

有限な氷盤で周辺を覆われた氷海域構造物の地震時動水圧

Hydrodynamic Forces Acting on Offshore Structures Surrounded by Ice Sheet of Finite Size During Earthquakes

清川哲志*

Tetsushi Kiyokawa

A theory to evaluate hydrodynamic forces acting on offshore structures surrounded by ice sheet of finite size during earthquakes is presented. The theory to describe the fluid motion due to oscillation of the structure is based on the linear potential theory with consideration of fluid compressibility. Associate boundary value problem for the potential function is solved using a matching technique. The derivation process of the solution is explained in detail.

[keywords] 地震時動水圧, ポテンシャル理論, 圧縮性流体, 氷海域構造物

1. はじめに

サハリン沖には豊富な石油ガス資源が眠っており, 近い将来には開発されることになると思われる. その開発基地および生産基地として大型海洋構造物が必要となるが, 冬季の結氷時に地震が発生すると, 地震時動水圧は非結氷時に比較して2倍以上になる場合があり(Kiyokawa and Inada, 1989), 構造物の安定の上で極めて厳しい条件となる. すなわち, 日本の周辺海域で設計最大地震加速度が200gal以上となると, ほとんどのケースで地震時慣性力が支配外力となり, 通常の場合その2割から3割程度を流体による付加慣性力が占め, 水深が深くなるにつれその割合が増す. したがって, それが結氷による閉塞効果で2倍にもなるというのは, 設計条件としては極めて厳しいと言える. ただし, この結果は無限遠方まで水面が完全に氷で覆われたと仮定して導かれたもので, 現実には氷の部分的な割れや氷盤の有限性によって圧力が開放されることが期待できるので, 最も厳しい条件下の結果ということが出来る. では, 無限ではなく有限の氷盤で覆われたとしてどの程度無限の場合に比較して動水圧が低減されるのか? そこで, この問題に対する基礎的知見を得ることを目的に本研究を行った. 本論文では理論展開について詳細に述べる.

2. 解析理論

2.1 問題設定

図-1に示すように水深が一定 h の海域に半径 R_s の円筒構造物があり, この周囲を半径 R_i の氷盤が覆っているものとする. 実際には氷盤の底面は海水中に没しているが, ここでは氷盤の底面は自由水面と同じレベルにあるとし, 単に構造物周辺水面の一部を覆う効果のみに着目することにする. この状態で構造物と氷盤が一体となって x 軸方向に角振動数 ω で微小な水平振動をしているものとする. また, 完全に水面を覆ったときには振動数, 水深等に拘らず流体の圧縮性の影響を受けるので(Kiyokawa and Inada, 1989), ここでも流体の圧縮性を仮定する. また, 流体は非粘性とし, 流体運動は非回転とする. このとき, 構造物の振動に伴う流体運動は速度ポテンシ

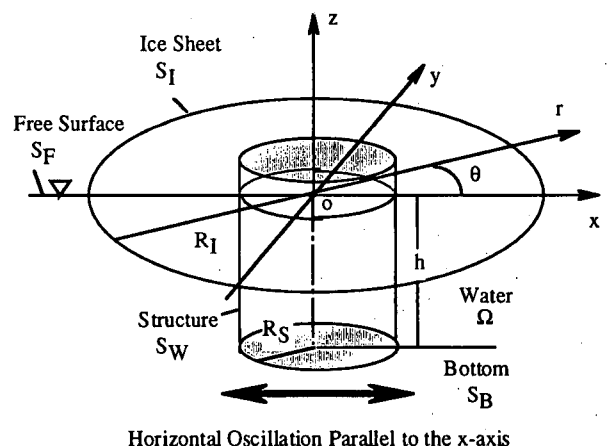


図-1 座標系と記号の定義

* 正会員 工博 清水建設(株)和泉研究室 (〒100 千代田区内幸町 2-2-2 富国生命ビル)

ルで記述することができ、問題は速度ポテンシャルに関する境界値問題となる。以下では、この境界値問題とポテンシャル接続法による解法について示す。

2.2 基礎方程式と境界条件

速度ポテンシャルを円筒座標系で $\phi(r, \theta, z)e^{-i\omega t}$ と表す。ただし、 t は時間、 i は虚数単位 ($=\sqrt{-1}$) である。このとき、速度ポテンシャルの空間部分 $\phi(r, \theta, z)$ は、次の基礎方程式と境界条件を満足する関数として求められる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \phi = 0 \quad (\text{in } \Omega) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (\text{on } S_l \cup S_b) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \phi = 0 \quad (\text{on } S_f) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \cos \theta \quad (\text{on } S_w) \quad (4)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r^{3/2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} - i \tilde{\lambda}_n \phi \right) = 0 \quad (5)$$

ここに、式(1)は流体の圧縮性を考慮した基礎方程式で、円筒座標で表した3次元ヘルムホルツ方程式、式中の c は水中音速である。式(2)は氷盤の底面 S_l および海底面 S_b 上で満足すべき不透過条件、式(3)は自由表面 S_f 上における運動学的・力学的境界条件で g は重力加速度、式(4)は構造物壁の没水表面 S_w 上での流体と壁面の運動速度の一致を表す条件である。ただし、線形理論なので一般性を失うことなく、構造物は単位速度振幅で振動しているものとしている。一般の速度振幅運動に対する解はここで得られた解に速度振幅を乗じることにより得られる。式(5)は無限遠方で満足すべき放射条件で、遠方では外側に向かう微小な振幅の波のみ存在することを表している。式中の $\tilde{\lambda}_n$ は後に示す進行波成分の波数である。

2.3 流体領域の分割と各領域の一般解

流体領域を氷盤に覆われている部分とそうでない部分に分け、それぞれ Ω_l と Ω_{II} とする。すなわち、 Ω_l は半径 R_l の円筒で分けられる領域の円筒内部側、 Ω_{II} は外部側の領域である。速度ポテンシャルもそれぞれの領域に対応して ϕ_l, ϕ_{II} のように添え字を付けて表すことにする。そうすると、 ϕ_l は流体領域 Ω_l の任意の点で式(1)、 $z=0$ および $z=-h$ で式(2)、 $r=R_s$ で式(4)を満足する必要がある。また、 ϕ_{II} は流体領域 Ω_{II} の任意の点で式(1)、 $z=-h$ で式(2)、 $z=0$ で式(3)、無限遠方で式(5)を満足する必要がある。 ϕ_l と ϕ_{II} はこれらの他に接合面 $r=R_l$ で圧力と速度の連続条件を満たす必要がある。これらは次のように表される。

$$\phi_l = \phi_{II} \quad (\text{at } r = R_l) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \phi_l}{\partial r} = \frac{\partial \phi_{II}}{\partial r} \quad (\text{at } r = R_l) \quad (7)$$

次に各領域における一般解を求める。まず、 ϕ_l, ϕ_{II} 共に θ に関する偶関数となることは明らかなので、 θ に関してはフーリエ余弦級数で表すことができることがわかる。ところが、 ϕ_l に関する境界条件(4)を考慮すると、 ϕ_l の θ に関する依存性は $\cos \theta$ の項のみでなければならないことがわかる。そうでないと、任意の θ に関して式(4)を満足することは不可能になる。したがって、 ϕ_l は $f(r, z)$ を r と z のある関数とすると、 $f(r, z) \cos \theta$ という形になる。 ϕ_l の θ に関する依存性が $\cos \theta$ の項のみとすると、式(6)、(7)より ϕ_{II} の θ に関する依存性も $\cos \theta$ の項のみでなければならないことになり、やはり同じ形になる。

まず、固有関数展開法により、 ϕ_l の一般解を求める。 $z=0$ および $z=-h$ で式(2)を満足する固有関数 $Z_n(z)$ ($n=0, 1, \dots$) は、簡単に求めることができ、次式となる。

$$Z_n(z) = \cos k_n z \quad (8)$$

ただし, $k_n (n=0,1,\dots)$ は次式で求められる固有値である.

$$k_n = \frac{n\pi}{h} \quad (9)$$

したがって, 領域 Ω_I における速度ポテンシャル ϕ_I の一般形は次式となる.

$$\phi_I(r, \theta, z) = \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} R_n(r) \cos k_n z \right\} \cos \theta \quad (10)$$

ここに, $R_n(r) (n=0,1,\dots)$ は r に関する未知関数である.

式(10)を式(1)に代入して整理すると未知関数 $R_n(r) (n=0,1,\dots)$ に関する次のベッセルの微分方程式を得る.

$$\frac{\partial^2 R_n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R_n}{\partial r} + (\lambda_n^2 - \frac{1}{r^2}) R_n = 0 \quad (11)$$

ここで, $\lambda_n (n=0,1,\dots,s)$ は式の煩雑さを避けるために導入した定数で次式で定義される.

$$\lambda_n^2 = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 - k_n^2 = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 - \left(\frac{n\pi}{h} \right)^2 \quad (12)$$

ただし, s は式(12)の右辺を正とする整数 n の内最大の整数を表すものとする.

式(11)を満足する一般解は次式で与えられる.

$$R_n(r) = a_n J_1(\lambda_n r) + b_n Y_1(\lambda_n r) \quad (13)$$

ここに, $a_n, b_n (n=0,1,\dots,s)$ は任意複素定数, $J_1()$ は1次のベッセル関数, $Y_1()$ は1次のノイマン関数である.

式(12)の右辺が負となる場合 ($n > s$ の場合), $\lambda_n^2 = i\lambda_n$ で定義される実数の定数を導入すると, 式(11)は次の変形ベッセル方程式となる.

$$\frac{\partial^2 R_n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R_n}{\partial r} - (\lambda_n^2 + \frac{1}{r^2}) R_n = 0 \quad (14)$$

式(14)を満足する一般解は次式で与えられる.

$$R_n(r) = a_n I_1(\lambda_n^* r) + b_n K_1(\lambda_n^* r) \quad (15)$$

ここに, $a_n, b_n (n=s+1, s+2, \dots)$ は任意複素定数, $I_1()$ は1次の第1種変形ベッセル関数, $K_1()$ は1次の第2種変形ベッセル関数である.

以上求められた $R_n(r) (n=0,1,\dots)$ に関する一般解を式(10)に代入すると, ϕ_I の一般解が次式のように求められる.

$$\phi_I(r, \theta, z) = \left[\sum_{n=0}^s \{a_n J_1(\lambda_n r) + b_n Y_1(\lambda_n r)\} \cos k_n z + \sum_{n=s+1}^{\infty} \{a_n I_1(\lambda_n^* r) + b_n K_1(\lambda_n^* r)\} \cos k_n z \right] \cos \theta \quad (16)$$

次に, ϕ_{II} の一般解を求める. $z = -h$ で式(2), $z=0$ で式(3)を満足する固有関数 $Z_n(z) (n=0,1,\dots)$ は次式となる.

$$Z_n(z) = \begin{cases} \cosh \tilde{k}_0(h+z) \\ \cos \tilde{k}_n(h+z) \end{cases} \quad (n=1,2,\dots) \quad (17)$$

ここに, $\tilde{k}_n (n=0,1,\dots)$ は次式の実正根として求められる表面波の波数 ($n=0$) および固有値 ($n=1,2,\dots$) である. なお以下では, 領域 Ω_I と Ω_{II} とで同種の定数には, 領域 Ω_{II} に関するものに $\sim$ を付けて区別することにする.

$$\tilde{k}_0 \tanh \tilde{k}_0 h = -\tilde{k}_n \tan \tilde{k}_n h = \frac{\omega^2}{g} \quad (18)$$

変数 z に関する固有関数が式(17)のように表されるのに対応して領域 Ω_{II} における速度ポテンシャル ϕ_{II} の一般形は次式となる。

$$\phi_{II}(r, \theta, z) = \left\{ R_0(r) \cosh \tilde{k}_0(h+z) + \sum_{n=1}^{\infty} R_n(r) \cos \tilde{k}_n(h+z) \right\} \cos \theta \quad (19)$$

この後は、 ϕ_I の一般解を求めたのと同様にして ϕ_{II} の一般解を求めることができる。ただし、領域 Ω_{II} においては放射条件(5)が課せられるので、ベッセル方程式の解として1次の第1種ハンケル関数、変形ベッセル関数の解として1次の第2種変形ベッセル関数を選択する必要がある。結果は次のようになる。

$$\begin{aligned} \phi_{II}(r, \theta, z) = & \left\{ c_0 \cosh \tilde{k}_0(h+z) H_1^{(1)}(\tilde{\lambda}_0 r) + \sum_{n=1}^{\tilde{s}} c_n \cos \tilde{k}_n(h+z) H_1^{(1)}(\tilde{\lambda}_n r) \right. \\ & \left. + \sum_{n=\tilde{s}+1}^{\infty} c_n \cos \tilde{k}_n(h+z) K_1(\tilde{\lambda}_n^* r) \right\} \cos \theta \end{aligned} \quad (20)$$

ここに、 c_n ($n=0,1,\dots$) は任意複素定数、 $H_1^{(1)}()$ は1次の第1種ハンケル関数、 $\tilde{\lambda}_n$ ($n=0,1,\dots,\tilde{s}$) は次式で定義される定数、また、 $\tilde{\lambda}_n^*$ ($n=\tilde{s}+1,\tilde{s}+2,\dots$) は $\tilde{\lambda}_n^* = i\tilde{\lambda}_n$ で定義される定数である。

$$\tilde{\lambda}_n^2 = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \pm \tilde{k}_n^2 \quad (21)$$

ただし、復号は $n=0$ のとき正、その他のとき負をとるものとする。また、式(20)の総和記号中に現れている $\tilde{s}$ は上式の右辺を正とする整数の内最大の整数を表す。

2.4 解の接続

それぞれの領域の一般解が式(16)および式(20)のように求まったが、次にこれらを接合面 $r=R_I$ で接続し、一般解中の複素未定係数を決定するための関係式を導く。まず、式(16)に境界条件(4)を適用する。構造物の没水壁面 S_w は簡単に $r=R_s$ と表されるから(図-1参照)、式(16)を r で偏微分して $r=R_s$ すると式(4)の左辺が求められる。そうすると、式(16)から明らかなように、両辺に $\cos \theta$ が掛かっているの、残りの部分が等しくなければならない。すなわち、次式が成り立つ必要がある。

$$\sum_{n=0}^{\tilde{s}} \lambda_n \{ a_n J_1'(\lambda_n R_s) + b_n Y_1'(\lambda_n R_s) \} \cos k_n z + \sum_{n=\tilde{s}+1}^{\infty} \lambda_n^* \{ a_n I_1'(\lambda_n^* R_s) + b_n K_1'(\lambda_n^* R_s) \} \cos k_n z = 1 \quad (22)$$

ここに、 $J_1'()$ 、 $Y_1'()$ 、 $I_1'()$ 、 $K_1'()$ はそれぞれの関数の導関数を表すものとする。

この両辺に固有関数(8)を乗じて海底面 ($z=-h$) から氷盤下面 ($z=0$) まで積分すると、固有関数の直交性により乗じた次数と同じ項のみが残る、級数の他の項は0となって消える。この結果次式を得る。

$$\begin{cases} a_0 J_1'(\lambda_0 R_s) + b_0 Y_1'(\lambda_0 R_s) = 1/\lambda_0 \\ a_n J_1'(\lambda_n R_s) + b_n Y_1'(\lambda_n R_s) = 0 \quad (n=1,2,\dots,\tilde{s}) \\ a_n I_1'(\lambda_n^* R_s) + b_n K_1'(\lambda_n^* R_s) = 0 \quad (n=\tilde{s}+1,\tilde{s}+2,\dots) \end{cases} \quad (23)$$

これは、境界条件(4)を満足するために複素係数 a_n 、 b_n ($n=0,1,\dots$) が満たすべき条件である。次に、圧力の連続条件(6)を式(16)および式(20)を用いて表し、式(23)を導いたのと全く同様にすると次式が得られる。

$$\begin{aligned} a_m J_1(\lambda_m R_I) + b_m Y_1(\lambda_m R_I) = & c_0 \frac{2\tilde{k}_0 \sinh \tilde{k}_0 h}{h(\tilde{k}_0^2 + k_m^2)} H_1^{(1)}(\tilde{\lambda}_0 R_I) \\ & + \sum_{n=1}^{\tilde{s}} c_n \frac{2\tilde{k}_n \sin \tilde{k}_n h}{h(\tilde{k}_n^2 - k_m^2)} H_1^{(1)}(\tilde{\lambda}_n R_I) + \sum_{n=\tilde{s}+1}^{\infty} c_n \frac{2\tilde{k}_n \sin \tilde{k}_n h}{h(\tilde{k}_n^2 - k_m^2)} K_1(\tilde{\lambda}_n^* R_I) \end{aligned} \quad (m=0,1,\dots,\tilde{s}) \quad (24)$$

$$\begin{aligned}
a_m I_1(\lambda_m^* R_l) + b_m K_1(\lambda_m^* R_l) &= c_0 \frac{2\tilde{k}_0 \sinh \tilde{k}_0 h}{h(\tilde{k}_0^2 + k_m^2)} H_1^{(1)}(\tilde{\lambda}_0 R_l) \\
&+ \sum_{n=1}^s c_n \frac{2\tilde{k}_n \sin \tilde{k}_n h}{h(\tilde{k}_n^2 - k_m^2)} H_1^{(1)}(\tilde{\lambda}_n R_l) + \sum_{n=s+1}^{\infty} c_n \frac{2\tilde{k}_n \sin \tilde{k}_n h}{h(\tilde{k}_n^2 - k_m^2)} K_1(\tilde{\lambda}_n^* R_l) \\
(m=s+1, s+2, \dots)
\end{aligned} \tag{25}$$

速度の連続条件(7)に対しても全く同様のことを行くと、次式が得られる。

$$\begin{aligned}
a_m J_1'(\lambda_m R_l) + b_m Y_1'(\lambda_m R_l) &= c_0 \frac{2\tilde{k}_0 \tilde{\lambda}_0 \sinh \tilde{k}_0 h}{\lambda_m h(\tilde{k}_0^2 + k_m^2)} H_1^{(1)'}(\tilde{\lambda}_0 R_l) \\
&+ \sum_{n=1}^s c_n \frac{2\tilde{k}_n \tilde{\lambda}_n \sin \tilde{k}_n h}{\lambda_m h(\tilde{k}_n^2 - k_m^2)} H_1^{(1)'}(\tilde{\lambda}_n R_l) + \sum_{n=s+1}^{\infty} c_n \frac{2\tilde{k}_n \tilde{\lambda}_n^* \sin \tilde{k}_n h}{\lambda_m h(\tilde{k}_n^2 - k_m^2)} K_1'(\tilde{\lambda}_n^* R_l) \\
(m=0, 1, \dots, s)
\end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
a_m I_1'(\lambda_m^* R_l) + b_m K_1'(\lambda_m^* R_l) &= c_0 \frac{2\tilde{k}_0 \tilde{\lambda}_0 \sinh \tilde{k}_0 h}{\lambda_m^* h(\tilde{k}_0^2 + k_m^2)} H_1^{(1)'}(\tilde{\lambda}_0 R_l) \\
&+ \sum_{n=1}^s c_n \frac{2\tilde{k}_n \tilde{\lambda}_n \sin \tilde{k}_n h}{\lambda_m^* h(\tilde{k}_n^2 - k_m^2)} H_1^{(1)'}(\tilde{\lambda}_n R_l) + \sum_{n=s+1}^{\infty} c_n \frac{2\tilde{k}_n \tilde{\lambda}_n^* \sin \tilde{k}_n h}{\lambda_m^* h(\tilde{k}_n^2 - k_m^2)} K_1'(\tilde{\lambda}_n^* R_l) \\
(m=s+1, s+2, \dots)
\end{aligned} \tag{27}$$

2.5 複素未定係数に関する連立1次方程式

式(23)～式(27)は複素未定係数 a_n, b_n, c_n ($n=0, 1, \dots$) が満足すべき条件式である。一般解中の無限級数を有限級数で近似すると、これらの複素未定係数に関する連立1次方程式が得られる。展開項数を N 次までとることにし、未知係数ベクトルをそれぞれ次のように定義する。

$$\mathbf{a} = {}^T(a_0, a_1, \dots, a_N) \quad \mathbf{b} = {}^T(b_0, b_1, \dots, b_N) \quad \mathbf{c} = {}^T(c_0, c_1, \dots, c_N) \tag{28}$$

このとき、式(23)～式(27)は次のような $(N+1) \times 3$ 元の連立1次方程式となる。

$$\begin{cases} [A_{11}]\mathbf{a} + [A_{12}]\mathbf{b} &= \mathbf{d} \\ [A_{21}]\mathbf{a} + [A_{22}]\mathbf{b} + [A_{23}]\mathbf{c} &= \mathbf{0} \\ [A_{31}]\mathbf{a} + [A_{32}]\mathbf{b} + [A_{33}]\mathbf{c} &= \mathbf{0} \end{cases} \tag{29}$$

ただし、 $[A_{11}] \sim [A_{33}]$ は式(23)～式(27)に対応する $(N+1) \times (N+1)$ の部分係数行列で、 $\mathbf{d}$ は次式で定義される $N+1$ 次元の定数ベクトルである。また、 $\mathbf{0}$ は同じ次元のゼロベクトルである。

$$\mathbf{d} = {}^T(1/\lambda_0, 0, \dots, 0) \tag{30}$$

部分係数行列 $[A_{11}] \sim [A_{33}]$ のうち、 $[A_{23}]$ および $[A_{33}]$ 以外は対角行列で、その対角要素 α_{nn} ($n=0, 1, \dots, N$) はそれぞれ以下のように求められる。

(1) $[A_{11}]$ および $[A_{12}]$ の要素

$[A_{11}]$ および $[A_{12}]$ の要素は次式によって求められる。

$$[A_{11}] : \alpha_{nn} = \begin{cases} J_1'(\lambda_n R_s) & (n=0, 1, \dots, s) \\ I_1'(\lambda_n^* R_s) & (n=s+1, s+2, \dots, N) \end{cases} \quad [A_{12}] : \alpha_{nn} = \begin{cases} Y_1'(\lambda_n R_s) & (n=0, 1, \dots, s) \\ K_1'(\lambda_n^* R_s) & (n=s+1, s+2, \dots, N) \end{cases} \tag{31}$$

(2) $[A_{21}]$ および $[A_{22}]$ の要素

$[A_{21}]$ および $[A_{22}]$ の要素は次式によって求められる。

$$[A_{21}]: \alpha_{nn} = \begin{cases} J_1(\lambda_n R_f) \\ I_1(\lambda_n^* R_f) \end{cases} \quad [A_{22}]: \alpha_{nn} = \begin{cases} Y_1(\lambda_n R_f) & (n=0,1,\dots,s) \\ K_1(\lambda_n^* R_f) & (n=s+1,s+2,\dots,N) \end{cases} \quad (32)$$

(3) $[A_{31}]$ および $[A_{32}]$ の要素

$[A_{31}]$ および $[A_{32}]$ の要素は次式によって求められる。

$$[A_{31}]: \alpha_{nn} = \begin{cases} J_1'(\lambda_n R_f) \\ I_1'(\lambda_n^* R_f) \end{cases} \quad [A_{32}]: \alpha_{nn} = \begin{cases} Y_1'(\lambda_n R_f) & (n=0,1,\dots,s) \\ K_1'(\lambda_n^* R_f) & (n=s+1,s+2,\dots,N) \end{cases} \quad (33)$$

(4) $[A_{23}]$ および $[A_{33}]$ の要素

$[A_{23}]$ および $[A_{33}]$ の要素 α_{mn} ($n, m=0,1,\dots,N$) は次式によって求められる。

$$[A_{23}]: \alpha_{mn} = \begin{cases} -\frac{2\tilde{k}_0 \sinh \tilde{k}_0 h}{h(\tilde{k}_0^2 + k_m^2)} H_1^{(1)}(\tilde{\lambda}_0 R_f) & (n=0) \\ \frac{2\tilde{k}_n \sin \tilde{k}_n h}{h(k_m^2 - \tilde{k}_n^2)} H_1^{(1)}(\tilde{\lambda}_n R_f) & (n=1,2,\dots,\bar{s}) \\ \frac{2\tilde{k}_n \sin \tilde{k}_n h}{h(k_m^2 - \tilde{k}_n^2)} K_1(\tilde{\lambda}_n^* R_f) & (n=\bar{s}+1,\bar{s}+2,\dots,N) \end{cases} \quad (m=0,1,\dots,N) \quad (34)$$

$$[A_{33}]: \alpha_{mn} = \begin{cases} -\frac{2\tilde{k}_0 \tilde{\lambda}_0 \sinh \tilde{k}_0 h}{\tilde{\lambda}_m h(\tilde{k}_0^2 + k_m^2)} H_1^{(1)'}(\tilde{\lambda}_0 R_f) & (n=0) \\ \frac{2\tilde{k}_n \tilde{\lambda}_n \sin \tilde{k}_n h}{\tilde{\lambda}_m^* h(k_m^2 - \tilde{k}_n^2)} H_1^{(1)'}(\tilde{\lambda}_n R_f) & (n=1,2,\dots,\bar{s}) \\ \frac{2\tilde{k}_n \tilde{\lambda}_n^* \sin \tilde{k}_n h}{\tilde{\lambda}_m^* h(k_m^2 - \tilde{k}_n^2)} K_1'(\tilde{\lambda}_n^* R_f) & (n=\bar{s}+1,\bar{s}+2,\dots,N) \end{cases} \quad (m=0,1,\dots,N) \quad (35)$$

ただし、式(35)の場合、 $m \geq s+1$ の m に対しては右辺分母の λ_m を λ_m^* に換えるものとする。

以上によって未定係数を求めることが可能である。先に述べたように、 $[A_{11}] \sim [A_{33}]$ のうち、 $[A_{23}]$ および $[A_{33}]$ 以外は対角行列なので簡単に逆行列を求めることができ、式(29)から $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$ を消去して $\mathbf{c}$ のみに対する $N+1$ 元の連立方程式とすることもできる。それにより、二つの領域がどう相互作用をするのかが想像できる形になるが、煩雑でもあり本論文では示さない。構造物に作用する動水圧は通常と全く同様に得られたポテンシャルを用いて線形化されたベルヌーイの式から求めればよい。

3. 結語

本論文では、構造物周辺が有限な大きさの氷盤で覆われたときの地震時動水圧理論を最も単純な一定水深上の円筒構造物に対して展開した。このケースでは入力となるのは式(30)から分かるように構造物側面で励起される0次のモードのみである。しかし、他のモードと連成して外側の領域と相互作用することが式の上から理解できる。具体的な数値計算結果については別途発表する予定である。

参考文献

Kiyokawa, T. and H. Inada(1989):Hydrodynamic forces acting on Axisymmetric Bodies Immersed in Ice Covered Sea During Earthquakes, Eighth Int. Conf. on Offshore Mechanics and Arctic Eng. Vol.II, Book No.10285B-1989, pp.153-160.