

砕波帯内の鉛直循環流場の数値シミュレーションに関する研究

Quasi-2DV Circulation Model of Wave-induced Currents in the Surf Zone

黒岩正光**・野田英明**・芳地康征**

Masamitsu Kuroiwa, Hideaki Noda, Yasuyuki Houchi

This paper presents a simple numerical model of quasi-2DV wave-induced currents due to wave breaking. In order to determine the vertical distribution of undertow velocity, time-averaged N-S equations that incorporate the components of wave particle velocity and turbulent fluctuation due to wave breaking are solved using the fractional finite different method in the cross-shore direction and the Galerkin method in the vertical direction. The computed results for wave set-up and undertow are compared with those of laboratory experiments for the spilling breakers on the uniform slope. Furthermore, the numerical model is applied to determine the velocity field on the bar-type and step-type beach. Finally, its applicability is investigated and discussed.

Keywords : undertow, Q-2DV numerical model, breaking wave

1. はじめに

従来、海岸付近の底質や物質の輸送量を把握するための外力となる海浜流は、断面平均された鉛直方向に一定な流れとして取り扱われている。実際には、鉛直方向にも分布を有する3次元流れであり、特に、砕波帯内では戻り流れが海浜流場に与える影響が大きく、3次元流れを予測するためには、まず、砕波帯内の戻り流れ（鉛直循環流）を精度よく評価する必要がある。戻り流れの鉛直分布については、Svendsen(1984)をはじめ、土屋ら(1986)、岡安ら(1989)や黒岩ら(1994)によって、理論的に検討されている。また、柴山ら(1994)は Reynolds 方程式に渦動粘性係数を与え、直接的に砕波帯内の波浪場と乱流場を算定しているし、Pechonら(1994)あるいは信岡ら(1996)は時間平均した N-S 方程式を用いて、砕波帯内外を含めた戻り流れ（鉛直循環流場）と平均水位の数値計算を試みている。これらのモデルのほとんどは一様斜面上での理論解あるいは数値解であって、複雑な地形上への適用性が十分確認されたわけではない。また、戻り流れの鉛直分布形状に影響を及ぼす渦動粘性係数や水面ならびに底面の境界条件などの設定方法についてもそれぞれのモデルに応じて取り扱い方が異なり、その係数や条件らの評価手法については未だ確立されていない。

本研究では、複雑な海底地形においても容易に適用できるような砕波帯内の鉛直循環流の計算手法を開発することを目的とし、N-S 方程式から基礎方程式を導き、有限差分法と有限要素法を併用した準2次元的な数値解法に基づいて砕波帯内の鉛直循環流場を算定しようとするものである。さらに、前述した諸係数や条件が鉛直循環流に及ぼす影響について検討する。

2. 鉛直循環流場の数値モデル

循環流場を計算する際には、まず、計算領域の波浪場を算定する必要がある。柴山ら(1994)と同様に直接的に波と流れの場を同時に計算することが望ましいが、本研究では、簡単のため、波と循環流との相互干渉は考慮せずに、渡辺ら(1984)の非定常緩勾配方程式を用いて波浪場を計算し、得られた結果を用いて循環流場の計算を試みる。

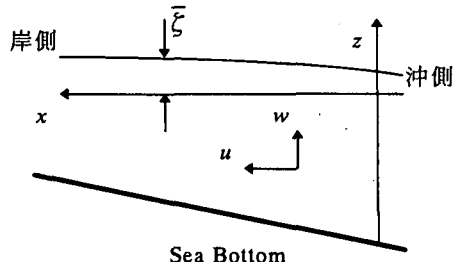


図-1 座標系

2.1 支配方程式

図-1に示すように、沖側から岸側方向に x 軸、静水面から鉛直上方向に z 軸をとり、岸沖方向における水粒子速度を u 、鉛直方向におけるそれを w とし、それぞれ以下のように定常流成分 (U, W)、波動成分 (u_w, w_w)、乱れ成分 (u', w') に分離し、また圧力も同様な分離を行う。

$$u = U + u_w + u', \quad w = W + w_w + w', \quad p = \bar{p} + p_w + p' \quad \text{-----(1)}$$

* 正会員 鳥取大学工学部土木工学科 (〒680 鳥取市湖山町南 4-101)

**正会員 (株)建設技術研究所

上式を鉛直 2 次元の N-S 方程式に代入し、Svendsen・Lorenz(1989)の手法に従って、波の一周期に渡り平均し、若干の計算を行うと、次式を得る。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + W \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u_w^2}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(v_h \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_v \frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad (2)$$

上式中の圧力 $\bar{p}$ は、

$$\bar{p} / \rho = g(\bar{\xi} - z) - \overline{w_w^2} + \frac{\partial}{\partial x} \int_z^0 \overline{u_w w_w} dz' \quad (3)$$

で表され、さらに、式(3)を式(2)に代入することによって、鉛直循環流場の Q-2 DV モデルの基礎式を得ることができる。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + W \frac{\partial U}{\partial z} = -g \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial x} - Rx + M_U \quad (4)$$

ここに、 Rx は Radiation Stress に相当する波による過剰運動量フラックス項で、

$$Rx = \frac{\partial}{\partial x} \left(\overline{u_w^2} - \overline{w_w^2} + \frac{\partial}{\partial x} \int_z^0 \overline{u_w w_w} dz' \right) \quad (5)$$

で表され、上式の積分項は波の重畳を考慮した項で、入射波のみを取り扱う場合は無視することができる。 Rx は鉛直方向に分布を有するが、本研究では、渡辺ら (1984) による Radiation Stress の表示式を適用し鉛直方向に一定に与えることにした。 M_U は水平方向および鉛直方向の拡散項で、

$$M_U = \frac{\partial}{\partial x} \left(v_h \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_v \frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad (6)$$

で表される。ここに、 v_h は水平方向の渦動粘性係数、 v_v は鉛直方向の渦動粘性係数を表す。 v_h については平面 2 次元の海浜流場の計算 (2DH モデル) によく用いられている Longuet-Higgins(1970)の表示式を適用する。 v_v は流れの鉛直分布の形状に影響を与える重要なパラメータの一つで、戻り流れのモデルによって表示が異なり、その算定方法については確立されていないのが現状である。詳細については後述する。

連続式は

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (7), \quad \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}(\bar{\xi} + h)}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

であり、式(4)、式(7)および(8)を用いて U 、 W および平均水位 $\bar{\xi}$ が算定される。なお、 $\bar{U}$ は断面平均定常流速である。

2.2 境界条件

水平方向の沖側境界では平均水位および流速を 0 とし、汀線では波の遡上による影響は考慮せず、沖側境界と同様な固定壁面境界とする。鉛直循環流を再現する際には、水面ならびに底面境界の設定が重要で、特に碎波に起因する岸向の質量輸送に伴う水面付近の Shear Stress をどのように与えるかが重要である。平均水位面では、

$$v_v \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=\bar{\xi}} = \tau_s / \rho \quad (9)$$

として与える。 τ_s は、平均水位面の Shear Stress であり、Dong ら (1991) および Svendsen ら (1989) の表示を参考に

$$\tau_s = A_s \rho g h \frac{\partial h}{\partial x} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \left(3 \frac{A_r}{H^2} \frac{h}{L} \right) \quad (10)$$

とする。ここに、 $A_r = 0.9H^2$ で Surface roller の断面積を表す。また、 A_s は無次元定数で、 $A_s = 0.5 \sim 1.0$ 程度の値である。なお、碎波帯外では $\tau_s = 0$ とする。

底面境界条件も同様に、

$$v_v \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=-h} = \tau_b / \rho \quad (11)$$

で与え、 τ_b は波と流れの共存場におけるせん断応力で、本間（1985）を参考にした。底面における W は簡単のため 0 とした。

2.3 鉛直方向の渦動粘性係数

渦動粘性係数についてはいくつかの表示方法があるが、ここでは土屋ら（1986）が提案した波高と波速との関数で表される式をもとに鉛直方向の分布形状を仮定して計算を試みる。土屋ら（1986）と同様に鉛直方向に一定と仮定すると

$$v_v = A_v CH \tag{12}$$

であり、ここに、 C は波速（長波近似）、 H は波高、 A_v は無次元定数（ $A_v=0.001\sim0.01$ 程度）である。実際には、砕波帯内において水面付近では Surface roller に起因する乱れが強く v_v は鉛直分布を有することが岡安ら（1989）の実験からも確認されている。岡安ら（1989）は実験結果に基づきエネルギー逸散率の関数で鉛直方向座標軸の 1 次関数で与えているし、Sanchez ら（1992）は 2 次関数で与えている。Sanchez ら（1992）の結果から 2 次関数で与えた方が実験結果との一致度が良いようである。したがって、本研究では式(12)をもとに 2 次関数表示の渦動粘性係数を提案する。すなわち、

$$v_v = A_T CH [(z+h)/h]^2 + B_T CH \tag{13}$$

で表す。ここに、 A_T および B_T は無次元定数で、それぞれ $A_T = 0.01$ 、 $B_T = 0.001$ とした。また、岡安ら（1989）と同様にエネルギー逸散率 D_f を用いて 2 次関数で、以下のように表すことも可能である。

$$v_v = A_o (D_f / \rho)^{1/3} [(z+h)/h]^2 h + B_o (D_f / \rho)^{1/3} h \tag{14}$$

上式に含まれる無次元係数はそれぞれ、 $A_o = 0.03$ 、 $B_o = 0.003$ 程度の値をとる。

2.4 数値計算法

本計算では、高潮（山下ら、1993）や吹送流による湖沼の流れ（道上ら、1989）の計算にも適用されている Koutitas ら（1980）の方法に準じて、基礎式(4)を鉛直方向に有限要素法、水平方向に有限差分法を用いて離散化し、時間軸方向には Fractional Step 法を用いて計算する。計算領域は、水平方向には直交格子（ $\Delta x=10.0\text{cm}$ ）を配置し、鉛直方向には節点分割（10 等分割）する。時間間隔は解の安定性ならびに計算時間を考慮して、 $\Delta t=0.01\text{sec}$ とし、計算の繰り返し回数は 10000 とする。

3. 計算結果

3.1 一様勾配斜海岸への適用

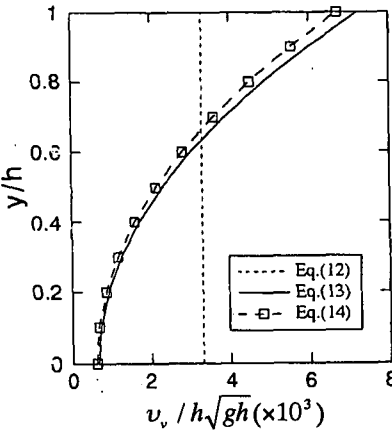
黒岩ら（1984）が行った鉛直 2 次元波動水槽での実験結果と比較し、モデルの適用性について検討した。波浪条件は表－1 に示すとおりで、本研究では、Spilling 型砕波による鉛直循環流場について検討した。なお、実験方法の詳細については黒岩ら（1994）に譲る。実験結果と比較する前に渦動粘性係数 v_v の鉛直分布が循環流場に与える影響について検討した。

(1) 渦動粘性係数 v_v が鉛直循環流場に与える影響

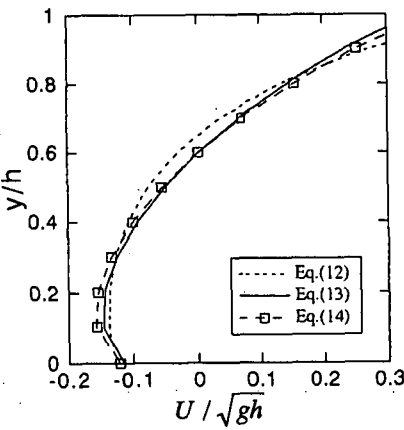
図－2 は式(12)、(13)および(14)を用いて計算した渦動粘性係数の一例で、図－3 はそれらに対応する水平方向の定常流（戻り流れ）の鉛直分布の計算結果を表したものである。各図の縦軸は底面からの距離 y を平均水深 h で除したものである。これらの図から渦動粘性係数の鉛直分布が戻り流れの鉛直分布に大きく影響を及ぼすことがわかる。特に、渦動粘性係数を鉛直方向に一定とした場合と分布を与えた場合（式(13)による結果）について比較すると、底面付近と上層部において流速分布の形状が異なることがわかる。また、式(13)と式(14)の結果を比較すると、式(14)による計算結果は式(13)による結果と比較して下層部では流速値が若干大きくなり、逆に上層部においては小さくなるのが分かる。実際には、 v_v を鉛直方向に一定とすることは実現象に対して厳密ではないため、以下、式(13)および式(14)を用いて本計算モデルの適用性について実験結果と比較し、検討する。

表－1 Spilling 型砕波実験条件

海底 勾配	H (cm)	T (sec)	H_b (cm)	h_b (cm)	H_o/L_o
1/15	13.1	1.01	13.7	17.6	0.088



図－2 v_v の鉛直分布



図－3 戻り流れの鉛直分布

(2) Wave Set-up に関する検討

水面のせん断応力(水面境界)が平均水位の上昇に与える影響について調べた結果が図-4である。図中に示す各線はそれぞれ水面境界条件式(9)の τ_s に式(10)を用いた場合(Shear Stress), $\tau_s = 0$ とした場合(No Shear Stress)および Radiation Stress の勾配と平均水位の勾配の釣り合い式から計算した結果(No Current)である。●印は実験結果を表す。なお、 v_s は式(13)を用いて計算した。この図から No-current および No Shear Stress の計算値は実験値に近い結果が得られているものの水面のせん断応力を与えた本数値モデルの結果(Shear Stress)は Set-up 量をかなり過大評価していることがわかる。平均水位の上昇は Radiation Stress だけでなく砕波に起因する岸向きの質量輸送の影響が大きく寄与することが明らかである。砕波帯内では、波の非線形性が強く、また、谷本ら(1996)も指摘したように、急斜面上での線形理論に基づく Radiation Stress は底面勾配の影響により、水平床上でのその7割から8割程度となり、海底勾配が 1/15 程度であっても、線形理論に基づく Radiation Stress をそのまま適用するには問題があると考えられ再検討が必要であろう。

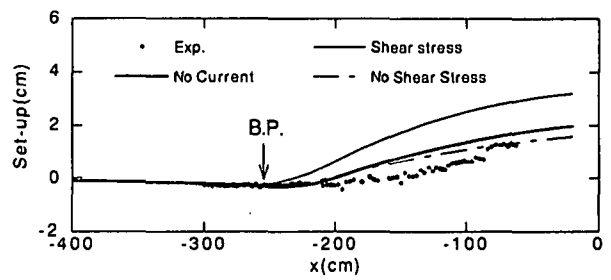


図-4 平均水位の計算結果と実験結果との比較

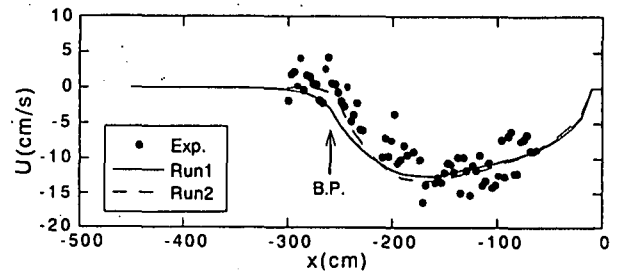


図-5 底面流速の計算結果と実験結果との比較

(3) 戻り流れに関する検討

つぎに、戻り流れの空間分布について検討した。底面における戻り流れの岸沖分布の計算結果と実験結果を比較したものが図-5である。図中に示す●印が実験結果、実線が式(13)による計算結果(Run1)、破線が式(14)による計算結果(Run2)で、両モデルとも若干相違はあるもののほぼ実験結果を再現していることがわかる。

図-6(a)~(f)はそれぞれのモデルについて縦軸に底面から鉛直上向きの距離 y 、横軸に水平方向の定常流速 U (cm/s)をとって戻り流れの鉛直分布の計算結果と実験結果を比較したものである。

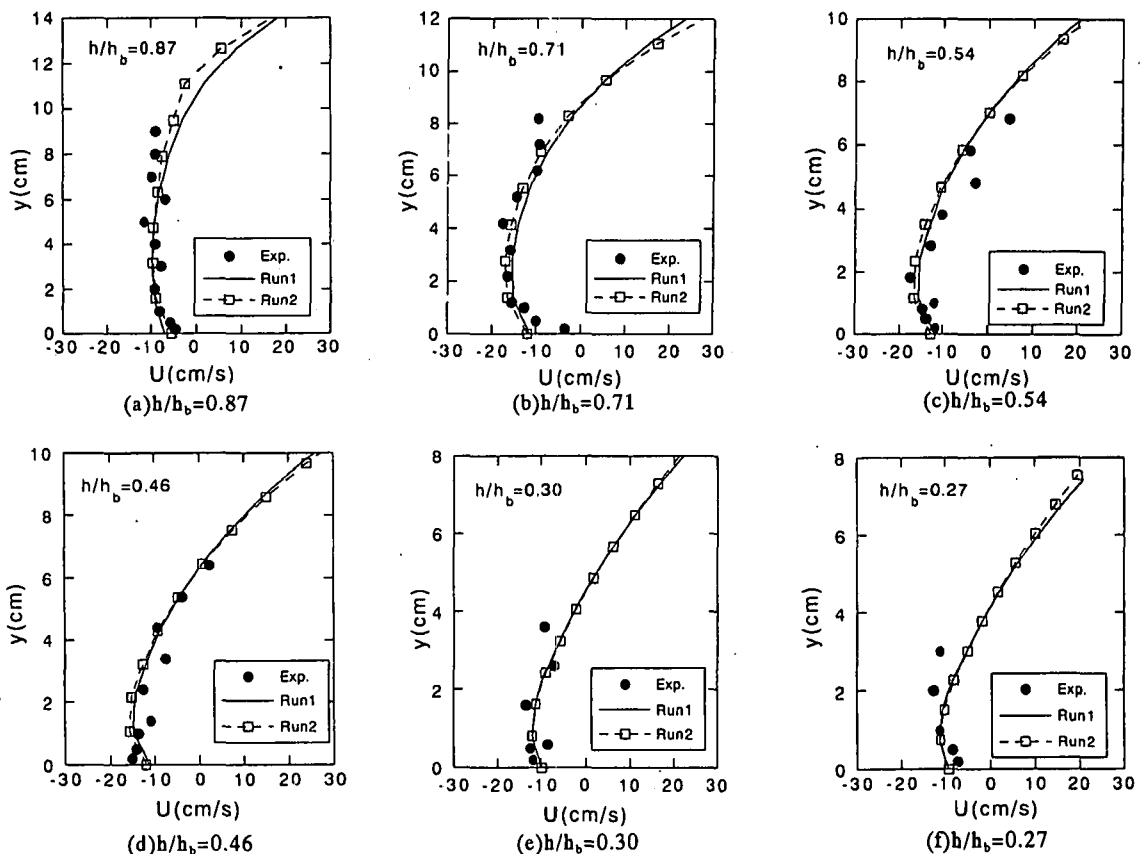


図-6 戻り流れの鉛直分布の計算結果と実験結果との比較

図中に示す Run1 は式(13)を、Run2 が式(14)の渦動粘性係数を用いて計算した結果である。また、●印は実験結果を表す。これらの図から両モデルとも碎波帯内全域にわたり、実験結果と良く一致するが、図(a)および(b)の結果から碎波点付近($h/h_b=0.87, 0.71$)では、Run2の方が一致度が高いことがわかる。

図-7 は式(14)による渦動粘性係数を用いて計算した碎波帯内外を含む岸沖方向の鉛直循環流のベクトル図を示したものである。図中に示す B.P.は碎波点を表す。この図から碎波点より沖側では、定常流速は発達しておらず、碎波点と汀線との間で循環が発生していることがわかる。下層部と上層部での流速のオーダーを比較すると、下層部の流速値に比較して上層部では大きく、例えば、 $x=-180\text{cm}$ (汀線からの距離) 付近では底面流速の絶対値が 13cm/s 程度であるのに対し、平均水位面では約 40cm/s 程度とかなり大きくなっているのがわかる。上層部の岸向きの定常流速が平均水位の上昇に寄与しており、Set-up の過大評価の原因であると考えられる。Trough level 以下における流速分布はほぼ再現されるものの上層部における流速分布の再現性が良くないことが分かる。

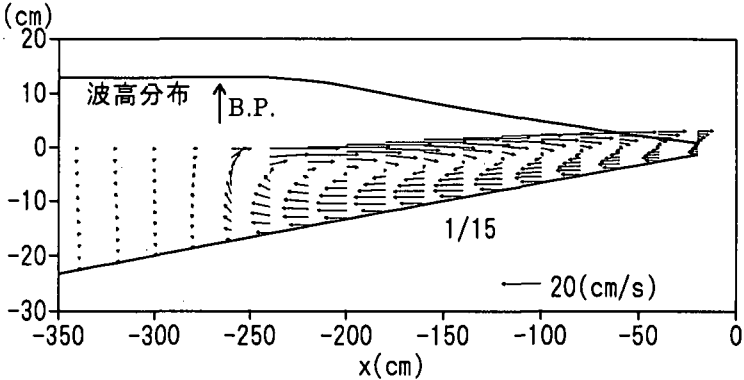


図-7 一様斜面海浜における鉛直循環流場

3.2 Bar および Step 型地形上での適用例

最後に、Bar および Step 型地形上における鉛直循環流の数値計算例を示す。計算に用いた波浪条件は沖波波高 $H_0=10\text{cm}$ 、周期 $T=1.2\text{sec}$ である。鉛直方向の渦動粘性係数については、先に述べたように、式(14)を用いて計算することが再現性が良いと考えられる。しかしながら、計算を試みた結果、碎波点ならびに波再生点付近で計算が発散したため、式(13)の渦動粘性係数を用いて計算した。図-8 および 9 はそれぞれ Bar および Step 海浜上における鉛直循環流のベクトル図を示したものである。緩勾配方程式を用いて計算した波高分布も同時に図示している。波は $x=-450\text{cm}$ 付近で碎波し、一旦減衰するものの $x=-250\text{cm}$ 付近で再生し、さらに岸側で 2 次碎波を起こし、減衰している現象が再現されており、これらの図の流速ベクトルの分布から、 $x=-120\text{cm}$ と $x=-400\text{cm}$ 付近に循環セルが発生しているのがわかる。また、第 1 次碎波

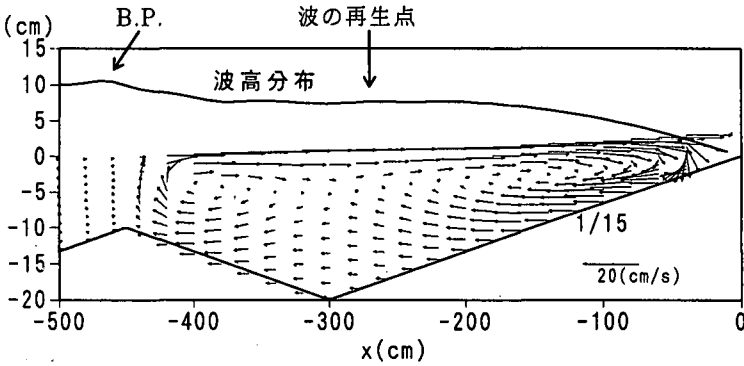


図-8 Bar 型地形における鉛直循環流場

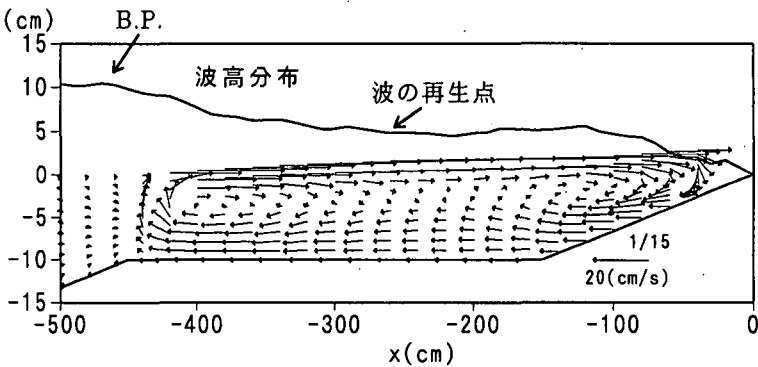


図-9 Step 型地形における鉛直循環流場

と第 2 次碎波直後において戻り流れが顕著で、波の再生点付近の底面流速の値は小さくなっていることがわかる。これらの計算結果は、岡安ら(1989, 1991)による Bar 型 (不規則波) および Step 型海浜上における定常流に関する実験結果とほぼ同様な傾向を示している。すなわち、彼らの実験結果によれば、波の再生点付近で底面流速は沖向きから岸向きに変化し、2 次碎波することによって沖向きの定常流速が再び発生する。本計算においても、Step 型および Bar 型地形上の波の再生点付近の底面流速は沖向きであるものの、流速値が小さくなっていることからほぼ同様な傾向が再現されていると言える。しかしながら定性的だけでなく定量的な評価が必要であり、今後、Bar や Step 型のような海底地形を有する場合の実験を行い、モデルの適用性について再検討する予定である。

4. おわりに

本研究では N-S 方程式をもとに碎波帯内の鉛直循環流場の計算手法を提案し, Spilling 型碎波条件に関する実験結果と比較するとともにモデルの適用性について検討した. また, Bar および Step 型海浜上の鉛直循環流場の計算を試みた. 得られた結果を要約すると以下になる.

- 1) 有限差分法と有限要素法を併用した Q-2DV 数値モデルを用いて碎波帯内の鉛直循環流場と平均水位の上昇量を同時に計算することが可能であることがわかった.
- 2) Spilling 型碎波についてのみ計算を試みた. Trough level 以下における定常流速の計算結果は実験結果と良く一致するが, 上層部の流速が過大評価され, その結果として平均水位の上昇量も過大評価されることがわかった.
- 3) Bar および Step 海浜上の鉛直循環流場の計算を試みたところ, 渦動粘性係数の与え方によっては計算が発散する場合が生じた. しかしながら, 本数値モデルを用いることによって碎波帯内において 2 つ循環セルの発生が再現でき, 比較的実現に近い結果が得られることがわかった.

今後, Radiation Stress や平均水面におけるせん断応力の与え方を再検討する必要がある, また, Plunging 型に対するモデルの適用性について検討が必要である. さらに, Bar や Step を有するような複雑な海底地形上の流れに対する定量的な評価が必要で, 模型実験を行うとともに, 得られた結果と比較することによってモデルの適用性について再検討する予定である.

最後に, 本研究において数値計算の遂行にあたり多くの御助言を賜った鳥取大学工学部土木工学科の柏谷 治助教授に感謝の意を表する.

参考文献

- 岡安章夫・磯部雅彦・渡辺 晃 (1989) : 碎波帯におけるエネルギー収支と戻り流れのモデリング, 海岸工学論文集, 第 36 巻, pp.31-35.
- 岡安章夫・片山裕之・古永 充 (1991) : 不規則波による碎波帯内定常流速と長周期成分の鉛直分布, 海岸工学論文集, 第 38 巻(1), pp.81-85.
- 黒岩正光・野田英明・広川 啓 (1994) : 碎波帯における砂移動機構と戻り流れに関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第 41 巻(1), pp.146-150.
- 柴山知也・Nguyen The Duy(1994) : 乱流方程式を用いた碎波帯内波浪場の数値モデル, 海岸工学論文集, 第 41 巻(1), pp.151-155.
- 谷本勝利・中村 茂・趙 群・中村廣昭 (1996) : 急斜面上での波浪場とラディエーション・ストレスの評価, 海岸工学論文集, 第 43 巻(1), pp.26-30.
- 土屋義人・山下隆男・植本 実 (1986) : 碎波帯における戻り流れについて, 第 33 回海岸工学講演会論文集, pp.31-35.
- 信岡尚道・加藤 始・三村信男 (1996) : 海浜鉛直循環流の数値モデルとその特性解析, 海岸工学論文集, 第 43 巻(1), pp.376-380.
- 本間 仁 (1985) : 海岸環境工学, 第 3 編, 第 3 章, pp. 249-271.
- 道上正規・檜谷 治 (1989) : 鉛直渦動粘性係数および潮のスケールの吹送流に及ぼす影響, 土木学会論文集, 第 405 号, II-11, pp.185-194.
- 山下隆男・土屋義人・吉岡 洋・吉野敏成 (1993) : 準 3 次元高潮数値モデルとその適用性, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp.211-215.
- 渡辺 晃・丸山康樹 (1984) : 屈折・回折・碎波減衰を含む波浪場の数値解析法, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp.103-107.
- Dong, P. and Anastasiou, K. (1991) : A numerical model of the vertical distribution of longshore currents on a plane beach, Coastal Engineering, Vol.15, pp.279-298.
- Koutitas, C. and O'Connor, B. (1980) : Modeling three-dimensional wind-induced flows, Journal of the hydraulics division, HY11, pp.15836-1865.
- Longuet-Higgins, M.S. (1970) : Longshore current generated by obliquely incident sea waves, 1, 2, J. Geophys. Res. Vol.75, pp.6778-6801.
- Pechon, P. and C. Teisson (1994) : Numerical modeling of three-dimensional wave-driven current in the surf zone, Proc. of 24th International Conference on Coastal Engineering, pp.2503-2512.
- Sanchez-A, A, F. Collado and A. Rodriguez (1992) : Vertical varying velocity field in Q-3D nearshore circulation, Proc. of 23th International Conference on Coastal Engineering, pp.2811-2824.
- Svendsen, I. A. (1984) : Mass flux and undertow in a surf zone, Coastal Engineering, Vol.8., pp.347-365.
- Svendsen, I.A. and R.S. Lorenz, (1989) : Velocities in combined undertow and longshore currents, Coastal Engineering, Vol.13, pp.57-79.