

運動方程式および連続の式に基づく透水礫層内外の水理特性の線形解析 A Linear Analysis of Wave Behaviour Outside /Inside Porous Medium

角野昇八*¹・山野恵一*²
Shohachi Kakuno and Keiichi Yamano

Water wave interactions with porous seabeds or breakwaters are investigated theoretically and experimentally. Solutions are obtained analytically by solving the linear equation of motion with the continuity equation in the porous medium and the fluid region instead of solving Laplace equation. Theoretical results are compared with existing analytical results and experimental data to show the validity of the present theory.

Keywords: porous medium, wave attenuation, reflection and transmission, equation of motion.

1. 緒言

透水礫層と水の波の干渉の問題は、捨石傾斜堤や人工リーフなどの堤体による波の変形の問題を考える際に現れ、その解析は実用上重要、かつ現象としても興味ある事柄である。この種の問題の解析は、線形解析および非線形解析ともにこれまでにいくつかの研究例がみられる。最近の例として、Gu et al. (1991)は線形解析を行い、泉宮ら(1989)は線形波動方程式を誘導して数値的に解いている。一方、出口ら(1988)は非線形解析解を求め、Somchaiら(1989)および磯部ら(1991)は非線形数値解析を行っている。これらのうちの解析解は、いずれも礫層内外に未知の速度ポテンシャルを設定し、それを種々の境界条件の下にラプラスの方程式を解くことによっている。

本研究では、それらとは異なり、Kobayashi et al. (1991)が海草場での波高減衰の解析に適用した手法を拡張して、礫層内外の領域を支配する運動方程式および連続の式より直接的に線形解析解を得ようとするものである。この手法によれば、礫層内での慣性抵抗および粘性抵抗を運動方程式中に外力項として明白な形で導入でき、理論式をとおした現象の理解が容易でかつ明解であるとともに、性状の異なる透水層からなる礫層内外の水理特性の解析などの複雑な条件の問題にも容易に拡張できる特徴があるものと思われる。

2. 理論

2-1. 問題の基本的定式化

全水深が $h+d$ の場に設置された無限長ないし有限長の厚さ d の礫層を対象とし、その内外の2次元波動場を考える。有限長の堤体は矩形断面とし、その堤体長を B とする(図-1(a),(b))。

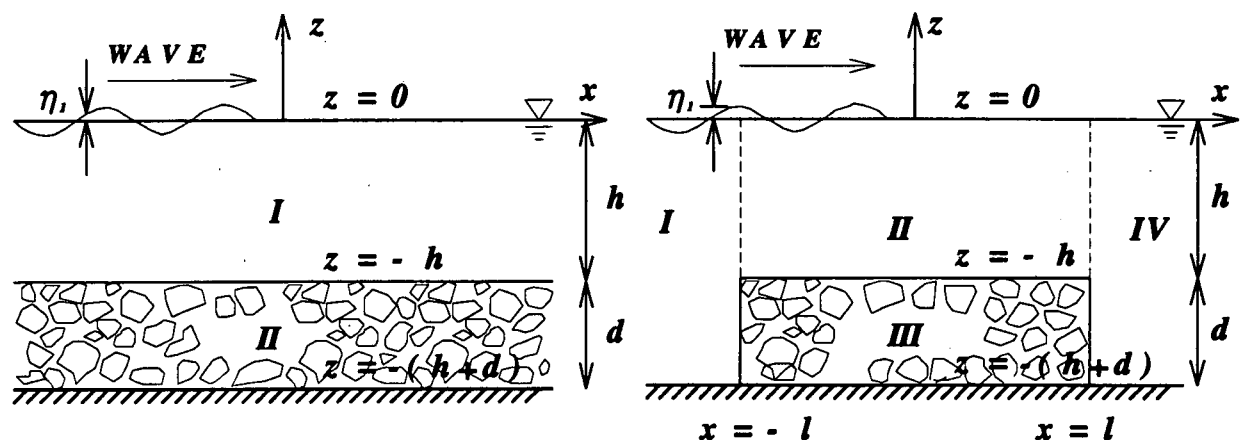


図-1(a),(b) 無限長透水礫層と有限長透水礫層

礫層は、代表粒径が d_{50} の礫で λ の空隙率で均質に充填されているものとする。このような場に x 軸を静水面に一致するように、 z 軸を堤体長さ中央(有限長の場合)より上向きにとり、波数 k 、角振動数 ω の微小振幅波 η

¹正会員 大阪市立大学工学部土木工学科 (〒558 大阪市住吉区杉本3-3-138)

² 大阪市港湾局

$$\eta = \frac{H}{2} \exp i(kx - \omega t) \quad (2.1)$$

がx軸の正の向きに入射するものとする。ここにHは波の振幅である。このような場で、線形運動方程式

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} - F_x, \quad \rho \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} - F_z \quad (2.2a, b)$$

および連続の式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.3)$$

さらに境界条件を全領域で満足するような水粒子速度(u , w)および圧力 p を求めて、対象の場の水理特性を決定する。ただしここに、 ρ は流体密度であり、 F_x , F_z はそれぞれ流体抵抗力のx, z方向成分である。また、礫層内の場合には、水粒子速度は空隙内平均流速(u^* , w^*)をとるものとする。それらの断面内平均流速(u , w)との関係は、

$$\lambda u^* = u, \quad \lambda w^* = w \quad (2.4)$$

となる。

なお、本解析において、圧力などのすべての水理量は波数 k および角振動数 ω で空間的および時間的に振動するような関数形($e^{i(kx - \omega t)}$)を仮定した。

以上の操作によって解を求める方法は容易であるが、詳細は山野(1996)を参照されたい。

2-2. 流体抵抗力

本解析で対象とする場に作用する流体抵抗力は、礫層の場で作用する付加質量力と非線形乱流抵抗力がある。すなわち、

$$F = F_M + F_D \quad (2.5)$$

前者は

$$F_{Mx} = \rho(1 - \lambda)C_M \frac{\partial u^*}{\partial t}, \quad F_{Mz} = \rho(1 - \lambda)C_M \frac{\partial w^*}{\partial t} \quad (2.6a, b)$$

と表すことができる。ここに、 C_M は付加質量係数である。上式を運動方程式(2.2)に代入すれば、断面平均流速に関する礫層内の運動方程式として

$$\rho S \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} - F_{Dx}, \quad \rho S \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} - F_{Dz}, \quad (S = \frac{1 + (1 - \lambda)C_M}{\lambda}) \quad (2.7a, b)$$

を得る。

また、後者はさらに、礫層内および礫層表面でのものがあるが、礫層内のはxおよびzのそれぞれの方

$$F_{Dx} = \frac{1}{2} \rho C_D (1 - \lambda) u \sqrt{u^2 + w^2}, \quad F_{Dz} = \frac{1}{2} \rho C_D (1 - \lambda) w \sqrt{u^2 + w^2} \quad (2.8a, b)$$

あるいは

$$F_{Dx} = \frac{1}{2} \rho C_D (1 - \lambda) u |u|, \quad F_{Dz} = \frac{1}{2} \rho C_D (1 - \lambda) w |w| \quad (2.9a, b)$$

と表す。ここに C_D は抗力係数であり、xおよびzの両方向に対して同じ値をとるものとし、ここではGu et al. (1991)にしたがい、

$$C_D = b_0 \frac{1}{\lambda^3 d_{50}}, \quad (b_0 = 1.0 \sim 2.2) \quad (2.10)$$

を採用する。一方、礫層表面での流体抵抗力は、Stephenson(1979)にならい、

$$F_b = \frac{1}{2} \rho C_D' k_1 (1 - \lambda) u_b |u_b|, \quad (C_D' = 0.8, \quad k_1 = 0.8) \quad (2.11)$$

で表す。ここに、 u_b は礫層水平表面での水粒子速度の水平成分、 k_1 は礫の形状による係数であるが、通常の礫形状の場合、上記の一定値をとるとされている。

上記の非線形乱流抵抗力を線形運動方程式中に導入するためには、抵抗力の形を線形化する必要がある。本研究では線形化表現として

$$F_{Dx} = \rho D_x u, \quad F_{Dz} = \rho D_z w \quad (2.12)$$

を採用した。式中の係数 D_x および D_z と抗力係数との関係は後述のローレンツの等価仕事の原理によるものとする。

2-3. 無限長礫層

無限長礫層の場合、自由水面($z=0$)での運動学的境界条件

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} = w_1, \quad z = 0 \quad (2.13)$$

ならびに力学的境界条件

$$p_1 = \rho g \eta_1, \quad z = 0 \quad (2.14)$$

のほか、礫層底での水粒子速度の鉛直成分が0となること、

$$w_2 = 0, \quad z = -(h + d) \quad (2.15)$$

さらに礫層と水域の水平境界で圧力と水粒子速度の鉛直成分の連続性

$$p_1 = p_2 \quad (2.16)$$

$$w_1 = w_2 \quad (2.17)$$

が満足されていなくてはならない。ここに g は重力加速度であり、添字は図-1(a)に示される各領域を表している。以上のうち、水面での運動学的境界条件より以下の分散関係式を得る。

$$\omega^2 = gk \frac{\Omega k \tanh kh + \beta \tanh \beta d}{\Omega k + \beta \tanh kh \tanh \beta d}, \quad (\Omega = \frac{S\omega + iD_z}{\omega}, \quad \beta = k \sqrt{\frac{S\omega + iD_z}{S\omega + iD_x}}) \quad (2.18)$$

ここに、波数の k は複素係数($k = k_r + ik_i$)であって、その虚部は乱流抵抗による効果を表している。式中には線形抵抗係数(D_x, D_z)が含まれているので、式(2.15)の関係を通じて D_x, D_z より k_i が決定されるようになっている。

本手法は解析的手法であるので、さまざまな現象をパラメトリックに一望することができる。その一例として図-2(a)は、無次元波数の実部($k_r/k_{(hid)}$ あるいは k_r/k_h)の空隙率 λ による変化の様子を見たものである。計算においては、 $d_{50}=3.49\text{cm}$, $C_M=0.1$ とした。無次元波数 k_r/k_h は、剛体の礫層に相当する $\lambda=0$ の場合において $k_r/k_h=1$ となり、 λ が大きくなるにつれて減少するのがわかる。同時に、別の無次元波数 $k_r/k_{(hid)}$ は、礫層の存在しない場合に相当する $\lambda=1$ の場合に $k_r/k_{(hid)}=1$ の値をとるとともに、 λ の減少に伴って増大することもある。ここで $\lambda=0$ における $k_r/k_{(hid)}$ の逆数の値は $\lambda=1$ における k_r/k_h の値に一致することに注意しておきたい。この k_r の変化の様子は、礫層の長さが無限、有限に関わらず同じである。一方、図-2(b)の破線は、無限長礫層において、無次元波数の虚部($k_i/(\omega^2/g)$)の空隙率 λ による変化の様子を見たものである。計算における抵抗力の表現は式(2.8)により、また、 $b_0=1.8$ とした。この図においては、 $\lambda=0$ および $\lambda=1$ の場合に $k_i=0$ となるのは当然であるが、エネルギー減衰の程度が最大となって k_i が最大となるのは、この条件ではほぼ $\lambda=0.3\sim 0.4$ の空隙率にあることがわかる。

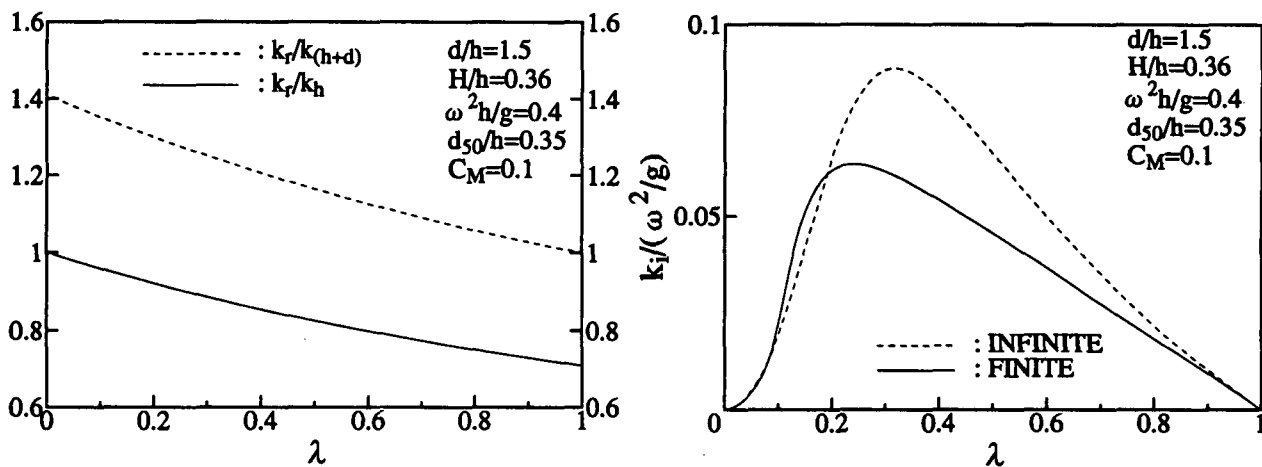


図-2(a), (b) 空隙率による複素波数の実部 k_r と虚部 k_i の変化

2-4. 有限長礫層

有限長礫層の場合の解析も無限長の場合と基本的に同様であるが、この場合には図-1(b)の領域Ⅰと領域ⅡおよびⅢ、また領域Ⅳと領域ⅡおよびⅢのそれぞれ鉛直境界上($x=\pm B/2$, $z=-(h+d)\sim 0$)の各点で水粒子速度の水平成分と圧力の連続性が満足されていなくてはならない。本解析では、この連続の条件は礫層両端での水粒子速度あるいは圧力の鉛直境界面全体にわたる積分値が連続となるようにして満足させた。また、礫層上の領域Ⅱでは、冲向き、岸向きの2種類の波を考える必要がある。

ここで得られる分散関係式は、礫層の存在しない領域ⅠおよびⅣに対しては、通常の

$$\omega^2 = gk_{1,4} \tanh k_{1,4}(h+d) \quad (2.19)$$

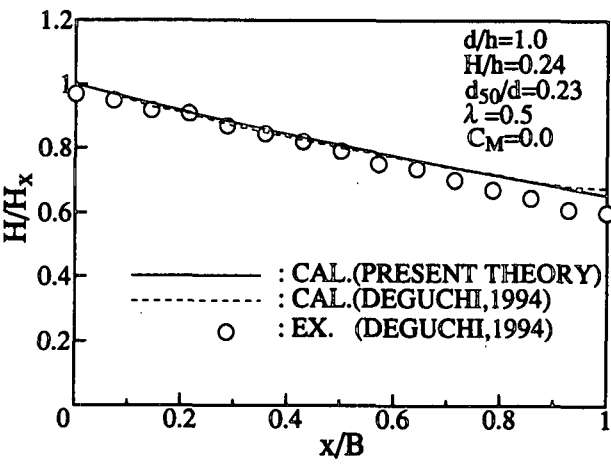
であり、礫層の存在する領域ⅡおよびⅢに対しては、無限長礫層の式(2.18)と同じとなる。ただし、後述の線形抵抗係数の決定操作において、それに関わる圧力などの量が有限長礫層と無限長礫層とでは異なるので、同じ非線形抵抗係数であっても線形抵抗係数は異なったものとなり、さらに複素波数の虚部 k_i も異なった値となることに注意する必要がある。たとえば図-2(b)中の実線は無限長の場合と同条件下にある堤体長 $B=2.75\text{m}$ の有限長礫層の場合の k_i の結果を表しているが、明らかに無限長の場合と異なった値をとり、 k_i が最大となるのは $\lambda=0.2\sim 0.3$ の空隙率となっている。

2-5. 線形抵抗係数の決定

理論中の線形抵抗係数 D_x, D_z を非線形抵抗力係数 C_D および C_D' より決定する方法は、まず礫層内および表面での非線形抵抗を含む運動方程式に流速を乗じて水深方向に積分する。同様に、その操作を線形抵抗を含む運動方程式に対しても行い、それぞれの結果の堤体単位長さあたりの時間平均値を等値することにより得た。

3. 既往の理論値・実験値との比較

本手法の妥当性の確認のため、まず、本手法による計算値と出口(1994)による計算値および実験値と比較した。出口の実験は、 $d_{50}=3.07\text{cm}$ の碎石を2次元水槽内の水深15cmの水底下に厚み15cmで長さ3.5mにわたって空隙率 $\lambda=0.5$ で敷き詰め、その礫層上の周期 $T=1.0\text{sec}$ および入射波高 $H=3.6\text{cm}$ の波の波高減衰を見たものである。したがって、現象は無限長礫層上のものとなっていると考えられる。図-3に比較の一例を示す。分布波高 H_x は礫層沖側端波高で無次元化してある。無限長礫層とした本手法による計算値は既往の計算値および実験値とよく合致しているのがわかる。この場合の本手法の計算における C_d の値および非線形抵抗力の表現は、出口と同様に $C_d=0$ および式(2.9)の表現によった。また、礫層表面での抵抗は考慮していない。なお、式(2.10)中の b_0 は $b_0=1.1$ にとった。



4. 実験による検証

図-3 出口(1994)による解析解および実験値との比較

本手法の妥当性の確認をするための実験を行った。実験は、造波水槽床上に長さ2.75mの礫層堤体を設置し、その上の実波高および基本周波数成分の分布の測定とともに、堤体の反射率および透過率の測定を行って計算値と比較した。礫の平均粒径は $d_{50}=3.49\text{cm}$ であり、空隙率は $\lambda=0.4$ であった。この断面形状より、この礫層は有限長礫層堤体に相当すると考えられる。使用した水槽は、実波高の減衰と反射率・透過率の測定用には長さ20mの造波水槽を用い、基本周波数成分の減衰と反射率・透過率の測定には長さ50mの造波水槽を用いた。実波高は、堤体上の水面の時間変化曲線よりゼロアップクロス法で求め、基本周波数成分は同じくフーリエ分解した結果より求めた。計算は、有限長礫層とし、式(2.8)の抵抗力の表現を用いて礫層表面抵抗力を考慮したものとし、ないもの(CASE AあるいはB)とした。式(2.9)の表現による計算結果は式(2.8)によるものとほとんど変わらなかったのこでは示していない。計算における係数値は、 $C_d=0.1$ および $b_0=1.8$ とした。

4-1. 礫層上波高分布

図-4(a), (b)は、実波高と基本周波数成分の堤体上分布の理論値と実験値の比較の例(礫層堤体天端水深 $h=15\text{cm}$, $T=1.0\text{sec}$ および $T=1.5\text{sec}$)である。また、図-5(a), (b)は、 $h=10\text{cm}$ の同様の例である。両図とも、分布波高 H_x は堤体沖側端波高で無次元化して表してある。周期が $T=1.5\text{sec}$ の場合の実波高の分布を除いて計算値と実験値は全体にほぼ合致していて本手法の妥当性が示されている。表面での抵抗力の影響はわずかであることもわかる。 $T=1.5\text{sec}$ の場合の実波高の分布が計算値の周囲に大きくばらつくのは、波が堤体上で高周波数成分に分裂するためと考えられる。

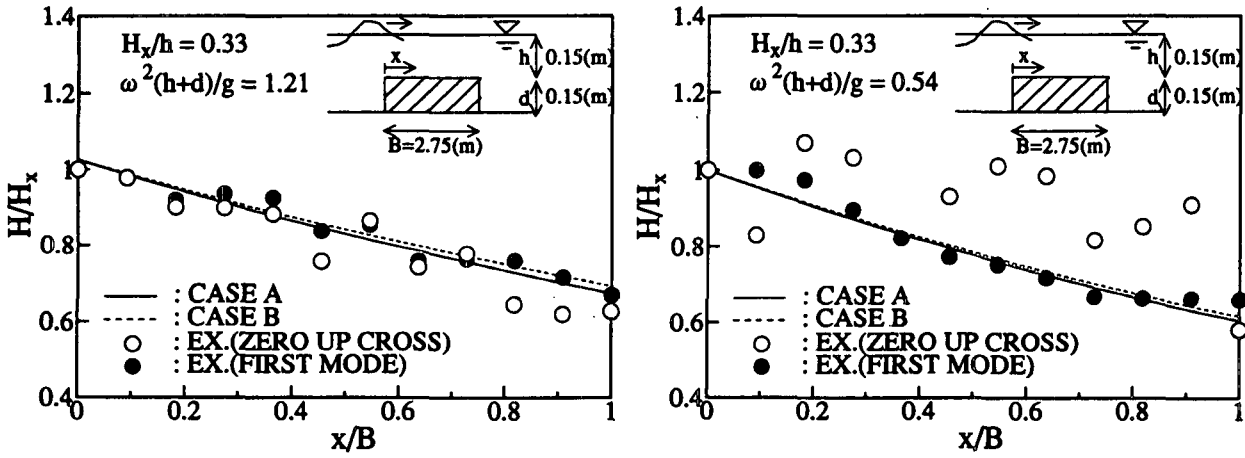


図-4(a), (b) 実波高および基本周波数成分の堤体上分布($h=15\text{cm}$)

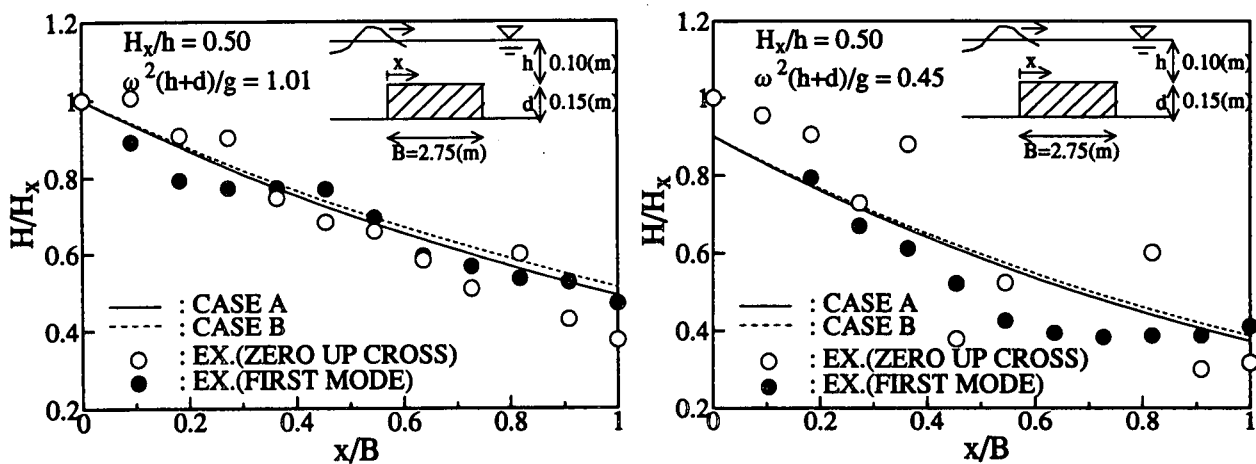


図-5(a), (b) 実波高および基本周波数成分の堤体上分布($h=10\text{cm}$)

4-2. 反射率および透過率

反射率および透過率に関する理論値と実験値との比較の例を図-6(a), (b), (c)に波形勾配別に示した。この場合にも理論値は実験値とほぼ合致して、この堤体の低反射・高透過の特性がほぼ正確に表現されている。また、反射率および透過率に与える表面抵抗力の影響も小さい。ただし、反射率の実験値は理論値と異なり、相対水深に相当する横軸に対して振動する傾向が見られない点が異なっている。この理由については不明である。

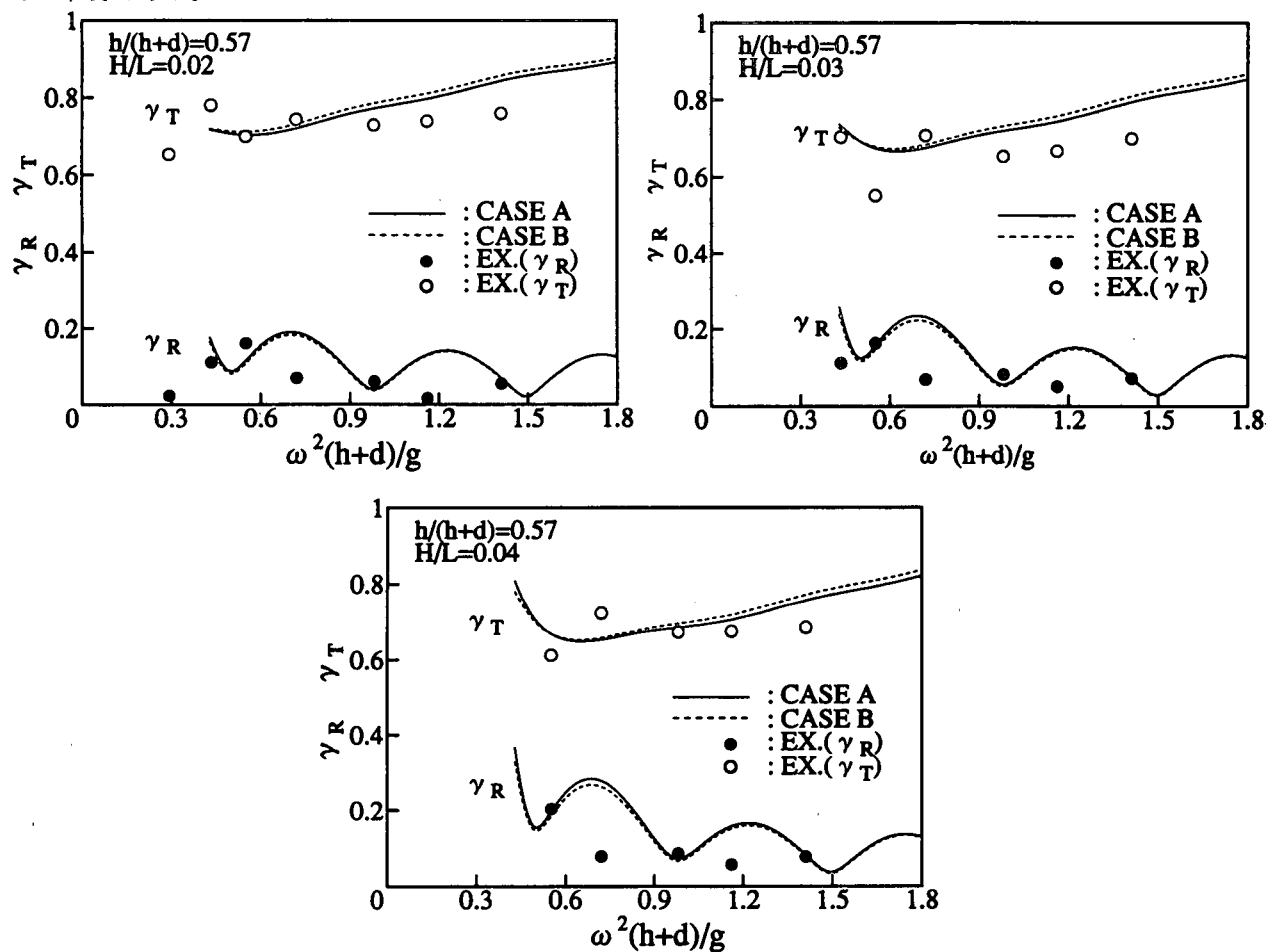


図-6(a), (b), (c) 礫層堤体の反射率と透過率

5. 結言

運動方程式および連続の式を直接的に解く方法により、礫層内外の波浪分布の線形解析手法を示した。実験値との比較により、本手法の基本的な妥当性は検証できた。しかしながら、式中の係数値に模型断面、礫特性、模型縮尺などによる不確定性が残されていて、その解明については今後の課題と思われる。

参考文献

- 1) 泉宮尊司・遠藤雅人(1989)：潜堤および透過性構造物のある海浜における波動場解析、*海岸工学論文集*、第36巻、648-642.
- 2) 磯部雅彦・芝和彦・Eric Cruz Cruz・渡辺晃(1991)：透過潜堤による非線形波浪変形について、*海岸工学論文集*、第38巻、551-555.
- 3) Somchai Rojanakamthorn・磯部雅彦・渡辺晃(1989)：透過潜堤による波浪変形の解析モデル、*海岸工学論文集*、第36巻、643-647.
- 4) 出口一郎・榎木亨・白谷宏司(1988)：透水層上の波浪変形に対する非線形非定常ダルシー則の適用性について、*第35回海岸工学講演会論文集*、487-491.
- 5) 榎木亨・出口一郎・岡原義典(1989)：幅広潜堤の波浪減衰効果とその縮尺効果について透て、*海岸工学講演会論文集*、第36巻、633-637.
- 6) 出口一郎(1994)：透過性構造物による波の変形、*1994年度(第30回)水工学に関する夏期研修会講義集(B)*、7-1-7-16.
- 7) 山野恵一(1996)：一様水深波動場における透水礫層内外の水理特性の解析、*大阪市立大学工学研究科修士論文*.
- 8) Gu, Z. and Wang, H. (1991): Gravity waves over porous bottoms, *Coastal engineering*, **15**, 497-524.
- 9) Kobayashi, N., Raiche, A. W., and Asano, T. (1991): Prediction of wave attenuation by vegetation and seaweed, *Research Report of the Center for Applied Coastal Research*, No. CACR-91-07, 175-213.
- 10) Stephenson, D. (1979): *Rockfill in Hydraulic Engineering*, Elsevier.