

不規則波動境界層の特性に関する基礎的研究

Fundamental Study on Laminar Boundary Layer Characteristics under Irregular Waves

ムスタファ アタウス サマド* 田中 仁**
Mustafa Ataus SAMAD and Hitoshi TANAKA

Abstract

Laminar boundary layer behavior under irregular wave motion has been investigated in this paper through numerical methods. The irregular wave velocity has first been generated and later used for flow computation in the boundary layer through low Reynolds number k - ϵ model. The generation of irregular wave velocity shows a satisfactory result when compared with input spectral properties. Obtained k - ϵ model results have then been utilized for detailed analysis of time variation of bottom shear stress with freestream velocity. Model results show that the bottom shear stress is more dominated by high frequency component waves than that for velocity. It is also very sensitive to freestream velocity variations and does not always respond in the same way to similar velocity conditions. A comparison of irregular wave bottom shear stress with that of monochromatic waves shows that the significant bottom shear stress closely corresponds to that of sinusoidal wave computed with the highest two-third of wave heights ($H_{2/3}$).

Key Words : irregular wave, spectrum, bottom boundary layer, laminar flow

1. はじめに

現在までになされた多くの波動境界層に関する研究成果は、漂砂現象の理解やその定式化に大きく寄与してきた。しかし、これらの研究の多くは微小振幅波を対象とした正弦振動流に関するものである。近年、不規則波動のもとでの砂移動現象に関する研究も行われている^{1), 2)}が、一方で、それを支える不規則波動下での底面境界層に関する知見は極めて稀少な状態にある。佐藤ら¹⁾は有義波高をもとに微小振幅波理論を用いた代表波では良好な結果が得られず、スペクトル特性を考慮した解析の必要性を指摘している。このように、不規則波による砂移動の研究においては代表波の選び方が依然問題点として残されている。

この分野での先駆的な研究としては光信・佐藤³⁾やMyrhaug⁴⁾が挙げられ、不規則波動下での底面摩擦の代表値に関する検討を行っているが、ある与えられた表面波形のもとで実際にせん断力がどのような時間変化を示すかについては十分な知見が得られていない。正弦振動流場においては境界層外縁流速に対して底面せん断力が $\pi/4$ の位相の遅れを伴うことは良く知られている。また、クノイド波のもとでの層流境界層の解析解⁵⁾によれば、波の先鋭化に応じてせん断力波形が複雑に変化することが示されている。不規則波動における底面せん断力は、これらに比べさらに複雑な挙動を示すものと考えられ、代表値に関する議論を行うと同時にその変化特性を十分に理解する必要がある。

そこで、本研究では各種流れに対してその有効性が確認されている k - ϵ モデル⁶⁾を用いて数値実験を行い、不規則波動下における底面せん断力特性を明らかにする。ここでは、研究の第一段階として十分に低いレイノルズ数を与え、層流状態での検討を行う。

2. 計算方法

2.1 スペクトル

まず、表面波形のスペクトル $S_\eta(f)$ として、Bretschneider・光易型、

$$S_\eta(f) = 0.257 H_{1/3}^2 T_{1/3} (T_{1/3} f)^5 \exp[-1.03 (T_{1/3} f)^4] \quad (1)$$

を仮定する。ここで、 $H_{1/3}$ 、 $T_{1/3}$ はそれぞれ有義波波高、有義波周期であり、 f は周波数である。さらに、微小振幅波理論による応答関数 $H_U(f)$ を用いることにより、底面流速 U のスペクトル $S_U(f)$ は次式

* 正会員 M.Eng. 東北大学大学院助手 工学研究科土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉)

**正会員 工博 東北大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉)

で表される。

$$S_u(f) = H_u^2(f) S_\eta(f) = \left(\frac{\omega}{\sinh kh} \right)^2 S_\eta(f) \quad (2)$$

式(2)から、離散化された周波数成分に対しそれぞれの振幅を求め、Goda⁷⁾ にならって流速の時系列を求めた。これを線形化された境界層方程式の圧力項に代入して境界層内の流速 u や底面せん断力 τ_0 を計算する。

2.2 乱流モデルと数値計算法

ここで、流れ場を解くための基礎式としては、Jones and Launderにより提案された低レイノルズ数 $k-\epsilon$ モデル⁶⁾ を用いることとする。この他にも多くの低レイノルズ $k-\epsilon$ モデルが提案されているが、著者の一人により行われた正弦振動流および非正弦振動流を対象とした研究によれば、せん断力の予測精度については同モデルがもっとも優れていることが確認されている^{8), 9)}。基本式を陰形式クランク・ニコルソン型差分法で解き、数値解を求めた。計算法の詳細は文献8), 9) に詳しいので割愛する。ここでは、計算に際し上述の様に十分に低いレイノルズ数を与え、層流状態での検討を行っている。

なお、線形波動下の層流状態でのせん断力に対しては、次式の様な応答関数 $H_\tau(f)$ をもとにスペクトル $S_\tau(f)$ が得られる (光信・佐藤³⁾)。

$$S_\tau(f) = H_\tau^2(f) S_\eta(f) = (\sqrt{2\beta\mu})^2 H_u^2(f) S_\eta(f) \quad (3)$$

ここに、

$$H_\tau(f) = \sqrt{2\beta\mu} \frac{\omega}{\sinh kh}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}} \quad (4)$$

よって、式(3)を用いれば数値計算によらずともせん断力の時間変化を得ることが出来るが、ここでは、今後乱流域での数値計算に発展させることを踏まえ、数値計算による解法を採用した。

計算時間は有意な統計量が得られる程度に長いものでなければならない。ここでは約 180 波の波が含まれるように設定し、得られたせん断力波形から各種代表値を求めた。今回は表-1 に示す2つのケースについて計算を行った。表中のレイノルズ数の定義は次節に述べる。

表-1 計算条件

	$H_{1/3}$ (cm)	$T_{1/3}$ (sec)	h (m)	$RE_{1/3}$
ケース 1	20	10	10	9.15×10^3
ケース 2	75	10	10	1.27×10^5

2.3 レイノルズ数

正弦振動流においては、代表流速として振幅値を用いた次のレイノルズ数が用いられることが多い (例えば、Jonsson¹⁰⁾)。

$$RE = \frac{U_0 a_m}{\nu} = \frac{U_0^2}{\omega \nu} \quad (5)$$

ここで、 U_0 : 境界層外縁流速の振幅、 a_m : 境界層外縁での水粒子軌道振幅、 ω : 波の角周波数、 ν : 流体の動粘性係数である。

上式を不規則波動場へ拡張する方法はいくつか提案されている^{1), 4)}。不規則波の代表値としては、通常有義波高、有義波周期が与えられることから、ここでは、不規則波へ拡張された式形として次式を用いることにする。

$$RE_{1/3} = \frac{U_{1/3}^2}{\omega_{1/3} \nu} \quad (6)$$

ここに、

$$U_{1/3} = \frac{\pi H_{1/3}}{T_{1/3}} \frac{1}{\sinh kh}, \quad \omega_{1/3} = \frac{2\pi}{T_{1/3}} \quad (7)$$

である。

3. 計算結果

3.1 スペクトル

まず、得られた不規則信号の精度を確認するために、計算に使用された流速変動のスペクトルと式(2)との比較を図-1に示した。いずれのケースも式(2)と極めて良く一致しており、計算法の妥当性が示された。

3.2 せん断力の変動特性

図-2に二つのケースでの計算結果を示す。境界層外縁流速 U の変動も図中に示した。いずれのケースでも、流速波形と比べ、せん断力波形には高周波成分の顕在化することが特徴的である。特に、図中で矢印を付した様に波形の不規則性が顕著な時に、せん断力に小さなピークが現れる。一方、比較的規則的な波形が連続する他の部分では、流速波形とせん断力波形とがある位相差を保ちつつ、ほぼ同様な波形で変動していることが分かる。このように、一般にせん断力の波形と流速波形とが大きく異なる場合があることに注意しなければならない。

不規則波動下での底面せん断力を求めるための便法として、流速波形と同じ波形を描くとして計算する手法が用いられることがあるが、図-2の結果によれば、少なくとも層流に限ればこの方法では大きな誤差を伴うことがある。

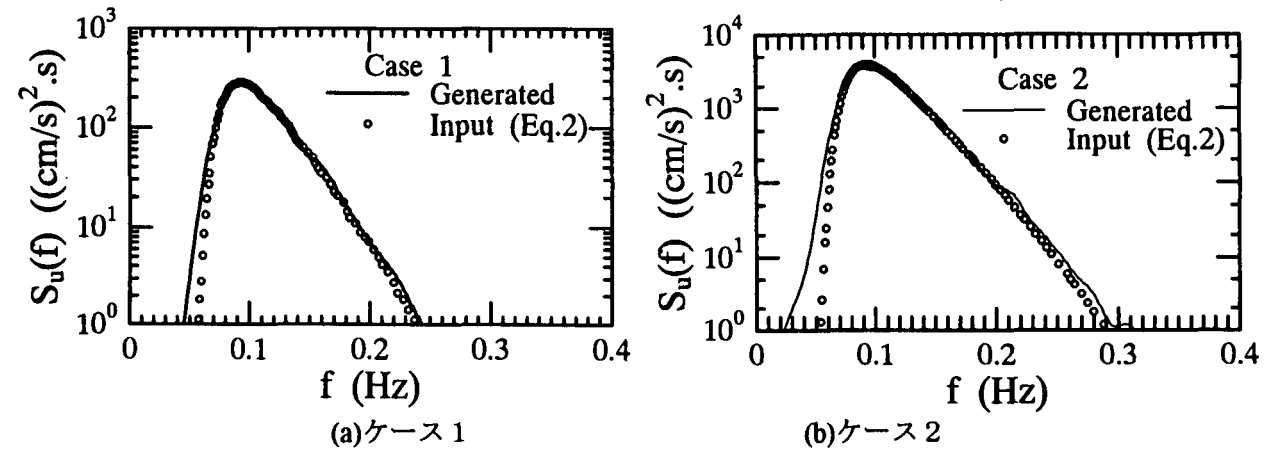


図-1 流速変動のスペクトル

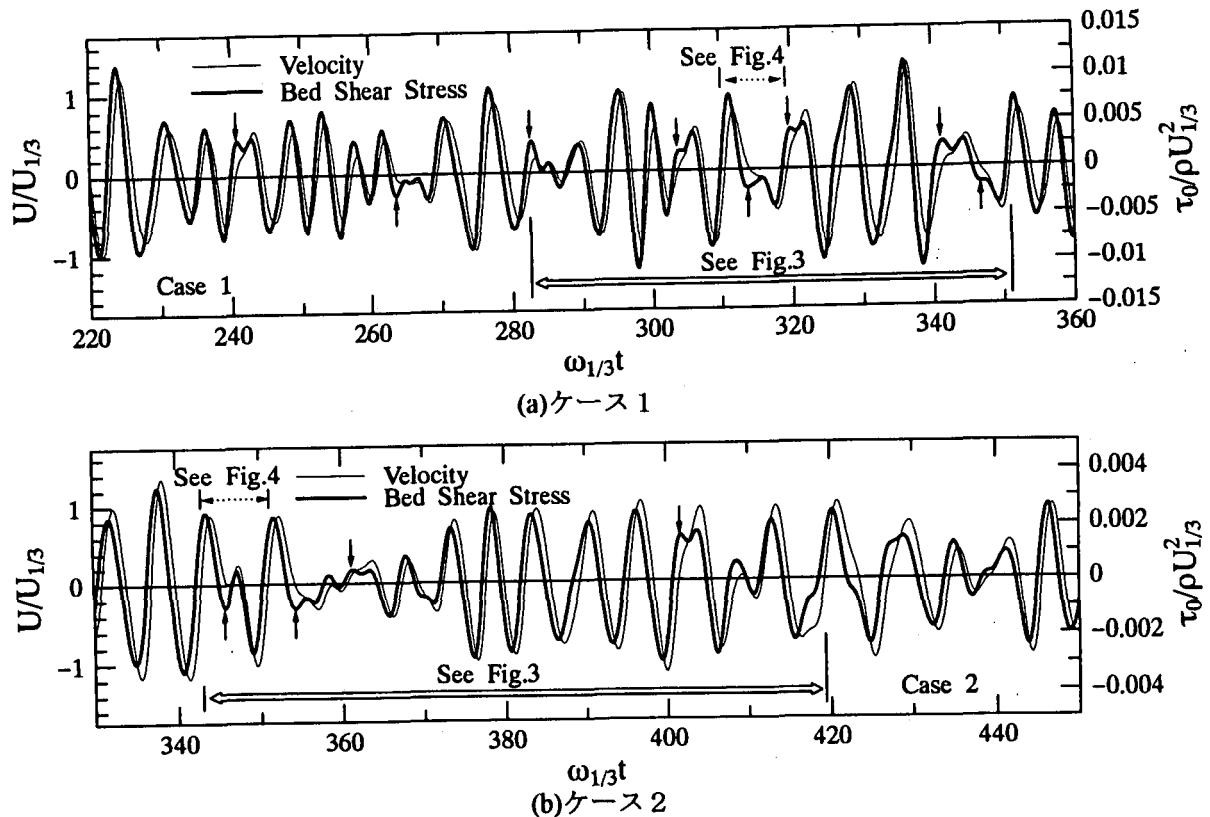


図-2 せん断力と流速の変化

図-3は、図-2に示した時間の時間帯について無次元化されたせん断力と流速との関係を図示したものである。なお、両者が完全に同位相であれば直線を描くことになる。図中の丸印は式(6)、(7)で定義されるレイノルズ数を用いて、正弦振動流の摩擦係数から評価したせん断力の変化である。図-2で比較的規則的な変動を示す時には、図-3において正弦波の変動と同様な楕円状のパターンを示すが、図-2の矢印付近のデータは流速値がゼロをクロスした直後に複雑な振る舞いをし、せん断力が二つのピークを有するために、図-3では逆S字状のループを描く。

図-2に矢印で示したせん断力ピークが発生する機構について検討を行うために、流速分布を調べた。結果を図-4に示す。これらは、図-3で点線の矢印で示した時間帯を抜き出して速度分布を示したものである。

まず、波の不規則性のために、境界層外縁流速が同じ大きさを持っている位相でも、履歴に応じて大きく流速分布が異なっている。これは正弦振動流との大きな相違点である。せん断力のピークが現れる位相近く（図-4(a)のA~C、図-4(b)のA~B）では底面近くに顕著な位相の進みが見られ、このために壁面で大きな速度勾配を持ち、これにより大きなせん断力が生み出されたことが分かる。図-3の矢印が見られる位相の共通点は、その以前の山又は谷の減速期を経てゼロクロス点以降加速に転じた直後に、加速度の急激な減少が見られ、流速が頭打ちになる点である。流向変化後の主流速頭打ちの時点では、それ以前の履歴により決定される先走りとその位相での主流速瞬時値とは全く無関係であり、流速とせん断力は大きく異なる波形を持つことになる。

なお、同様な現象はすでにクノイド波動下の底面境界層においても報告されている。図-5は田中ら⁵⁾によるクノイド波動層流境界層の理論により得られる底面せん断力を示したものである。図-3と同様に、同図においてもやはり底面せん断力は流速と全く異なる波形を有している。 $1/T=0.070$ に見られるせん断力の負のピークは、未だ主流速が正の時点に現れており、峰の減速位相での先走り現象により生じたものである。この点で、図-3に見られる矢印のピークと全く同じ機構に基づいて発生したものと言える。

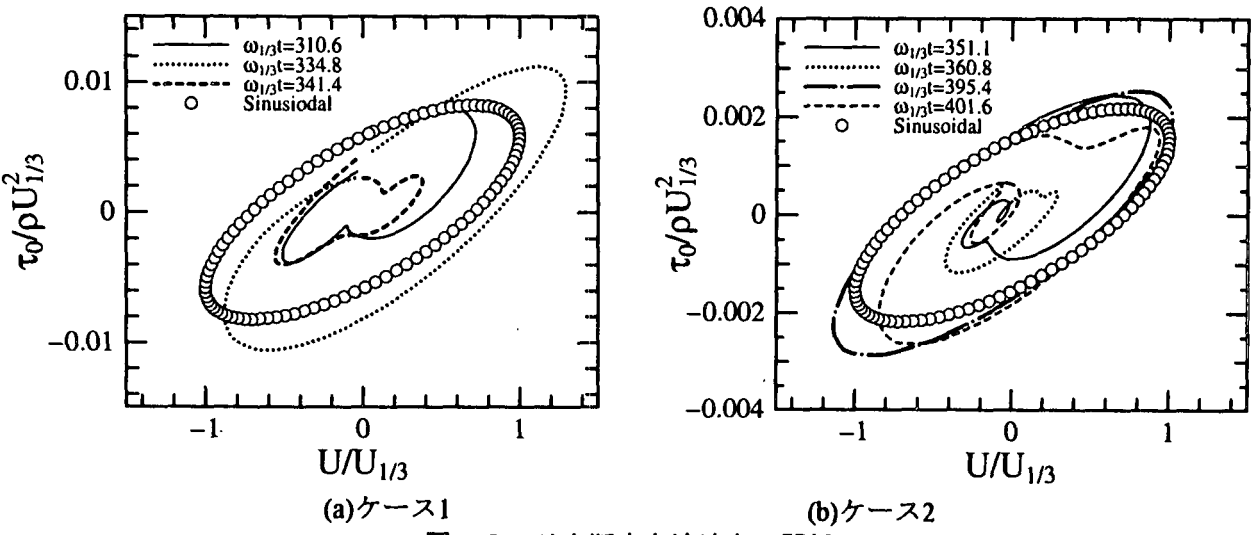


図-3 せん断力と流速との関係

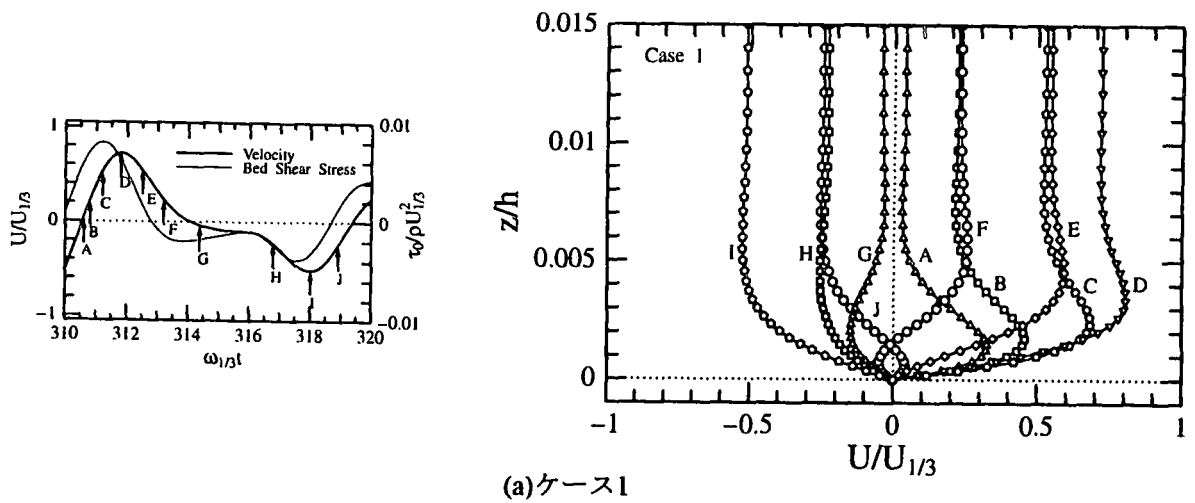
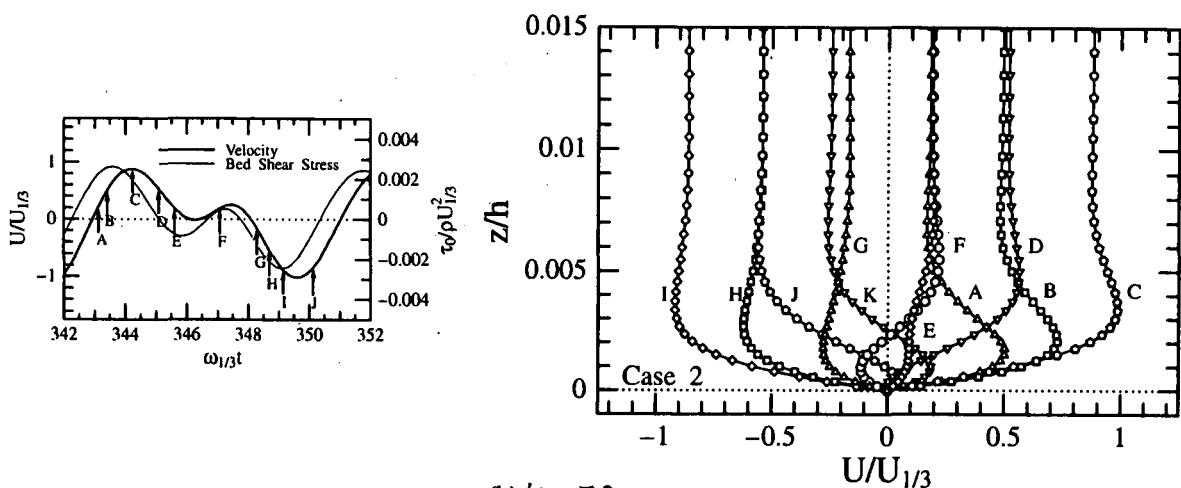


図-4 流速分布 (その1)



(b) ケース2
図-4 流速分布 (その2)

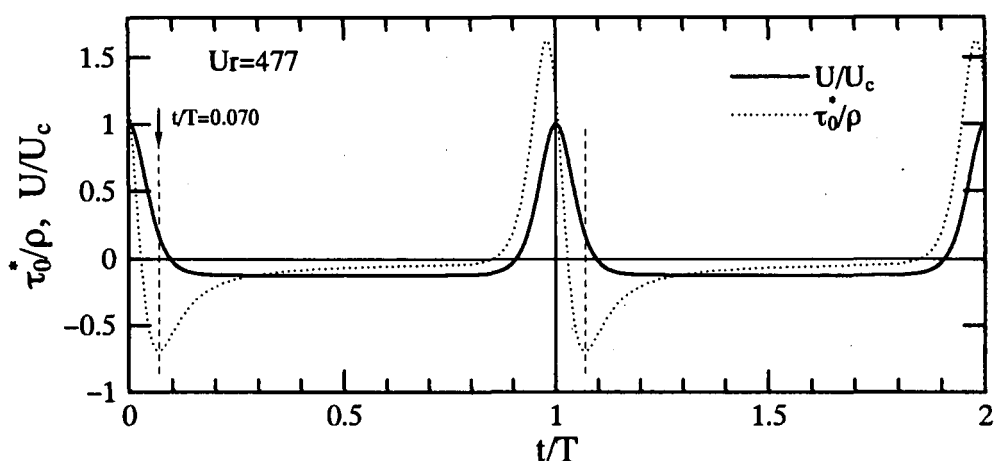
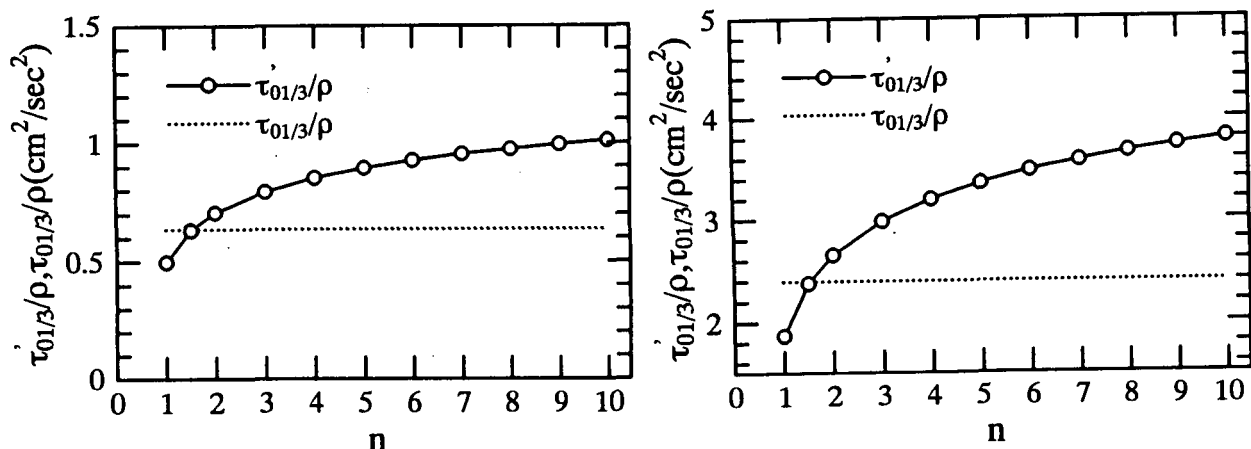


図-5 クノイド波の下でのせん断力

3.3 有義せん断力を求めるための代表波

計算で得られたせん断力の時系列からピーク値を求め、その1/3最大値を有義せん断力 $\tau_{01/3}$ と呼ぶ。ここでは、これを求めるための代表波の選択法について検討を行う。図-6の直線はこのようにして得られた $\tau_{01/3}$ である。一方、 $1/n$ 最大波の波高、周期を用い、これを式(6)、(7)の1/3を $1/n$ に置き換えた式に代入し、正弦振動流の摩擦係数を用いて得られるせん断力を $\tau'_{01/n}$ とする。 n の増加に伴う $\tau'_{01/n}$ の変化を図-6に示した。これによれば、有義波の諸元を用いた場合には、二つのケースともに約25%の過大評価となっていることが分かる。一方、平均波($n=1$)とした計算では過小評価となる。 $n=1.5$ 程度とすれば、有義せん断力とほぼ一致する算定値が得られる。



(a) ケース1 (b) ケース2
図-6 代表波と計算されるせん断力との関係

4. おわりに

本研究では、不規則波動下における底面せん断力に関する検討を行った。ただし、ここでは対象を層流に限定している。本研究で得られた主要な結論は以下のとおりである。

- (1) 流速波形と比べて、せん断力波形に高周波成分が顕著である。特に、急激な速度の変化に呼応して鋭いピークの現れることが確認された。
- (2) 流速分布を調べた結果、加速度が大きいときに境界層内で先走り現象が顕著となり、壁面近くに流速勾配のきつい領域が見られることが分かった。この現象が先述のせん断力のピークを生み出す原因である。
- (3) 計算で得られる有義せん断力を得るためには、 $1/1.5$ すなわち $2/3$ 最大波の波高・周期を用いると良いことが示された。有義波の諸元を用いた場合には過大評価となってしまう。

今回の計算に用いたモデルは乱流での計算も可能である。今後、より高いレイノルズ数を対象として、実用上の重要性が高い乱流場での計算を行い、同様な検討を行う予定である。

謝辞：本研究を実施するにあたり、文部省科学研究費の補助を受けた。ここに記して、深甚なる謝意を表する。

参考文献

- 1) 佐藤慎司・杉浦志樹・渡辺 晃：不規則振動流中における砂移動機構と砂連の消滅限界，第34回海岸工学講演会論文集，pp.246-250，1987.
- 2) 佐藤慎司，Michael B. Kabiling：波打ち帯を含む三次元海浜変形の数値モデル，海岸工学論文集，第41巻，pp.401-405，1994.
- 3) 光信紀彦・佐藤慎司：不規則波浪場での底面流速および底面摩擦の代表値の取り扱いについて，土木学会第44回年次学術講演会講演集，II，pp.770-771，1989.
- 4) Myrhaug, D. : Bottom friction beneath random waves, *Coastal Engineering*, Vol.24, pp.259-273, 1995.
- 5) 田中 仁，Mutlu Sumer, Jorgen Fredsøe：クノイド波動下における層流底面境界層の解析解とその実験的検証，土木学会論文集，No.572号/II-40，pp.85-90，1997.
- 6) Jones, W.P. and Launder, B.E.: The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol.15, pp.301-314, 1972.
- 7) Goda, Y., 1970: Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, *Rep. of Port & Harb. Research Inst.*, Vol.9, No.3, pp.3-57.
- 8) Ahmad Sana, 田中 仁：低レイノルズ数 $k-\epsilon$ モデルの管内振動流への適用性に関する研究，水工学論文集，第40巻，pp.779-785，1996.
- 9) Sana, A. and Tanaka, H.: The testing of low Reynolds number $k-\epsilon$ models by DNS data for an oscillatory boundary layer, *Flow Modeling and Turbulence Measurements VI*, pp.363-370, 1996.
- 10) Jonsson, I.G.: Wave boundary layers and wave friction factors, *Proc. 10th Int. Conf. Coastal Eng.*, pp.127-148, 1966.