

矩形ステップ上の波浪の共振特性

Resonance of Water Waves on a Rectangular Step

合田良実*・斎藤正文**

Yoshimi, Goda and Masafumi, Saito

Abstract

Amplification of water waves on a rectangular step with the vertical wall at the end is examined theoretically and experimentally. Resonance occurs when the step length is approximately an odd multiple of a quarter wavelength on the step. The velocity potentials in the regions in front of and on top of the step are connected through the continuity conditions of surface elevation and horizontal velocity. Laboratory experiments have been carried out for a step with the length 1.00 m, the height 0.305 m, the submergence depth 0.04 m and 0.076 m, for regular waves with the period ranging from 0.8 ~ 3.0 s. Theoretical prediction of the amplitude amplification by resonance effect has been confirmed, and proposal is made for an empirical formula for resonance condition and a design diagram for resonance amplitude.

Keywords: wave resonance, velocity potential, rectangular step

1 はじめに

近年は水質環境の改善等のために、人工干潟や浅場の造成が幾つも提案されている。しかし、水深が10数m級になると前面を直立壁構造として浅場を造成することが考えられる。これが矩形ステップの一つの形である。また、前面を2~3割勾配の捨石斜面とする場合でも、矩形ステップはその理論モデルとして適用できる。こうした地形を計画し、設計するためには、矩形ステップ上の波浪の変形特性を十分に検討する必要がある。すでに碎波限界、非線形性などについてはその様相が明らかにされてきた(Wudhipong 1993, 合田ら1994)。しかし、不規則波に伴う長周期波の現象については説明が不十分である。

長周期波は岸側の斜面で完全反射され、ステップ上で重複波を形成する。そのとき、ステップの長さ l とそこでの水深 h_2 、および波周期 T の条件によっては、ステップ上で共振現象が励起され、異常な波浪現象が発生するおそれがある。そこで本研究では矩形ステップ上での波浪の共振現象を検討するため、領域分割法を用いた速度ポテンシャルの理論解を求め、その数値計算によってステップ上での振幅増幅率の理論値を求めることにした。さらに規則波を用いた水理実験を行って理論値と比較検討し、領域分割法による理論値の厳密性を確認することとした。

2 領域分割法による振幅増幅率の計算

2.1 理論式の誘導

理論計算は、井島(1971)による領域分割法を發展させ、岸側を完全反射境界とした場合の線形理論式を導いた。図-1のようなモデル地形を想定し、領域I, IIの速度ポテンシャル式を導く。沖側からの入射波は、矩形ステップ前壁によって反射波とステップ上への透過波に分けられる。さらに透過波は後方の反射壁によって完全反射されて反射波となり、これが透過波と重畳してステップ上で完全重複波を形成することになる。それぞれの領域での速度ポテンシャル ϕ_I および ϕ_{II} はそれぞれ次式のように表せる。

Region I ($x < 0$)

$$\begin{aligned} \phi_I(x, z, t) = & (a_i e^{-ikx} + a_r e^{+ikx}) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{+i\sigma t} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} a_m e^{+k_m x} \frac{\cos k_m(h+z)}{\cos k_m h} e^{+i\sigma t} \end{aligned} \quad (1)$$

*フェロー 工博 横浜国立大学教授 大学院工学研究科 人工環境システム学専攻 (〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台79-5)
 **正会員 工修 (株)テトラ 応用水理研究所

Region II ($x > 0$)

$$\begin{aligned}\phi_{II}(x, z, t) = & a_t [e^{-ik_t x} + e^{+ik_t(x-2l)}] \frac{\cosh k_t(qh+z)}{\cosh k_t qh} e^{+i\sigma t} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-k_n x} \frac{\cos k_n(qh+z)}{\cos k_n qh} e^{+i\sigma t}\end{aligned}\quad (2)$$

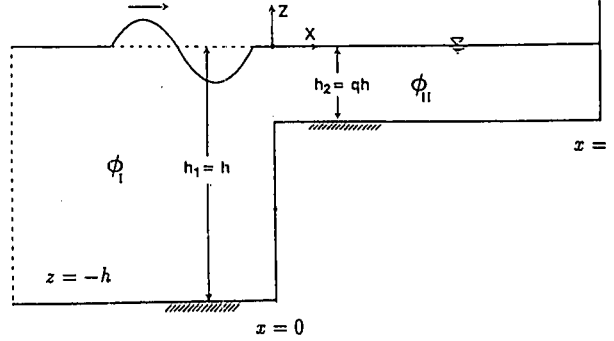


図-1 数値計算のモデル地形

ここで、 k と k_t は前面の水深 h_1 およびステップ上の水深 h_2 における波数、 a_i は入射波振幅、 a_r は反射波振幅、 a_t は透過波振幅である。また、 a_m, a_n は地形不連続部分で発生する散乱波の振幅であり、それぞれの領域の無限遠で消滅する。これらの波振幅は、 $x=0, z=0 \sim -qh$ （ここに、 q は水深比 h_2/h_1 ）において速度ポテンシャル（圧力）と法線微分（流速）の連続条件と固有関数の直交性を利用して速度ポテンシャルの解を導くことによって求められる。詳しい解法は省略するが、数値計算に当たっては級数項として $m=n=50$ を使用した。矩形ステップ後端部の振幅は $2a_t$ であるが、ここでは a_t/a_i を矩形ステップ上の振幅増幅率として定義する。

2.2 Hunt の近似解

矩形ステップによる共振現象については、Hunt (1993) が津波に対する近似解を求めている。合田ら (1994) はこれを浅海表面波に拡張し、実験値との比較を行っている。Hunt の近似解を浅海表面波に拡張した振幅増幅率は次式で与えられる（合田らの式(5)には誤りがある）。

$$\frac{a_t}{a_i} = \frac{1}{[\cos^2 k_t l + \sin^2 k_t l \tanh^2 k_t h_2 / \tanh^2 k h_1]^{1/2}} \quad (3)$$

この近似解では、 $k_t l = (m + 1/2)\pi$ ，すなわちステップ長がそこでの波長の $\frac{1}{4}$ 倍， $\frac{3}{4}$ 倍， $\frac{5}{4}$ 倍，…のときに最大の振幅増幅率を与えることになる。これは、矩形ステップの沖側端部が重複波の節となる条件である。

2.3 振幅増幅率の計算結果

図-2は、厳密解による振幅増幅率 a_t/a_i を縦軸にとり、ステップ長とそこでの波長の比 l/L_t を横軸にとったときの共振特性図の1例である。一般に振幅増幅率が最大となるときを共振状態とよび、このときの波長は

$$L = \frac{4l}{(2m+1)} + \Delta L \quad : m = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

で表示される。すなわち、Hunt の近似解による値にある正の補正量 ΔL を加えた波長のときに共振状態となる。この補正量は、 l/L_t が大きくなって高次の共振点に移るほど大きくなり、またステップ長とステップ前面水深の比 l/h_1 が同じならば水深比 q が大きいほど大きくなる。

図-3は、振幅増幅率をステップ前面での水深波長比に対して表示した1例である。これから、振幅増幅率の最大値は水深波長比によってほぼ指数関数的に減少していることが分かる。水深比 q が一定であれば、ステップ長によって共振周期に違いはあるものの、振幅増幅率の最大値の変化の様相は同じであることが分かる。

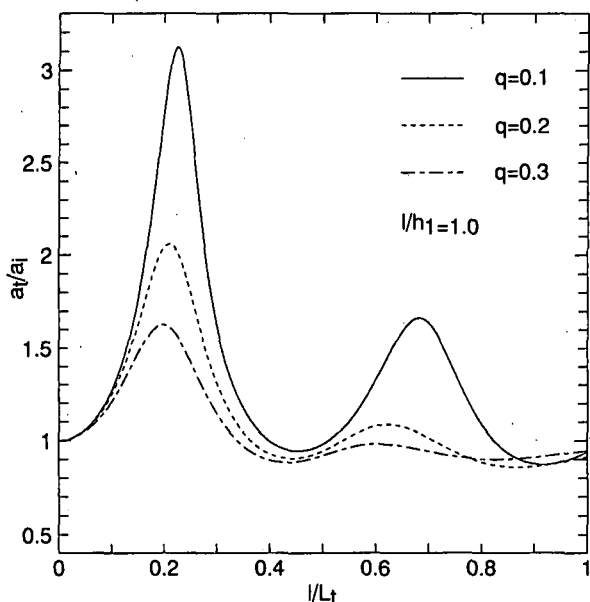


図-2 $l/h_1 = 1.0$ の共振特性図

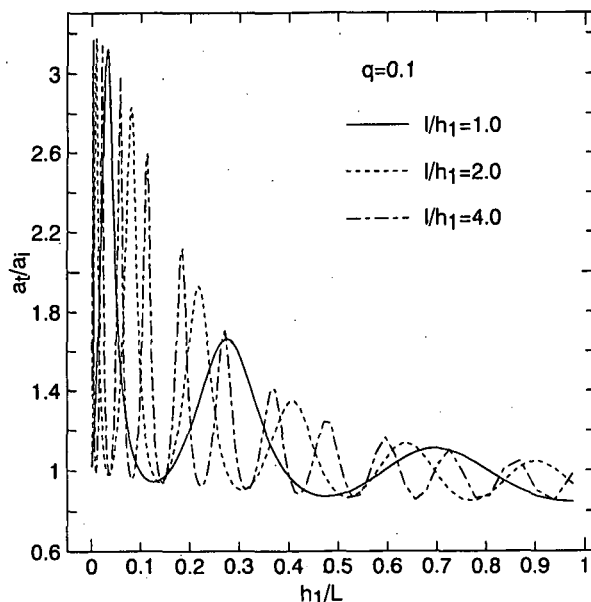


図-3 水深比の違いによる振幅増幅率 ($q = 0.1$)

3 規則波による矩形ステップ上の共振実験

3.1 実験条件

領域分割法による厳密解と Hunt (1993) の近似解とを比較し、それらの妥当性を検証するために、水理模型実験を行った。実験は横浜国立大学の長さ 17m、幅 0.6m、深さ 0.55m の 2 次元水槽内に、高さ 30.5cm、長さ 1.0m の矩形ステップを設置し、以下の条件で行った。入射周期は Case A で 50 通り、Case B で 40 通りに細かく変化させた。波高計は地形急変部、およびステップ上で 20cm 間隔で 10 台、沖部に入射波測定用に 2 台、合計 12 台用意した。なお波高計はケネック社製の容量式波高計を使用した。一回の造波時間は 350 秒とし、造波開始後 1 分以上経過して波が定常状態に達したことを確認した後、デジタルレコーダ (TEAC 社製 DRF-3) に 20Hz で 215 秒分、4300 個の波形データを記録した。

表-1 実験条件

Case	h_1 (cm)	h_2 (cm)	水深比	T (s)	H_0 (cm)
A	34.5	4.0	0.11	0.82~3.0	0.3, 0.6, 0.9
B	38.2	7.6	0.2	0.80~3.0	0.5, 1.0, 1.5

3.2 実験結果

測定波形には波の非線形性による高調波成分が強く現れるため、FFT 法により基本周波数成分の近傍で入射波分離法を行い、基本周波数成分の振幅のみを抽出した。さらにステップ上の水深が浅くて底面摩擦による波高減衰が考えられたため、岩垣ら (1965) の層流理論に基づいた摩擦影響に関する評価式をもとに摩擦補正を行った。このようにして得られた透過波の振幅 a_t と入射波の振幅 a_i との比をステップの相対長 l/L_t に対して表示した共振特性図を図-5 (Case A) と図-6 (Case B) に示す。

Case A, Case B とともに、左から右へ 3 段階の入射波高に対する結果を表示してある。図中の Ijima's model とあるのが領域分割法による理論値であり、Hunt's model とあるのが Hunt の近似解による理論値である。Case A, Case B とともに、入射波高が一番小さいケースは共振点において理論値に近い大きなピークが得られている。ただし、入射波高が大きくなると振幅増幅率は理論値よりも小さくなっている。その理由としては、ステップ上で透過波とその反射波がぶつかりあい、エネルギー損失が生じて重複波が完全に形成されなかったことが考えられる。

ステップによる増幅現象が起こらない条件のときには、振幅増幅率が 1 を下回ることがある。特に、実験ではステップ相対長が大きいときにその傾向が顕著である。しかし、図-2 の $q = 0.3$ の理論曲線で見られるよう

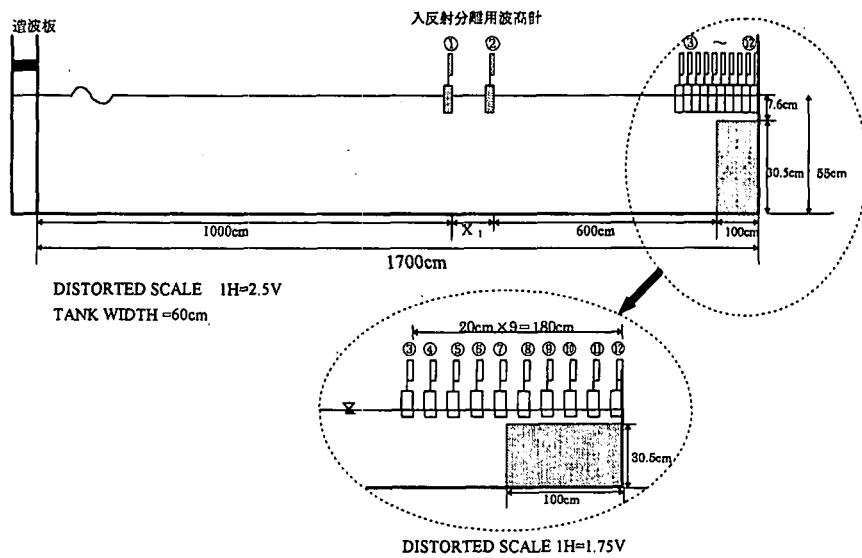


図-4 実験水槽の概略図

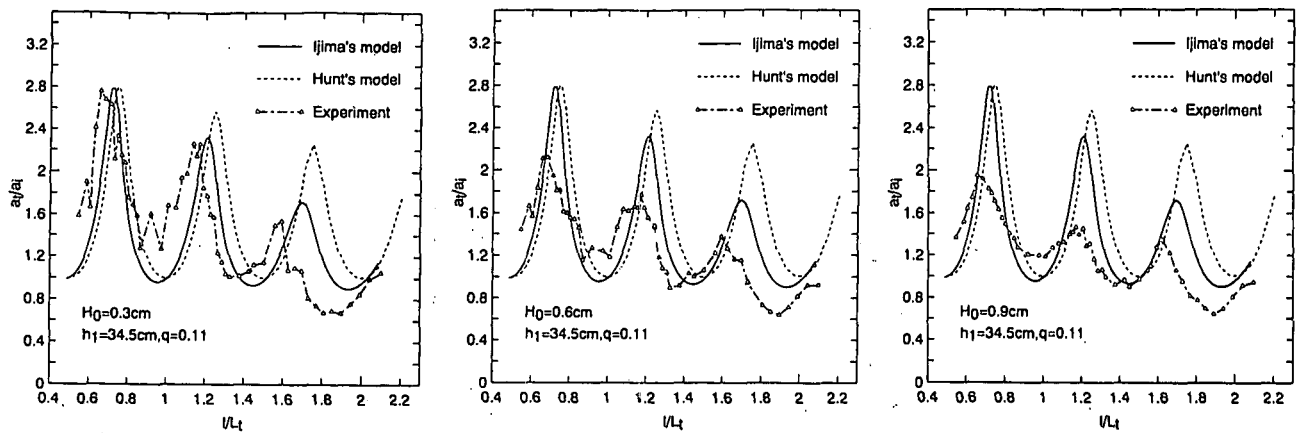


図-5 Case A : 二つのモデルと実測値による振幅増幅率の比較 (左から $H_0 = 0.3\text{cm}$, $H_0 = 0.6\text{cm}$, $H_0 = 0.9\text{cm}$)

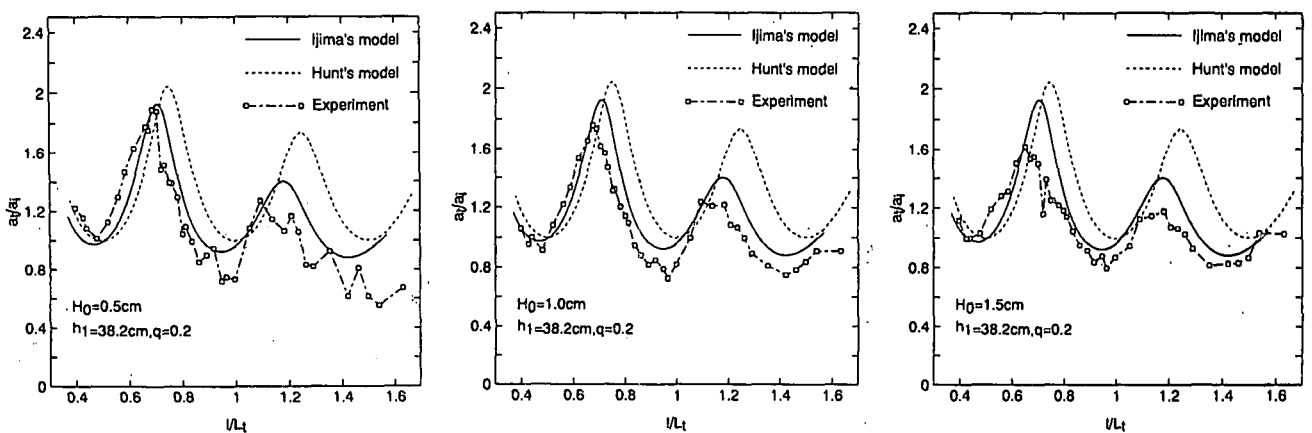


図-6 Case B : 二つのモデルと実測値による振幅増幅率の比較 (左から $H_0 = 0.5\text{cm}$, $H_0 = 1.0\text{cm}$, $H_0 = 1.5\text{cm}$)

に、 $l/L_t = 0.2$ 付近の 0 次の共振点では振幅増幅率が 1.62 であるのに対し、 $l/L_t = 0.6$ 付近の 1 次の共振点の値は 0.98 であって 1 以下である。これらの共振条件を入射波で表示すると、 $h_1/L_0 = 0.07$ および $h_1/L_0 = 0.50$ に相当する。Wudhipong(1993) は領域分割法を基づく計算によって、矩形ステップ奥が完全透過の場合の波高の伝達率を算定図としてまとめている。それによると、水深比 $q = 0.3$ の場合は、 $h_1/L_0 = 0.07$ で伝達率 1.2、 $h_1/L_0 = 0.50$ で伝達率 0.92 となっている。したがって境界条件は違うが、振幅増幅率が 1 を下回することは理論的に予測されることである。物理的には、波の浅水変形において浅水係数が 1 を下回る状況に相当すると考えられる。部分的な不一致は見られるものの、全体的な傾向としては、実験値は領域分割法の理論曲線にほぼ一致しているといえる。

これに対して Hunt の近似モデルでは、ステップによる増幅現象が起こらない条件においても振幅増幅率が 1 を下回ることではなく、また、共振点での増幅率の大きさやその位置が l/L_t が大きくなるほど実験値とかけ離れている。したがって Hunt の近似モデルではステップ上の振幅増幅率が正確には再現できないと言える。

4 共振特性図の提案

以上の実験結果によって矩形ステップ上の振幅増幅率は領域分割法によって十分に計算できると判断し、数値計算結果から振幅増幅率の概算値の算定式を提案することとした。共振ピーク時における l/L_t は以下の式で推定できる。

$$\frac{l}{L_t} = \frac{2m+1}{4} \left[1 - \frac{q(1-q)}{l/h_1} \right] \quad : m = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

図-7 は 0 次と 1 次のときの共振波長である。実線が今回提案する算定式で計算した値であり、白抜き記号が数値計算結果から読みとった値である。両者が非常によく一致していることが分かる。また共振時の振幅増幅率は図-8 のように、ステップ前面水深波長比と水深比から求められる算定図としてとりまとめた。

したがってこれら二つの算定図を用いることにより、任意の条件での振幅増幅率を求めることが可能となる。例えば、ステップ前面水深 h_1 が 30m、ステップ上水深 h_2 が 6m、ステップ長 l が 60m の場合の 0 次、1 次の共振状態の振幅増幅率、共振周期は以下のような順序で推定できる。

1. $l/h_1 = 2.0$, $q = 0.2$ であるから、図-7 より 0 次、1 次の共振点での l/L_t は 0.23 および 0.69 となる。したがってステップ上での波長 L_t はそれぞれ 261m, 87m となる。
2. 0 次、1 次の共振周期 T は、 L_t および h_2 の値に基づいて分散関係式を解くことにより、それぞれ 34.1s, 11.7s となる。このときステップ前面水深 h_1 における波長 L は同様に分散関係式を解くことによりそれぞれ 575m, 171m となる。
3. 0 次、1 次の水深波長比 h_1/L はそれぞれ 0.052, 0.18 となる。ここで図-8 より、0 次の振幅増幅率は約 2.1 であり、1 次の振幅増幅率は約 1.6 と読みとれる。

5 結論

領域分割法を用いた速度ポテンシャルの理論解を求め、その数値計算を行って矩形ステップ上の振幅増幅率を求めた。さらに、Hunt の近似モデルとの比較、理論解に対する検証実験を行い以下のような結論を得た。

- (1) 領域分割法による線形理論解が導かれ、矩形ステップ上の振幅増幅率の厳密解が得られた。
- (2) 領域分割法による振幅増幅率の理論解は水理実験によってその妥当性が確認された。Hunt の近似モデルは実験結果と適合性に不備があることが明らかとなった。
- (3) 各共振モードの波長に対するステップ長の比は、ステップ前面水深に対するステップ長の比によって決定され、ステップ前面水深に対するステップ上水深の比の関数として表される。
- (4) 振幅増幅率の大きさはステップ前面水深に対するステップ上水深の比によって決定され、ステップ上の水深が浅いほど大きな振幅増幅率が得られる。また、振幅増幅率はステップ前面水深での水深波長比によってほぼ指数関数的に減少する。

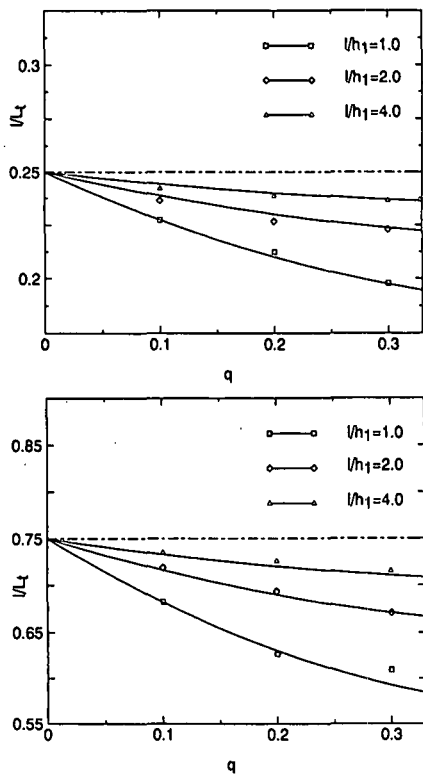


図-7 共振状態の l/L_t の算定図 (上が0次, 下が1次)

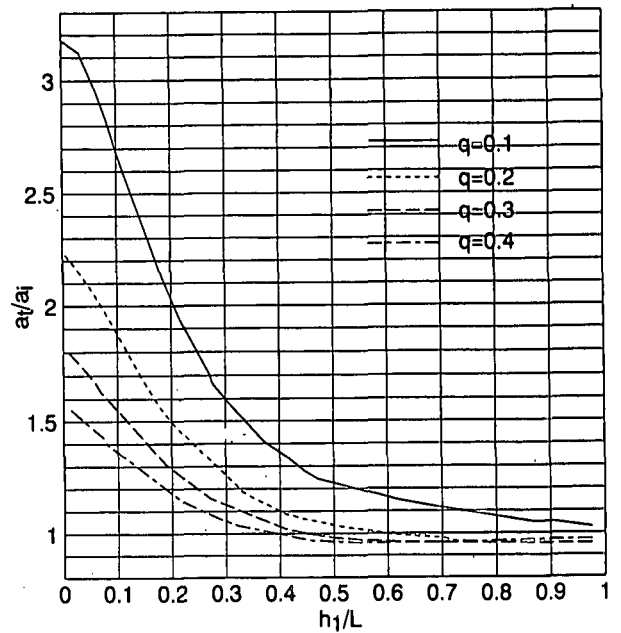


図-8 振幅増幅率の算定図

参 考 文 献

- 井島武士・佐々木富雄(1971): 潜堤の効果に関する理論的研究-1. 不透過潜堤-, 第18回海岸工学講演会論文集, pp.141-147.
- 岩垣雄一・土屋義人・陳 活雄(1965): 海底摩擦による波高現象の基礎的研究(3), 第12回海岸工学講演会講演集, pp.41-49.
- 合田良実・Wudhipong Kittitanasuan・江差好美(1994): 矩形ステップによる波浪の変形特性, 海岸工学論文集, 第41巻, pp.646-650.
- Hunt, B.(1993): Coastal amplification of a tsunami wave tarin, *J. Hydr. Res.*, Vol. 31, No. 3, pp.415-432.
- Wudhipong K.(1993): *Nonlinear Wave Transformatio over a Rectangular Step in Finite Depth Water*, Ph.D Dissert., Dept. Civil Engng, Yokohama National University.