

超大型箱形浮体の波浪応答解析のための高次要素 BEM プログラムの開発とその適用性について

Development of Higher Order BEM Program for Wave Response Analysis of Very Large Floating Structures

宇都宮 智昭^{*}・渡邊 英一[†]・久保田 明[‡]

Tomonaki Utsunomiya, Eiichi Watanabe and Akira Kubota

This paper presents development of a Higher Order Boundary Element Method (HOBEM) program for analyzing wave response of box-like Very Large Floating Structures (VLFS). In order to analyze such structures, the problems that 1) elastic deformation of the structure should be considered in the hydroelastic analysis, and 2) large size of its computation in CPU time and required storage size, should be overcome. The program developed utilizes modal superposition method for both rigid body motions and bending modes of the floating plate in order to account for dynamic coupling between fluid and structure responses. The computation size has been reduced by employing higher order BEM which utilizes 2nd order 8-noded panels and utilizing double-symmetry with respect to x - and y -axis. A box-like VLFS having the length of 2000m, the width of 400m, and the draft of 4m has been successfully analyzed up to $L/\lambda = 50$ (L : length of structure, λ : incident wave length).

Keywords: HOBEM, hydroelasticity, VLFS, wave response

1. はじめに

箱形ポンツーン形式による超大型浮体式海洋構造物(メガフロート)の波浪応答解析においては、1) 浮体の弾性変形(板としての曲げ変形)が卓越するため、このような弾性変形モードと流体との動的相互作用を考慮した解析をおこなう必要がある、2) 浮体下に数10波オーダーの波浪が入射するため、これを特異点分布法等の従来解法で解こうとするとパネル分割が膨大になり実質的に計算不可能となる、という大きく2つの問題点があった。

まず1)に関して、著者らも板の曲げ変形モードを両端自由梁の固有モード関数を直交2方向に重ね合わせることで近似的に表現し、さらに Galerkin 法を適用することでこのような流弾性問題を容易に解きうることを示した[1, 2]。このような方法は、いずれも Newman の定式化[3]により一般化されるが、モード法と呼ばれることも多い。一方、板を有限要素分割し、各節点の単位振幅運動に対するラディエーション流体力を計算する直接法と呼ばれる方法もあり、実験的検証も行われている[4, 5]。また、いわゆる領域分割法により半解析的に解く方法があり、断面問題に関しては既に解法が示されている[6]。

以上のように、1)に関しては、各種解法が提案されるに至っているが、2)の大規模問題への対応に関しては、未だ開発途上といえる。具体的にこれを示すと、 $\lambda = 40\text{m}$ の入射波長に対して特異点分布法により流体力解析を実施する場合、1パネルの大きさとして波長の1/10、すなわち $4\text{m} \times 4\text{m}$ が要求される。この大きさで長さ $2000\text{m} \times$ 幅 $400\text{m} \times$ 喫水 4m の箱形浮体の要素分割をおこなうと、底面で 50000 分割、側面で 1200 分割、計 51200 分割となる。これは、最低でも $51200 \times 51200 \times 8 \text{ byte}$ (単精度複素数) = 19.5 Gbyte の記憶容量が必要となる計算となり、計算時間の点からも通常の計算機環境ではほとんど計算不可能である。

そこで本研究では、高次要素(8節点2次要素)を用いた境界要素法(Higher Order Boundary Element Method; HOBEM)に基づくプログラムの開発をおこない、流体力計算におけるパネル分割数を減らすことで、現状のワークステーションクラスの計算機環境において 2000m 規模の超大型浮体の波浪応答解析を実施することを目指す。

なお、Kashiwagi [7] および Newman ら [8] は、B-Spline 関数を用いた高次要素を用いることにより、 $L/\lambda = 50$ (for $L/B = 5$) [7] および $L/\lambda = 40$ (for $L/B = 4$) [8] の計算を実証しているが、ここで述べる2次要素を使用した場合についてそのような報告は見当たらない(ただし、 L : 浮体長、 B : 浮体幅、 λ : 入射波長)。

2. 開発したプログラムの内容

2.1. 概要

開発したプログラムは、8節点2次四辺形要素に基づく境界要素法プログラムである。一定水深・無限海域における Green 関数を採用し、喫水を有する解析モデルにも対応できる。なお、超大型浮体解析においては、浅喫水理論を適用し、喫水を0とみなす場合が多い[5, 7]が、ここではより一般性を有するよう、喫水を扱えるように作成した。

^{*}正会員 京都大学工学研究科土木工学専攻 (606-01 京都市左京区吉田本町)

[†]フェロー 京都大学工学研究科土木工学専攻

[‡]学生会員 京都大学大学院

解析は、いわゆる線形回折波理論に基づきおこなった。基本的な定式化については、既に別論文 [1, 2] において詳細に述べられているので、以下では、本プログラムに特徴的なところについて重点的に説明する。

座標系は、原点ならびに x 軸、 y 軸を自由表面上にとり、 z 軸を鉛直上向きとし、右手系とした。また、水深は $z = -h$ にて一定水深とした。浮体構造物の形状は一定喫水 d を有し、 x 軸方向の長さ L 、 y 軸方向の長さ (幅) B の箱形浮体とするが、以下の流体力解析のための BEM プログラムは任意形状に対応可能なものとして作成する。以下の定式化においては、すべての時間項は $e^{i\omega t}$ により表されるものとする (ここで、 i : 虚数単位、 ω : 角周波数、 t : 時間)。

2.2. Green 関数の計算法について

浅水域におかれた大規模浮体の計算においては、Green 関数の計算としては、比較的離れた 2 点間の計算が主となる。この場合、次の John の級数形において余り項数をとる必要がなく、計算を有利に進めることができる。

$$G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4k_n^2}{h(k_n^2 + K^2) - K} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \frac{\cos k_n(\zeta+h)}{\cos k_n h} K_0(k_n R) \quad (1)$$

$$- \frac{2\pi k_0^2}{h(k_0^2 - K^2) + K} \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h} \frac{\cosh k_0(\zeta+h)}{\cosh k_0 h} \{Y_0(k_0 R) + iJ_0(k_0 R)\}$$

ただし、 $R = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$ である。また、 k_0 および k_n は、次式を満たす正根および虚根としてそれぞれ与えられる。

$$k \tanh kh = K = \omega^2/g \quad (2)$$

ただし、 g は重力加速度である。なお、式 (1) において無限級数の打ち切り項数として、Newman の基準 [9] に従い、 $[6h/R]$ とした。これは、 $R/h > 6$ においては進行波成分のみを考慮することを意味している。

なお、級数形 (1) は、2 点間の水平距離 R が小さくなる場合には収束性が悪化し、特に $R = 0$ においては計算不可能となる。この場合には次式の積分形を採用する必要があるが、その積分には無限積分や主値積分が含まれており、計算に工夫を要する。ここでは Faltinsen ら [10] の計算法を採用し、安定した解を得ることができた。

$$G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = [R^2 + (z-\zeta)^2]^{-1/2} + [R^2 + (2h+z+\zeta)^2]^{-1/2} \quad (3)$$

$$+ 2 \int_0^{\infty} \frac{(k+K) \cosh k(z+h) \cosh k(\zeta+h)}{k \sinh kh - K \cosh kh} e^{-kh} J_0(kR) dk$$

$$- i \frac{2\pi k_0^2}{h(k_0^2 - K^2) + K} \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h} \frac{\cosh k_0(\zeta+h)}{\cosh k_0 h} J_0(k_0 R)$$

2.3. 積分方程式について

境界要素法において基礎となる積分方程式は、次式で表される。

$$C(x_0)\phi(x_0) + \int_{S_V} \frac{\partial G(x, x_0)}{\partial n} \phi(x) dS = \int_{S_V} G(x, x_0) V(x) dS \quad (4)$$

ただし、 ϕ は回折・散乱波のポテンシャル、 G は一定水深・無限海域における水面波動問題に関する Green 関数、また V は構造物浸水表面において境界条件として与えられる流速、 S_V は構造物浸水表面、 n は構造物表面における (内向き) 法線ベクトル、 $x(x, y, z)$ は参照点の座標、 $x_0(\xi, \eta, \zeta)$ はソース点の座標である。

ここで、高次要素を採用する際の問題点として、角点における空間角 $C(x_0)$ の評価と左辺の積分を Cauchy 主値積分の意味で数値的に実行しなければならないことの 2 点があげられる。いずれも、従来の一定要素の場合には、解析的に処理できたため問題とならなかった事項であるが、高次要素においてはこれらの解決を避けては通れない。

そこで本研究では、Teng ら [11] の提案した次式の積分方程式を採用した。

$$4\pi\phi(x_0) + \int_{S_V} \left\{ \phi(x) \frac{\partial G(x, x_0)}{\partial n} - \phi(x_0) \frac{\partial G_0(x, x_0)}{\partial n} \right\} dS = \int_{S_V} G(x, x_0) V(x) dS \quad (5)$$

$$G_0(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = [R^2 + (z-\zeta)^2]^{-1/2} + [R^2 + (z+\zeta)^2]^{-1/2} \quad (6)$$

これは左辺の計算時における立体角 $C(x_0)$ の評価を不要とし、また、 $x = x_0$ 時に左辺被積分項中の Green 関数の特異項がキャンセルされるため、通常の数値積分によりこの積分を精度良く実行することが可能となる。

また、積分方程式右辺の計算においても、Green 関数のソース点が被積分要素内に含まれる場合の特異項 $[R^2 + (z-\zeta)^2]^{-1/2}$ を数値的に積分しなければならない。ここでは、サブ要素分割法 [12] を用いることで、この数値積分を精度よく実行することができた。

2.4. モード関数について

板のモード関数として、次式を採用した [1, 2, 7]。

$$f_{mn}(x, y) = f_m(x)f_n(y) \quad (7)$$

ここで、 $f_m(x)$ 、 $f_n(y)$ はそれぞれ両端自由梁の固有モード関数であり、 $f_m(x)$ については下記のように与えられる。

$$f_m(x) = \begin{cases} 1/2 & \text{for } m = 1 \\ (1/2)\{\cosh(2\mu_m x/L)/\cosh \mu_m + \cos(2\mu_m x/L)/\cos \mu_m\} & \text{for } m = 3, 5, \dots \\ (\sqrt{3}/2)(2x/L) & \text{for } m = 2 \\ (1/2)\{\sinh(2\mu_m x/L)/\sinh \mu_m + \sin(2\mu_m x/L)/\sin \mu_m\} & \text{for } m = 4, 6, \dots \end{cases} \quad (8)$$

ただし、 μ_m は次式の正根で与えられる。

$$\begin{aligned} \tan \mu_m + \tanh \mu_m &= 0 \quad \text{for } m = 3, 5, \dots \\ \tan \mu_m - \tanh \mu_m &= 0 \quad \text{for } m = 4, 6, \dots \end{aligned} \quad (9)$$

$f_n(y)$ についても全く同様である。

本モード関数を用いる利点は、これが板の寸法のみで解析的に与えられることから、あらかじめ板剛性や浮体質量等が未知の状態においてもモード関数が決定されることにある。すなわち、浮体寸法と水深、入射波浪周期といった流体力にかかわるパラメーターのみから一般化流体力マトリクスが計算でき、流体力解析プログラムと構造物応答プログラムを完全に分離することができる。

2.5. 対称性の利用について

ここで仮定した直方体形状の浮体は、 x 軸、 y 軸に関する対称性を有しており、パネル分割を $1/4$ 領域 ($x \geq 0, y \geq 0$) のみに対しておこなえばよい。ここで、式 (7) で示されるモード関数は、 x 軸に関する対称・逆対称関数と、 y 軸に関する対称・逆対称関数の積であらわされるため、全部で以下の 4 つのパターンに分類される。

- x 軸に関して逆対称かつ y 軸に関して逆対称 ($type = 0$)
- x 軸に関して逆対称かつ y 軸に関して対称 ($type = 1$)
- x 軸に関して対称かつ y 軸に関して逆対称 ($type = 2$)
- x 軸に関して対称かつ y 軸に関して対称 ($type = 3$)

なお、上記 $type$ は、 $\text{mod}(m, 2) * 2 + \text{mod}(n, 2)$ なるプログラムで判定できる。

このような対称性を有するモード関数が境界条件として与えられた場合、その解 (Radiation potential) もやはり同様な対称性を有する。このことを利用して、 $1/4$ 領域に存在する節点でのポテンシャル値のみを未知数として解けば、あとの領域は対称性から求められる [7]。

具体的計算法としては、BEM の計算において、ソース点を $1/4$ 領域内のみの節点に対して配置する一方、積分は全領域に対しておこなう。この時、得られるマトリクスは、 $1/4$ 領域の節点数を N_0 、全節点数を N とする時、 $N_0 \times N$ のサイズを有する。ここで、先の $type$ に応じてマトリクスを列方向に縮約することで、 $N_0 \times N_0$ のマトリクスを得ることができ、 N_0 元の連立 1 次方程式を得ることができる。

Diffraction 問題においても、境界条件を 4 つのタイプに分解して与えることができ、 N 元の連立 1 次方程式を 1 回解くかわりに、 N_0 元の連立 1 次方程式を 4 回解く計算に置換することができる。

3. 2000m 規模浮体の解析

3.1. 解析モデル・解析条件

解析モデルは、長さ $L = 2000\text{m}$ 、幅 $B = 400\text{m}$ 、喫水 $d = 4\text{m}$ の箱形浮体とし、これが一定水深 $h = 20\text{m}$ の無限海域に設置されるものとする。BEM における流体力計算用のパネル分割法として、1 パネルの大きさを $50\text{m} \times 50\text{m}$ とした Model 1、 $25\text{m} \times 25\text{m}$ とした Model 2、 $12.5\text{m} \times 12.5\text{m}$ とした Model 3 の 3 種類の入力データを用意した。いずれのモデルにおいても、浮体側面は上下方向に 1 分割 (要素高さ 4m) のみとした。

入射波長比 $L/\lambda = 6.25 \sim 50$ ($\lambda = 320\text{m} \sim 40\text{m}$) に対する解析を、Table 1 に示すような解析モデルに対しておこなった。なお、同表には、パネル分割の細かさを表す指標である、波長パネル長比 λ/Δ も示してある。

波の入射方向は、 x 軸に沿う方向 (Head Sea) とした。モード関数としては、 x 方向のモード関数を 20 次まで、 y 方向のモード関数を 10 次まで考慮し、計 200 モードをいずれの解析においても考慮した。また、BEM プログラムにおけるガウス積分による積分点数は、各パネルにつき、 $4 \times 4 = 16$ 点とした。

浮体剛性 (板の曲げ剛性) は、 $D = 1.0 \times 10^8 (\text{kNm}^2)$ 、 $D = 2.0 \times 10^8 (\text{kNm}^2)$ 、 $D = 4.5 \times 10^8 (\text{kNm}^2)$ の 3 種類とした。これらは、浮体が鋼製ロング構造で構成されるものとし、補剛材も含めた天板・底板の平均厚さが共に 2.0cm であるときに、浮体高さがそれぞれ約 7m 、約 10m 、約 15m となるような剛性に相当する。

Table 1 解析条件 (波長パネル長比 λ/Δ)

L/λ	6.25	7.5	10	12.5	15	20	25	30	40	50
λ (m)	320	266.7	200	160	133.3	100	80	66.67	50	40
Model 1	6.4	5.33	4.0	3.2	—	—	—	—	—	—
Model 2	—	—	8.0	6.4	5.33	4.0	3.2	—	—	—
Model 3	—	—	—	—	—	—	6.4	5.33	4.0	3.2

Table 2 節点数と計算時間の関係

Model	節点数 (1/4 モデル)	節点数 (フルモデル)	ディスク 記憶容量	計算時間
Model 1	363	1345	3.7 MB	3 min 09 sec
Model 2	1203	4609	42.3 MB	35 min 53 sec
Model 3	4323	16897	557.3 MB	677 min 49 sec

3.2. パネル分割に関する検討

Fig. 1 及び Fig. 2 にそれぞれ、 $L/\lambda=10.0$ 及び 12.5 に対する x 軸に沿った浮体変位の解析結果について記す。Fig. 1 より、Model 2 ($\lambda/\Delta = 8$) に対する結果と Model 3 ($\lambda/\Delta = 4$) の結果はほぼ完全に一致しており、 $\lambda/\Delta = 4$ 程度にパネル分割をしてやれば十分収束した結果の得られることが分かる。また、Fig. 2 より、Model 2 ($\lambda/\Delta = 6.4$) と Model 3 ($\lambda/\Delta = 3.2$) の結果は、多少異なっているもののほぼ一致しており、 $\lambda/\Delta = 3.2$ 程度のパネル分割であっても十分精度のよい解が得られている。

これをさらに確認するため、 $L/\lambda = 25$ の場合の結果についても Fig. 3 に示す。同様に、Model 3 ($\lambda/\Delta = 6.4$) と Model 2 ($\lambda/\Delta = 3.2$) の結果がほぼ一致していることが認められる。

結局、 $\lambda/\Delta = 3.2$ のパネル分割に対する妥当性がほぼ確かめられたため、 $L/\lambda = 50$ の計算に対するパネル分割も妥当であろうと推測される。

3.3. 浮体応答の解析結果

Fig. 4 に、今回の解析において得られた最大応答変位を L/λ に対してプロットしたものを示す。同図より、 L/λ が増大するにつれて、いずれの剛性の場合においても最大応答は減少することが分かる。しかし、必ずしも単調減少ではなく、各所にピークを有する。これは、おのおの対応する wet mode の固有周期においてピークが生じているものと思われる。また、剛性の高い程、応答は小さくなっており、直感的な予測に一致する。

Fig. 5～Fig. 7 に、 $L/\lambda = 50$ の時の応答の全体図を示す。いずれの剛性においても、 y 方向には 3 次曲げモードが現れており、 $y = 0$ における値と $y = \pm 200\text{m}$ における値は、互いに位相がずれていることが分かる。波浪は、 x 軸に沿って入射されているにもかかわらず、このように y 方向にも曲げ応答があらわれることは興味深い。また、 x 方向のモード次数について、剛性が低くなるほど、より高次のモード変形があらわれている。明らかに、このモード変形の波数は入射波の波数より小さく、浮体応答が固有振動モードの影響を強く受けていることが分かる。

3.4. 計算時間・記憶容量について

今回の解析に要した計算時間・ディスク記憶容量は、Table 2 に示すとおりである。なお、解析に使用した計算機 (ワークステーション) は、IBM RS/6000 43P-140 で、CPU が Power PC 604e 166 MHz、メインメモリーが 128MB、解析時に使用できる磁気ディスク容量が 2GB 以下という構成のものである。なお、今回の解析は基本的に単精度演算でおこなったが、十分な精度の解が得られている。

4. 結論および今後の課題

本研究では、2000m 規模浮体の波浪応答解析 ($L/\lambda = 50$; L : 浮体長、 λ : 波長) を現状のワークステーションレベルの計算機環境において実行するために、特に流体力解析における未知数の多いことが計算上のボトルネックになっていることに着目し、2 次要素を用いた境界要素法に基づくプログラムの開発をおこなった。

その結果、本プログラムにおいては入射波長を 3.2 分割するようなパネル分割で十分な精度を得ることができ、 $L/\lambda = 50$ に対する波浪応答解析が標準的なワークステーション上においても可能なことを実証できた。

今後さらに $L/\lambda = 100$ クラスのより大規模なモデルに対する解析をおこなうためには、10GB 程度の記憶容量を確保する必要があるが、これを外部記憶装置上に確保できたとしても、ワークステーションレベルの計算

機においては計算時間がボトルネックになると思われる。そこで、Green 関数の計算をより高速化するとともに、計算機ハードウェアとして並列計算機等の導入が必要と思われる。

参考文献

- [1] Wu, C., Utsunomiya, T., and Watanabe, E.: Application of Galerkin's method in wave response analysis of flexible floating plates, *Proc. of 6th Int. Offshore and Polar Eng. Conf.*, pp.307-314, 1996.
- [2] Wu, C., Utsunomiya, T., and Watanabe, E.: Harmonic wave response analysis of elastic floating plates by modal superposition method, *J. of Structural Eng./Earthquake Eng., JSCE*, 14, pp.43-52, 1997.
- [3] Newman, J.N.: Wave effects on deformable bodies, *Applied Ocean Research*, 16, pp.47-59, 1994.
- [4] Utsunomiya, T., Watanabe, E., Wu, C., Hayashi, N., Nakai, K., and Sekita, K.: Wave response analysis of a flexible floating structure by BE-FE combination method, *Proc. of 5th Int. Offshore and Polar Eng. Conf.*, pp.400-405, 1994.
- [5] 矢後清和, 遠藤久芳: 浅喫水箱形浮体の波浪中弾性応答について, 日本造船学会論文集, 第 180 号, pp.341-352, 1996.
- [6] Wu, C., Watanabe, E., and Utsunomiya, T.: An eigenfunction expansion matching method for analyzing the wave-induced responses of an elastic floating plate, *Applied Ocean Research*, 18, pp.301-310, 1996.
- [7] Kashiwagi, M.: A B-spline Galerkin method for computing hydroelastic behaviors of a very large floating structures, *Int. Workshop on Very Large Floating Structures, Hayama, Japan*, Paper No.36, 1996.
- [8] Newman, J.N., Maniar, H.D., and Lee, C.-H.: Analysis of wave effects for very large floating structures, *Int. Workshop on Very Large Floating Structures, Hayama, Japan*, Paper No.34, 1996.
- [9] Newman, J.N.: Algorithms for the free-surface Green function, *J. of Eng. Math.*, 19, pp.57-67, 1985.
- [10] Faltinsen, O.M., and Michelsen, F.C.: Motions of large structures in waves at zero Froude number, *The dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves*, pp.99-114, 1974.
- [11] Teng, B., and Eatock-Taylor, R.: New higher-order boundary element methods for wave diffraction/radiation, *Applied Ocean Research*, 17, pp.71-77, 1995.
- [12] Lachat, J.C., and Watson, J.O.: Effective numerical treatment of boundary integral equation: A formulation for three-dimensional elastostatics, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 10, pp.991-1005, 1976.

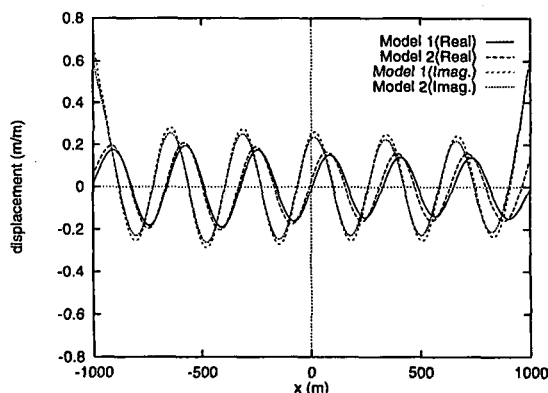
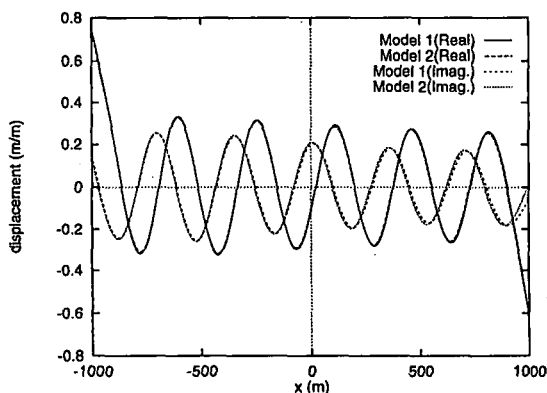


Fig. 1 x 軸上の応答変位 ($D = 2.0 \times 10^8 \text{ kNm}^2$, $L/\lambda = 10$) Fig. 2 x 軸上の応答変位 ($D = 2.0 \times 10^8 \text{ kNm}^2$, $L/\lambda = 12.5$)

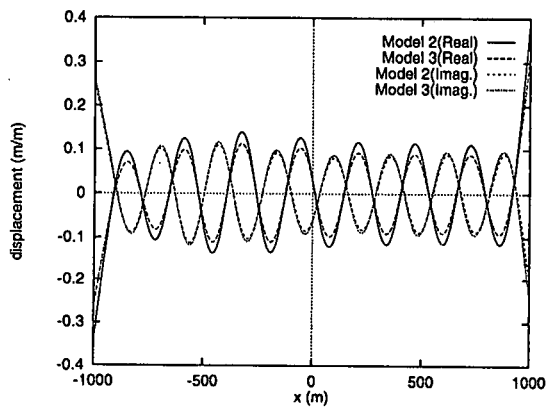


Fig. 3 x 軸上の応答変位 ($D = 2.0 \times 10^8 \text{ kNm}^2$, $L/\lambda = 25$)

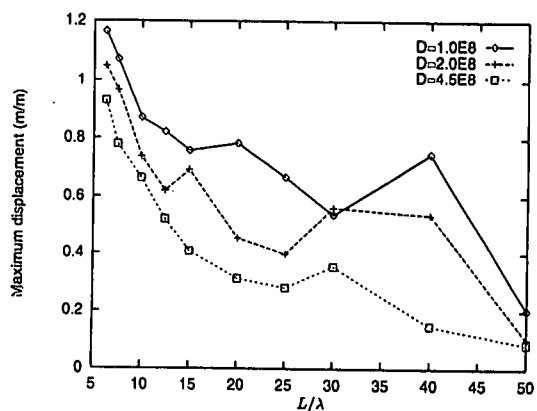
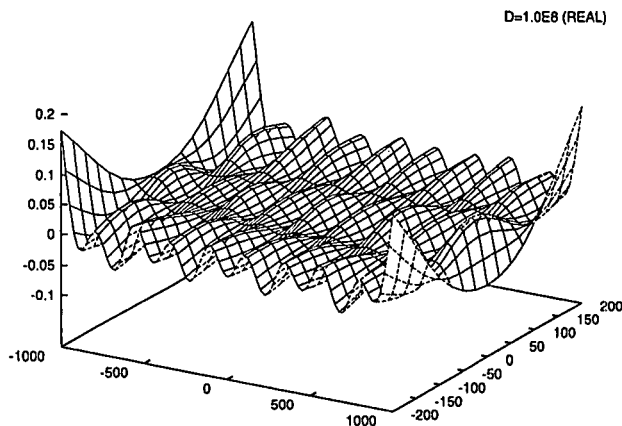
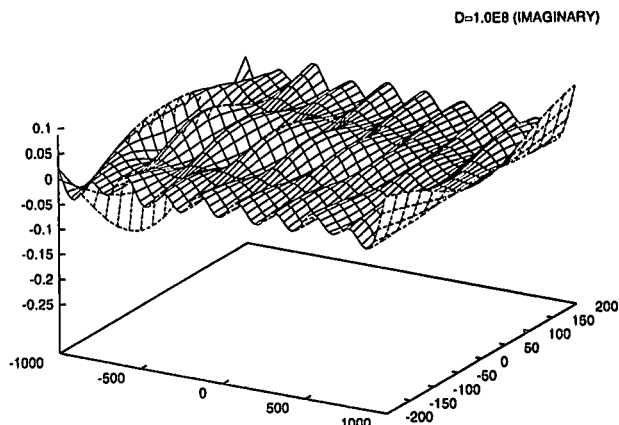


Fig. 4 最大応答変位と L/λ の関係

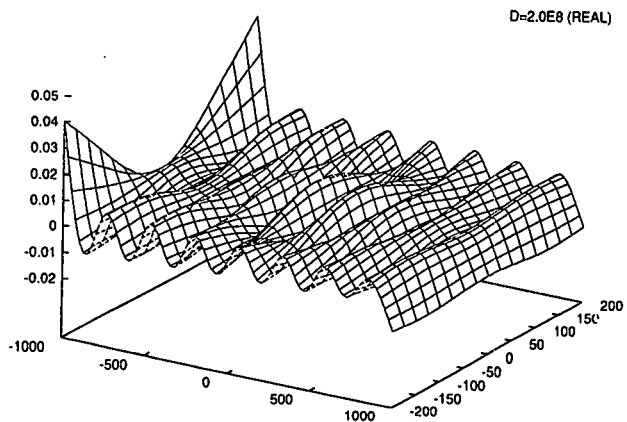


D=1.0E8 (REAL)

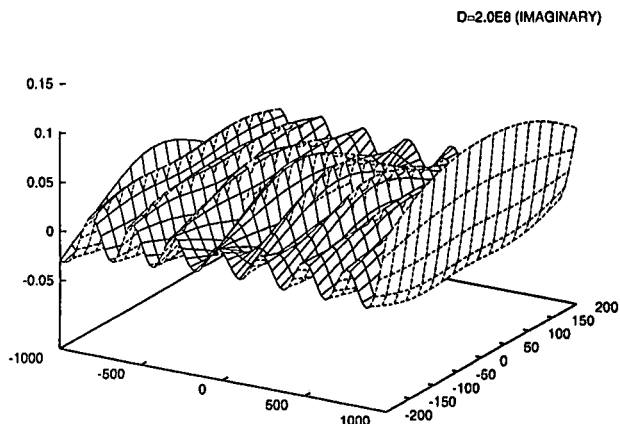


D=1.0E8 (IMAGINARY)

Fig. 5 応答変位 ($D = 1.0 \times 10^8 \text{ kNm}^2$, $L/\lambda = 50$)

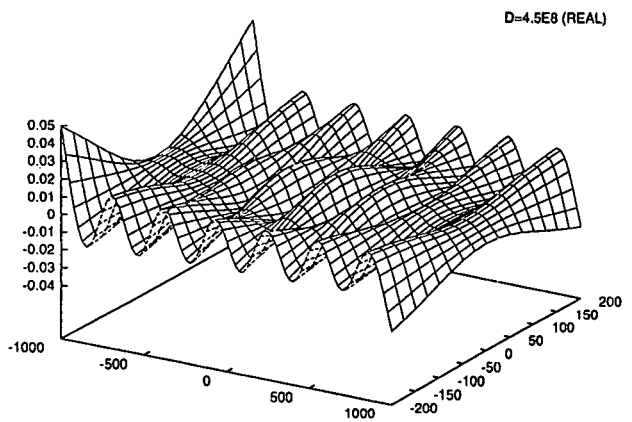


D=2.0E8 (REAL)

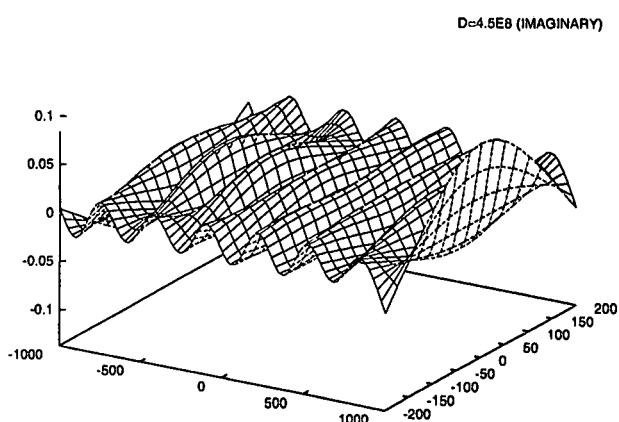


D=2.0E8 (IMAGINARY)

Fig. 6 応答変位 ($D = 2.0 \times 10^8 \text{ kNm}^2$, $L/\lambda = 50$)



D=4.5E8 (REAL)



D=4.5E8 (IMAGINARY)

Fig. 7 応答変位 ($D = 4.5 \times 10^8 \text{ kNm}^2$, $L/\lambda = 50$)