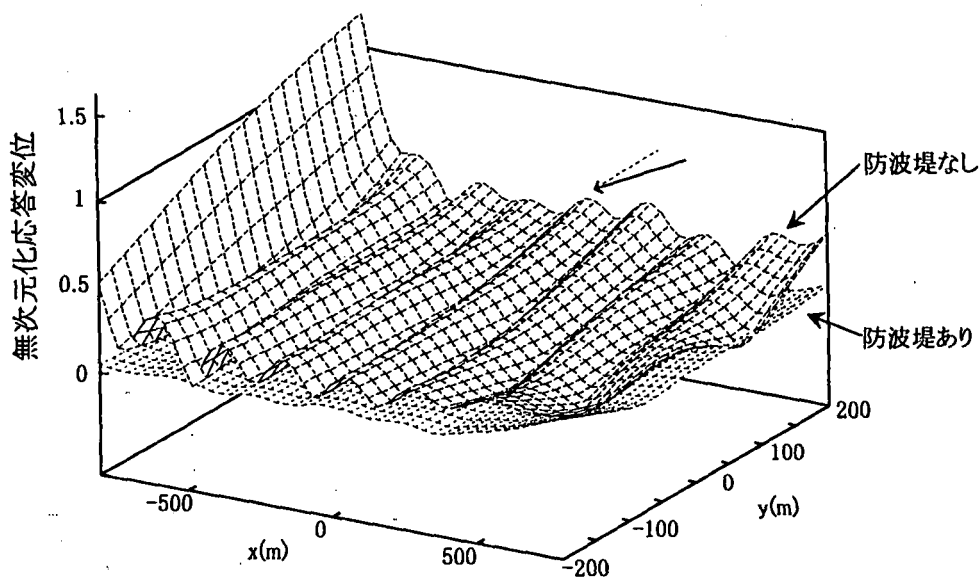


図-7 防波堤の有無による波浪応答の変化(入射波長200m・入射角60度)

5. 結論

本研究では、モード重ね合わせ法と 8 節点 2 次要素に基づく境界要素法を組み合わせたプログラムを作成し、防波堤が箱型超大型浮体構造物に近接して存在する場合の波浪応答解析を行った。8 節点 2 次要素を用いることでパネル分割長を波長の 1/4 と著しく粗くすることができている。このプログラムを用いて解析を行った結果、防波堤による波浪応答の低減効果が確認できた。本研究では、浮体構造物は基本的なモデルに限って解析を行っている。今後は、このプログラムを用いて浮体構造物・防波堤の長さや喫水、剛性といった諸元を変化させて解析を行い、効果的な防波堤の設置を検討する。

参考文献

- 1) 宇都宮智昭・渡邊英一・久保田明: 超大型箱形浮体の波浪応答解析のための高次要素 BEM プログラムの開発とその適用性について, 海洋開発論文集, Vol.13, pp.201-206(1997)
- 2) B. Teng and R. Eatock Taylor: New high-order boundary element methods for wave diffraction/radiation, Applied Ocean Research, 17, pp 71-77, 1995.
- 3) Lachat, J.C., and Watson, J.O.: Effective numerical treatment of boundary integral equation: A formulation for three-dimensional elastostatics, Int. J. Num. Math. Eng., 10, pp.991-1005, 1976.