

# 楕円形断面を有する直立構造物に作用する鉛直方向氷荷重 Vertical Ice Loads Acting on Upright Structures with an Elliptical Cross-section

西畑昭史\*・木岡信治\*\*・成田恭一\*\*\*・寺島貴史\*\*\*\*・佐伯 浩\*\*\*\*\*  
Akifumi Nishihata, Shinji Kioka, Kyo-ichi Narita, Takashi Terashima, Hiroshi Saeki

In cold regions, natural ice sheets adfreeze to piles, bridge piers, intake towers, etc. constructed in sea. When the ice sheets adfreeze to these upright structures, vertical ice loads act on the structures due to changes in the sea water level. These vertical ice loads need to be studied to design upright structures affected by natural ice sheets.

Vertical ice loads acting on upright structures with a circular cross-section have been explained analytically. However, ice loads acting on upright structures except those with a circular cross-section, such as upright structures with a rectangular or an elliptical cross-section, have never been researched. In this report, we show a technique to calculate the vertical ice loads acting on upright structures with an elliptical cross-section.

Keywords: vertical ice loads, upright structures with an elliptical cross-section, natural ice sheets, changes in the sea water level

## 1. はじめに

寒冷地の海洋または海岸における橋脚、取水塔、栈橋などの直立構造物に海氷盤が凍着している時に、潮汐などによる水位変動に伴って、構造物に鉛直方向の氷荷重が作用する。従って、このような構造物を設計する際には鉛直方向の氷荷重を考慮する必要がある。

従来から、円形断面を有する直立構造物については、それに作用する鉛直方向氷荷重の計算方法が提案されており、実用的な計算図表も用意されている。しかし、円形以外（例えば楕円形や矩形など）の断面を有する直立構造物については計算されていない。本研究では、楕円形断面を有する直立構造物に作用する鉛直方向氷荷重について、海氷盤の曲げ破壊または海氷盤一構造物間の凍着破壊が起こる場合を考慮した計算方法を提案する。そして、氷荷重を軽減するために有利な構造物の断面形状について考察する。

## 2. 円形断面を有する直立構造物に作用する鉛直方向氷荷重

円形断面を有する直立構造物に海氷盤が凍着している時に、潮汐などによる水位変動に伴って、構造物に鉛直方向の氷荷重が作用する。Kerr 1) は弾性床上的平板の曲げ理論を用いて、弾性学的に海氷盤のたわみ  $W_c$  と鉛直方向氷荷重  $P_c$  を次式のように表した。

$$W_c = \frac{\Delta}{DEN_k(\lambda a)} \{-kei'(\lambda a)ker(\lambda r) + ker'(\lambda a)kei(\lambda r)\} \quad (1)$$

$$P_c = 2\pi a D \lambda^3 \Delta \frac{DEN_n(\lambda a)}{DEN_k(\lambda a)} \quad (2)$$

そこで、以下のように定義している。

$$\begin{aligned} DEN_n(\lambda a) &= \{kei'(\lambda a)\}^2 + \{ker'(\lambda a)\}^2 \\ DEN_k(\lambda a) &= kei(\lambda a)ker'(\lambda a) - kei'(\lambda a)ker(\lambda a) \\ D &= Eh^3/12(1-\nu^2), \quad \lambda = \sqrt[4]{w/D} \end{aligned} \quad (3)$$

$a$  : 円形断面の半径、 $E$  : 海氷盤のヤング率、 $h$  : 海氷盤の厚さ、 $\nu$  : 海氷盤のポアソン比、  
 $w$  : 海水の単位体積重量、 $\Delta$  : 水位変動量、 $r$  : 円柱座標における中心軸からの距離

\* 学生会員 北海道大学大学院

\*\* 日立造船(株)

\*\*\* 島田建設(株)

\*\*\*\* パシフィックコンサルタンツ(株)

\*\*\*\*\* 正会員 北海道大学工学部 (札幌市北区北13条西8丁目)

### 3. 楕円形断面を有する直立構造物に作用する鉛直方向氷荷重

楕円形断面を有する直立構造物の周囲の海水盤は水位変動に伴ってたわみ、そして構造物に鉛直方向の氷荷重を及ぼす。その海水盤のたわみ  $W_e$  と氷荷重  $P_e$  を 2. で Kerr が円柱座標を用いたのに対して、木岡 4) は楕円柱座標を用いて次式のように表した。

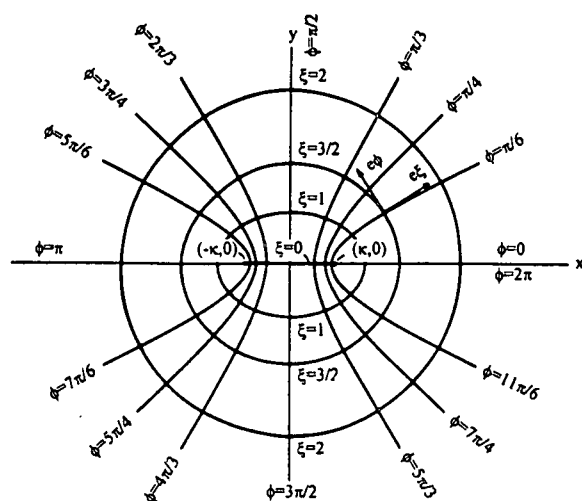
$$W_c = \frac{\Delta}{\text{DEN}_k(\lambda k e^u/2)} \left\{ -\text{kei}'(\lambda k e^u/2) \text{ker}(\lambda k e^5/2) + \text{ker}'(\lambda k e^u/2) \text{kei}(\lambda k e^5/2) \right\} \quad (4)$$

$$P_e = \pi k e^u D \lambda^3 \Delta \frac{DEN_n(\lambda k e^u / 2)}{DEN_k(\lambda k e^u / 2)} \quad (5)$$

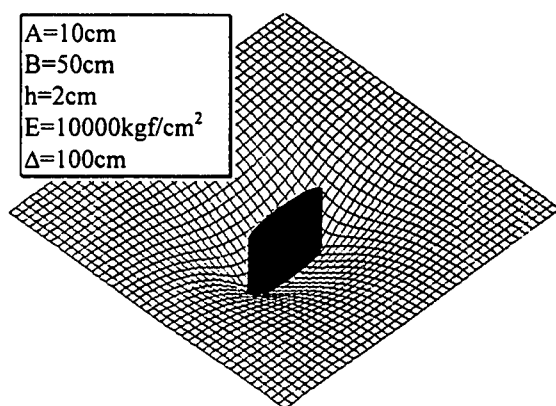
ここで、以下のように定義する。

$$\kappa = \sqrt{B^2 - A^2}, \quad u = \log \left\{ B/\kappa + \sqrt{(B/\kappa)^2 - 1} \right\} \quad (6)$$

$\kappa$  : 楕円形断面の焦点、 $A$  : 楕円形断面の短径、 $B$  : 楕円形断面の長径、

 $\xi$  : 橢円柱座標におけるパラメータ

(a) 橿田柱座標



(b)  $We$ の様子

図-1 楕円柱座標とWeの様子

図-1は、楕円柱座標と、式(4)の右辺に適当な値を代入して得られた、楕円形断面構造物の周囲の海氷盤のたわみ $W_e$ の様子を比較したものである。図-1(b)の $W_e$ が等しい点を結べば、 $\kappa$ を焦点とする共焦点楕円形曲線族が描かれ、構造物から無限に遠い所ではそれは円形曲線に近づく。

図-2は式(2)と式(5)を用いて円形断面構造物に作用する氷荷重 $P_c$ と楕円形断面構造物に作用する氷荷重 $P_e$ の比 $P_e/P_c$ を示したものである。ここで、両断面の面積は等しく、 $K=A/B$ （楕円形断面の短径と長径の比）とする。図から、海氷盤の強度や海水の水位変動量が同じであれば $P_e$ の方が大きく、 $K$ が1に近づけば（つまり楕円形断面が円形断面に近づけば）当然、 $P_e/P_c$ も1に近づく。また氷厚 $h$ が大きくなるにつれて、 $P_e/P_c$ が小さくなる。いずれにせよ $P_e/P_c$ には定量的に数パーセントの相違しか見られない。

しかし、この計算結果はいかなる海氷盤の破壊も生じないと仮定した上で導びかれている。実際の現象では、水位変動量がある程度大きくなると構造物と海氷盤の境界周囲あるいはその付近で海氷盤の曲げ破壊や海氷盤一構造物間の凍着破壊が起り、その時点での氷荷重が最大となる。円形断面は軸対称形なので構造物の境界周囲の海氷盤の応力分布が一樣なので海氷盤の初期の破壊個所は特定できないが、楕円形断面構造物の境界周囲では、海氷盤の曲げモーメント分布やせん断力分布が必ずしも一樣ではないので、海氷盤の初期の破壊は、応力が集中する個所（楕円形断面の境界線の曲率が大きい個所）で発生するものと予想される。したがって以下では、楕円形断面構造物の境界周囲の海氷盤の曲げ破壊及び海氷盤一構造物間の凍着破壊が起こる場合の、氷荷重の計算方法について述べる。

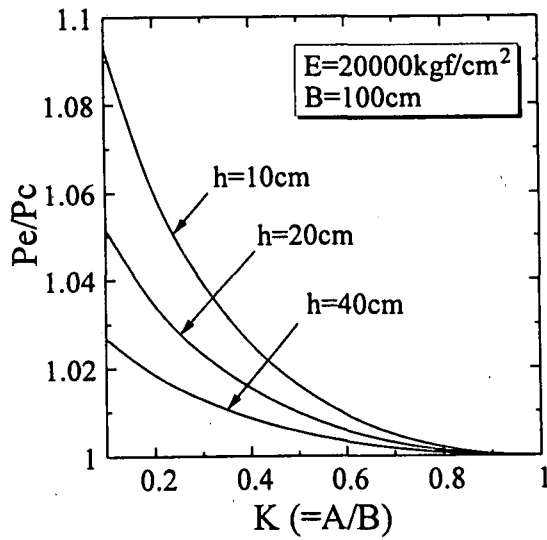


図-2 Pe/Pc

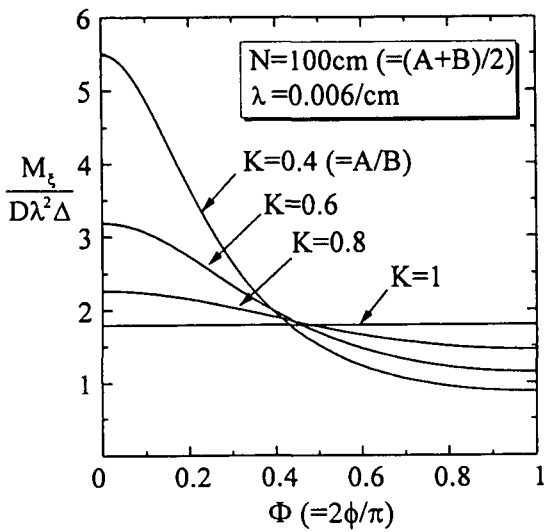
4. 海水盤の曲げ破壊が起こる場合の楕円形断面構造物に作用する氷荷重

海水盤の曲げモーメントの最大値は構造物との境界線上に現れることが計算上で分かっており、楕円形断面構造物の境界 ( $\xi=u$ ) で海水盤の曲げモーメントは次式で表される。ここで、 $M_\xi$  は  $\xi$  方向の曲げモーメント、 $\phi$  は楕円柱座標におけるパラメータとする。

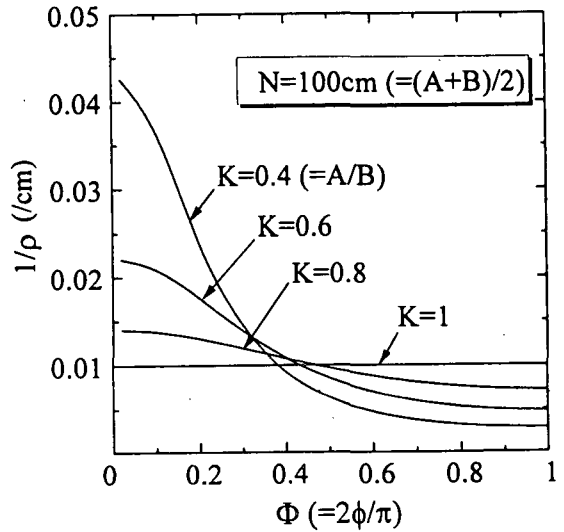
$$M_\xi = \frac{e^{2u} D \lambda^2 \Delta}{4(\sinh^2 u + \sin^2 \phi)} \frac{\ker(\lambda \kappa e^u / 2) \ker'(\lambda \kappa e^u / 2) + \operatorname{kei}(\lambda \kappa e^u / 2) \operatorname{kei}'(\lambda \kappa e^u / 2)}{\operatorname{DEN}_k(\lambda \kappa e^u / 2)} \quad (7)$$

また、楕円形断面の境界線の曲率  $1/\rho$  は次式で表される。

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\cosh u \sinh u}{\kappa(\sinh^2 u + \sin^2 \phi)^{3/2}} \quad (8)$$



(a)  $M_\xi$  の分布



(b)  $1/\rho$  の分布

図-3  $M_\xi$  の分布と  $1/\rho$  の分布の比較

図-3は式(7)と式(8)から楕円形断面構造物の境界周囲の海水盤の曲げモーメント  $M_\xi$  の分布と楕円形断面境界線の曲率  $1/\rho$  の比較を示すものである。ここで、 $\Phi = 2\phi/\pi$ 、 $N = (A+B)/2$  (楕円形断面の長径と短径の平均) とする。図-3(a)より、 $M_\xi$  は構造物の境界に沿って楕円形断面の長軸から短軸に向かうほど小さくなり、長軸上 ( $\Phi=0$ ) で最大、短軸上 ( $\Phi=1$ ) で最小となっている。また、 $K$  が 1 に近いほど  $M_\xi$  の分布形状は水平な

直線に近づく。つまり、断面形状が円形に近い楕円形になる程、境界周囲で $M\xi$ の分布は一様となる。このような傾向は図-3(b)の $1/\rho$ にも見られることから、 $M\xi$ の分布は $1/\rho$ の分布と相関していると言える。

ここで、長軸上( $\phi = 0$ )における $M\xi$ による海氷盤の曲げ応力が曲げ強度 $\sigma f$ に達した時に、曲げ破壊が起こる。この時の氷荷重 $P f$ 、水位変動量 $\Delta f$ は次式で表される。

$$P_f = \frac{2\pi\lambda\kappa\sigma_f h^2 \sinh^2 u}{3e^u} \frac{DEN_n(\lambda\kappa e^u/2)}{\ker(\lambda\kappa e^u/2)\ker'(\lambda\kappa e^u/2) + \operatorname{kei}(\lambda\kappa e^u/2)\operatorname{kei}'(\lambda\kappa e^u/2)} \quad (9)$$

$$\Delta_f = \frac{2\sigma_f h^2 \sinh^2 u}{3\lambda^2 De^{2u}} \frac{DEN_k(\lambda\kappa e^u/2)}{\ker(\lambda\kappa e^u/2)\ker'(\lambda\kappa e^u/2) + \operatorname{kei}(\lambda\kappa e^u/2)\operatorname{kei}'(\lambda\kappa e^u/2)} \quad (10)$$

式(5)から、曲げ破壊が起こらない場合の氷荷重 $P e$ は $N$ に依存するが $K$ には依存しない。つまり、 $N$ が一定であれば $P e$ は $K$ によらず一定である。しかし、式(9)から曲げ破壊が起こる場合の氷荷重 $P f$ は $K$ にも依存する。

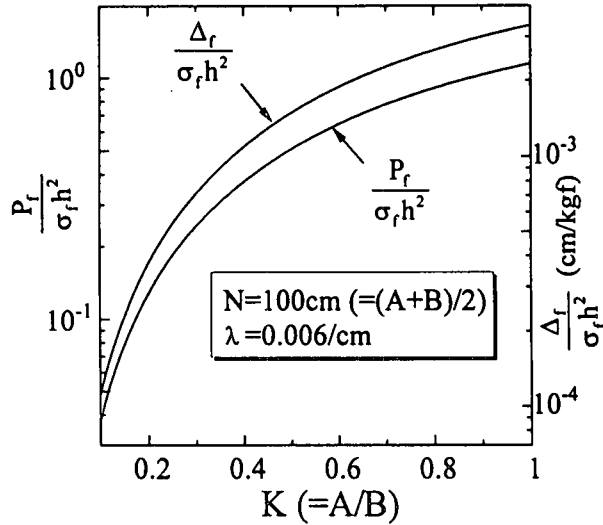


図-4  $N$ を一定とした場合の $P f$ または $\Delta f$ と $K$ の関係

図-4は $N$ を一定として、 $K$ の変化に対する $P f$ と $\Delta f$ の変化を示したものである。図から、 $K$ が小さくなる程、 $P f$ と $\Delta f$ も小さくなっている。つまり、 $N$ が同じ任意の楕円形断面構造物に作用する氷荷重は海氷盤の曲げ破壊が起こるまでは同じ大きさであるから、水位変動量が小さい現象の初期段階で海氷盤の曲げ破壊を起こさせて、氷荷重を軽減させるためには $K$ が小さな楕円形である程、有利な断面形状であるといえる。

#### 5. 海氷盤一構造物間の凍着破壊が起こる場合の楕円形断面構造物に作用する氷荷重

楕円形断面構造物の境界( $\xi = u$ )での海氷盤のせん断力は次式で表される。ここで、 $Q\xi$ は $\xi$ 方向のせん断力とする。

$$Q_\xi = \frac{-D\lambda^3 \Delta e^u}{2\sqrt{\sinh^2 u + \sin^2 \phi}} \frac{DEN_n(\lambda\kappa e^u/2)}{DEN_k(\lambda\kappa e^u/2)} \quad (11)$$

図-5は式(11)から楕円形断面構造物の境界周囲の海氷盤のせん断力 $Q\xi$ の分布を示したものである。図より、 $Q\xi$ は構造物の境界に沿って楕円形断面の長軸から短軸に向かうほど小さくなり、長軸上( $\Phi = 0$ )で最大、短軸上( $\Phi = 1$ )で最小となっている。また、 $K$ が1に近いほど $Q\xi$ の分布形状は水平な直線に近づく。つまり、断面形状が円形に近い楕円形になるほど、境界周囲で $Q\xi$ の分布は一様となる。このような傾向は図-3(b)の $1/\rho$ にも見られることから、 $Q\xi$ の分布は $M\xi$ の分布と同じく、 $1/\rho$ の分布と相関していると言える。

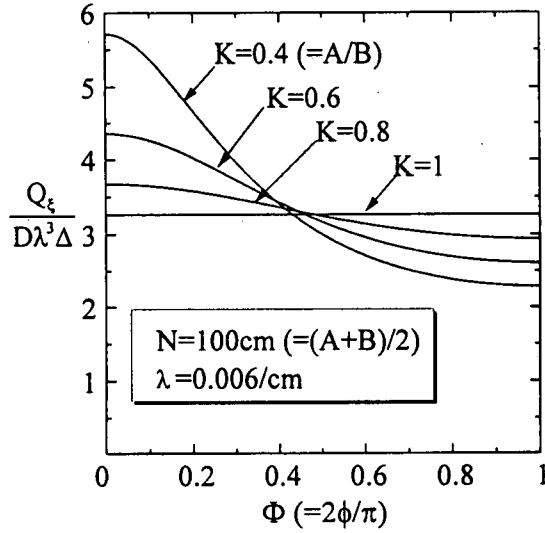


図-5  $Q\xi$  の分布

ここで、長軸上 ( $\phi = 0$ ) における  $Q\xi$  による海水盤のせん断応力が構造物と海水盤の凍着強度  $\tau_b$  に達した時に、凍着破壊が起こる。この時の氷荷重  $P_b$ 、水位変動量  $\Delta b$  は次式で表される。

$$P_b = 2\pi\kappa\tau_b h \sinh u \quad (12)$$

$$\Delta_b = \frac{2\tau_b h \sinh u}{\lambda^3 De^u} \frac{DEN_k(\lambda\kappa e^u/2)}{DEN_n(\lambda\kappa e^u/2)} \quad (13)$$

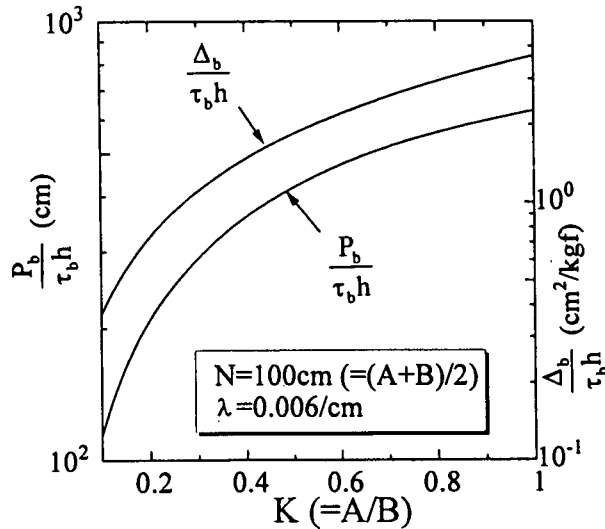


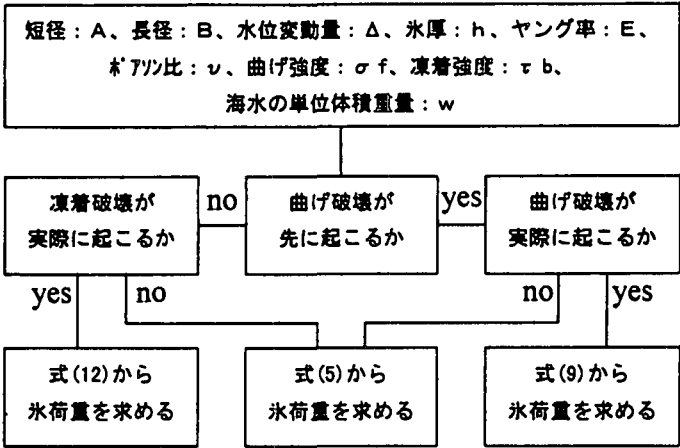
図-6  $N$  を一定とした場合の  $P_b$  または  $\Delta b$  と  $K$  の関係

図-6 は  $N$  を一定として、 $K$  の変化に対する  $P_b$  と  $\Delta b$  の変化を示したものである。図から、 $K$  が小さくなる程、 $P_b$  と  $\Delta b$  も小さくなっている。つまり、 $N$  が同じ任意の楕円形断面構造物に作用する氷荷重は海水盤—構造物間の凍着破壊が起こるまでは同じ大きさであるから、水位変動量が小さい現象の初期段階で海水盤—構造物間の凍着破壊を起こさせて、氷荷重を軽減させるためには  $K$  が小さな楕円形である程、有利な断面形状であると言える。以上の傾向は曲げ破壊が起こる場合のそれと似通っている。

#### 6. 楕円形断面を有する直立構造物に作用する鉛直方向氷荷重の計算手順

式(10)と式(13)から、楕円形断面構造物の周囲における海水盤の曲げ破壊と海水盤—構造物間の凍着破壊が同時に起こる場合には、海水盤の曲げ強度  $\sigma f$  と凍着強度  $\tau_b$  の比  $\sigma f / \tau_b$  は次式で表される

$$\frac{\sigma_f}{\tau_b} = \frac{3e''}{\lambda h \sinh u} \frac{\ker(\lambda \kappa e''/2) \ker'(\lambda \kappa e''/2) + \operatorname{kei}(\lambda \kappa e''/2) \operatorname{kei}'(\lambda \kappa e''/2)}{\operatorname{DEN}_n(\lambda \kappa e''/2)} \quad (14)$$



図ー 7 氷荷重の計算手順

図ー 7 は楕円形断面を有する直立構造物に作用する鉛直方向氷荷重を実際に計算するための、計算手順である。

(a) 先ず、計算の対象となる構造物の楕円形断面の短径 A と長径 B、海氷盤の氷厚 h とヤング率 E とポアソン比 ν と曲げ強度 σ f、構造物と海氷盤の間の凍着強度 τ b、海水の水位変動量 Δ と単位体積重量 w をそれぞれ求めておく。

(b) 次に、海氷盤の曲げ破壊と海氷盤－構造物間の凍着破壊のどちらが先に起こる可能性が高いか調べる。式(14)の σ f / τ b と右辺を計算して、σ f / τ b の値が右辺の値よりも小さければ曲げ破壊が先に起こり、大きければ凍着破壊が先に起こる可能性が高い。

(c) 凍着破壊が実際に起こるかどうか調べる。式(13)の Δ b を計算して、Δ がその値よりも大きければ実際に凍着破壊が起こるので、式(12)から氷荷重 P b を計算し、小さければ実際には凍着破壊が起こらないので、式(5)から氷荷重 P e を計算する。

(d) 曲げ破壊が実際に起こるかどうか調べる。式(10)の Δ f を計算して、Δ がその値よりも大きければ実際に曲げ破壊が起こるので、式(9)から氷荷重 P f を計算し、小さければ実際には曲げ破壊が起こらないので、式(5)から氷荷重 P e を計算する。

### 7. おわりに

海氷盤が直立構造物に凍着している時に、潮汐などによる水位変動に伴って、海氷盤の曲げ破壊または海氷盤－構造物間の凍着破壊が起こる場合、構造物の断面形状が楕円形であればその短径と長径の比がより小さくなる程（つまり、より細長い楕円形である程）、海氷盤の応力が部分的に集中するために、水位変動量が小さい現象の初期段階で、曲げ破壊または凍着破壊が起こる傾向が見られる。その結果、鉛直方向氷荷重が軽減されるであろう。このことから、氷荷重を軽減する上で、境界線の曲率が局所的に大きな断面を有する構造物が有利であると言える。

### 参考文献

- 1) A. D. Kerr; Ice Forces on Structures due to a Change of the Water Level, The Proceedings of Third International Symposium on Ice Problems (1975), pp 419-427.
- 2) 佐伯 浩・小野敏行・山田 満・尾崎 晃；直立杭構造物に作用する海氷の力に関する研究、第28回海岸工学講演会論文集(1981)、pp 396-400。
- 3) 中澤直樹・山田 満・浜中健一郎・佐伯 浩；直立円断面構造物に作用する鉛直方向氷力について、第 1 回寒地技術シンポジウム論文集(1985)、pp 150-155。
- 4) 木岡信治・西畑昭史・西槇秀如・佐伯 浩；円及び楕円断面を有する直立構造物に作用する鉛直方向氷荷重に関する研究、第11回寒地技術シンポジウム論文集(1995)、pp 320-325。