

浮体の波浪動揺に及ぼす係留系の非線形効果について

Nonlinear effect of catenary moorings on the floating body dynamics

中村孝幸*・レイ フウ クイ**・大森禎敏***
Takayuki Nakamura*, Quy Huu Le** and Sadatoshi Ohmori***

The time-domain analysis of the floating body dynamics in shallow water is developed based on the Green's function method. A practical method for evaluating hydrodynamic forces on a two-dimensional floating body is presented in detail. Using the numerical procedure developed here, the effect of nonlinearity of catenary mooring on the dynamics of a rectangular dock is examined. Specifically, the linearized result based on the frequency-domain analysis is compared with the one by the time-domain analysis. Also, the estimation of the equivalent spring stiffness appropriate to the frequency domain analysis is examined extensively. Finally, a series of model tests is carried out to verify the time-domain analysis and also the estimation method of the equivalent spring stiffness.

Key words : Floating body dynamics, Time-domain analysis, Catenary mooring, Nonlinear effect

1. まえがき

浮体の係留には、一般にチェーンやケーブルがよく使用される。このような係留ラインはカテナリー性状を示すことや、その復元力特性は緊張状態になると強い非線形性を呈することが知られている¹⁾。一方、浮体の波浪動揺の解析は、大きく分類して、時間領域の解析法と周波数領域のそれの2種類があり²⁾、後者の方が簡単であることから、一般によく利用されている。しかしながら、周波数領域の解析法では、動揺変位として調和振動解を仮定していることから、上記したような係留索の非線形性を直接的に考慮して動揺変位などを求めることが困難である。時間領域での浮体動揺の解析法は、既に造船の分野を中心に各種の手法が開発されており、周波数領域での算定結果をフーリエ変換して用いる間接法³⁾がよく知られている。ここでは、特に浅海域にカテナリー係留された2次元浮体を対象にして、時間領域での動揺変位の解析法を係留系の非線形性を考慮して展開すると共に、その適用性を水理模型実験との比較から検証する。この際、動的流体力の算定には、効率的なグリーン関数法に基づく解析法を採用した。また、従来よりの周波数領域での解析法による算定も行い、便宜的に周波数領域の解析法を用いるときの、係留系の等価線形バネ常数の設定法などを考察する。

2. 浮体の動揺解析法

2.1 時間領域における解析法

時間領域における浮体の波浪動揺の解析法は、長周期動揺を含む、不規則波に対する最大応答変位の予測などを目的として開発されてきた。この解析法の基礎は、Cummins⁴⁾により与えられ、従来よりの周波数領域の結果との関係なども示されている。近年においては、時間領域問題を直接的に取り扱う、いわゆる時間依存型のグリーン関数法による解析法⁵⁾も知られるようになってきている。ここでは、周波数領域における解析法を用いて、各周波数に対する動的流体力を求めた後に、それをフーリエ変換して時間領域での動的流体力の表現に変換する間接法を採用した。

一般的に、図-1に示すような2次元浮体の時間領域での運動方程式は、動的流体力や係留復元力などを考慮して、次式で示される。

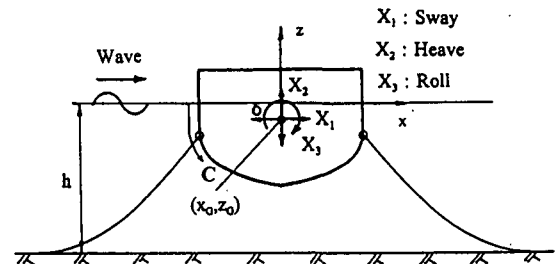


図-1 解析モデルおよび座標系

$$(M + m^\infty) \ddot{\mathbf{X}} + \int_{-\infty}^t \lambda(t-\tau) \ddot{\mathbf{X}}(\tau) d\tau + \mathbf{K}_H \mathbf{X} + \mathbf{F}_K = \mathbf{F}^E \quad (1)$$

ここに、 M : 浮体の質量および重心まわりの慣性モーメントを要素とする質量マトリックス、 m^∞ : 浮体の付加質量マトリックスであるが、ただし運動周波数が無限大のときの水表面の境界条件に相当する、水面上で速度ポテンシャル $\phi=0$ の条件を用いて得られる値である。 $\mathbf{X}$: 浮体の動揺加速度マトリックス、 λ : メモリー影響関数と呼ばれる量で、浮体の瞬時運動後の遷移状態下における動的流体力のマトリックスを表す。 $\mathbf{K}_H \mathbf{X}$: 動揺変位マトリックス $\mathbf{X}$ に比例する静水力学的な復元力で、自重による影響も含むものとしており、 $\mathbf{K}_H$ がその比例常数

* 正会員 愛媛大学工学部土木海洋工学科 (790 松山市文京町3)

** ベトナム運輸通信省

*** 学生会員 愛媛大学大学院

マトリックスである。 F_K :係留系による復元力マトリックス、 F^e :浮体(平衡時)に作用する波力である。なお、ここでは断面2次元浮体を想定していることから、運動モードとしては図-1に示すようにSway、Heave、Rollの3つで、上記のマトリックスは(3×3)の正方マトリックスか(3×1)のコラムマトリックスになる。

メモリー影響関数 λ は、既にCummins⁴⁾により示されているように、従来の周波数領域の解析で現れる動的流体力項とフーリエ変換対の関係にあり、インパルス応答関数に相当する。すなわち、周波数領域の解析において、角振動数 ω の調和振動を仮定して求められる動的流体力係数、付加質量および造波減衰マトリックスをそれぞれ $m(\omega)$ 、 $D(\omega)$ と定義すると、上記のメモリー影響関数 λ は、これらの量と次式の関係がある。

$$\lambda(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{D(\omega)}{\omega} \sin \omega t d\omega \quad (2)$$

$$\lambda(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty (m(\omega) - m^\infty) \cos \omega t d\omega \quad (3)$$

一般的には、どちらの式を用いても λ が求められるが、数値解析による算定では、後者の式を用いる方が算定上の安定性は良いようである。

このように、間接法による時間領域の解析では、 m^∞ を除くと、各振動数に対する周波数領域での浮体に作用する動的流体力が必要とされる。また、 m^∞ についても、周波数領域での解析で想定されている、水面上での線形化された自由表面の境界条件の代わりに、上述したように単に水面上で $\phi=0$ の条件を用いれば、類似した算定法に基づき求めることができる。

2. 2 グリーン関数法による動的流体力の算定法

(1) 調和振動を想定したときの動的流体力の算定法(周波数領域での動的流体力): 浮体の調和振動を想定した、いわゆる周波数領域での動的流体力の算定法としては、各種の数値解析法がある。ここでは、浅海条件を対象にして、効率的な算定が行える2次元波動場のグリーン関数を核関数とする湧き出し分布法⁶⁾を用いた。これによると、2次元浮体の各運動モード方向への単位振幅運動による発散波ポテンシャルのマトリックス ϕ_R (= $[\phi_{R1}, \phi_{R2}, \phi_{R3}]$, 下添え字1, 2, 3は、それぞれSway、Heave、Rollの運動モードに対応)は、次式のように表せる。

$$\phi_R(x, z) = \int_C f_R(\xi, \zeta) G(x, z; \xi, \zeta) dC(\xi, \zeta) \quad (4)$$

ただし、この表現では調和振動項 $e^{i\omega t}$ は省略してある。また、 $f_R(\xi, \zeta)$: 浮体の断面曲線C上の点 (ξ, ζ) に置く湧き出し強さのマトリックスで、 ϕ_R と同様に運動モードに対応して3成分よりなる。 $G(x, z; \xi, \zeta)$: C上の点 (ξ, ζ) に置かれた2次元波動場のグリーン関数で、既にJohn⁷⁾により求められている。

未知関数である湧き出し強さ $f_R(\xi, \zeta)$ は、浮体の没水表面上での運動学的な境界条件を表す次式の積分方程式を解いて決定できる。

$$\int_C f_R(\xi, \zeta) \frac{\partial G(x, z; \xi, \zeta)}{\partial n(x, z)} dC(\xi, \zeta) = U(x, z) \quad (x, z) \text{ on } C \quad (5)$$

ここに、 $\partial/\partial n$: 没水表面C上での法線微分、 U : C上での単位法線および回転ベクトルを成分とするマトリックスで、次式で定義される。

$$U(x, z) = [n_x, n_z, \{(z - z_0)n_x - (x - x_0)n_z\}] \quad (6)$$

ここに、 (n_x, n_z) : 単位法線ベクトルのx, z成分、 (x_0, z_0) : 浮体の重心座標である。

前出の付加質量 $m(\omega)$ および造波減衰 $D(\omega)$ は、発散波による没水表面上での変動圧力振幅を各モード方向別にベクトル和することで求められ、次式で算定できる。

$$m(\omega) + i\omega D(\omega) = \rho \int_C \phi_R(x, z) U(x, z) dC(x, z) \quad (7)$$

ただし、 i :虚数単位、 ρ :流体密度である。

(2) m^∞ の算定法: 瞬時運動に対する付加質量 m^∞ は、上記の定常状態下での境界値問題に比較すると、単に水面上での境界条件だけを瞬時運動に対応する $\phi=0$ に変更するだけでよい。ここでも、上記の定常波動問題の解析と同様に湧き出し分布法を用いて m^∞ を求めてみた。このような手法では、想定している流体場のグリーン関数が必要になる。想定している流体場の境界条件は、①水表面で $\phi=0$ 、②水底で $\partial\phi/\partial z=0$ 、③無限遠方で流体運動は静止、④浮体の没水表面上での運動学的な境界条件の4つである。浮体の断面形状は任意であるから、④の条件を除く残りの条件を満足するグリーン関数 G^* を求めればよい。すなわち、 G^* は、2次元の無限流体場の湧き出し関数 ($=\ln r/2\pi$; $r=\{(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2\}^{1/2}$) を基礎解として、水表面および水底の境界条件を満足するように鏡像原理を利用すれば求められ、次式のようになる。

$$G^*(x,z;\xi,\zeta) = \frac{1}{4\pi} \{ \ln[(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2] - \ln[(x-\xi)^2+(z+\zeta)^2] \} \\ + \frac{1}{4\pi} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \left\{ \ln \left[\left(\frac{x-\xi}{2mh} \right)^2 + \left(\frac{z-\zeta}{2mh} + 1 \right)^2 \right] - \ln \left[\left(\frac{x-\xi}{2mh} \right)^2 + \left(\frac{z+\zeta}{2mh} + 1 \right)^2 \right] \right\} \\ + \frac{1}{4\pi} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \left\{ \ln \left[\left(\frac{x-\xi}{2mh} \right)^2 + \left(\frac{z-\zeta}{2mh} - 1 \right)^2 \right] - \ln \left[\left(\frac{x-\xi}{2mh} \right)^2 + \left(\frac{z+\zeta}{2mh} - 1 \right)^2 \right] \right\} \quad (8)$$

ここに、 h :水深である。そして、このときの速度ポテンシャル ϕ^* は、式(4)で $G=G^*$ 、 $f_R=f_R^*$ と変更した式により求められる。また、未知関数である湧き出し強さ f_R^* は、同様の変更を施した式(6)を解いて決定できる。また、瞬時運動に対する付加質量力は、 ϕ^* を用いて没水表面上の圧力を各モード方向に積分することで求められ、このときの付加質量 m^∞ は、次式により与えられる。

$$m^\infty = \rho \int_C \phi_R^*(x,z) U(x,z) dC(x,z) \quad (9)$$

2. 3 係留復元力の算定法

ここでは、チェーン係留を想定して、係留反力の算定にはカタナリ理論¹⁾および庄司によるラインの弾性変形を近似的に考慮した修正カタナリ理論⁸⁾の両者を採用した。これらの理論でのカタナリ曲線の方程式は、以下の式で示される。

$$\bar{z} = \frac{T_H}{w} \left[\cosh \left(\frac{w}{T_H} \bar{x} \right) - 1 \right] \quad (10)$$

$$\bar{z} = \frac{T_H}{w} \left[\cosh \left(\frac{w}{T_H} \bar{x} - \frac{wS}{EA} \right) - 1 \right] + \frac{T_H^2}{2EAw} \sinh^2 \left(\frac{w}{T_H} \bar{x} - \frac{wS}{EA} \right) \quad (11)$$

ここに、 w :ラインの単位長あたりの水中重量、 T_H :ライン張力の水平成分、 E :ラインのヤング係数、 A :ラインの断面積、残りの変数の定義は、図-2に示すとおりである。また、ライン張力の鉛直成分 T_V は、ラインの垂れ下がり長さを考えて求められる。そして、1本のチェーンラインによる係留点での水平反力は、ライン長やその水平および鉛直射影長などを入力として、式(10)、(11)の超越方程式をニュートン法などにより近似的に解くことにより推定できる。詳細については、文献1), 8)を参照されたい。また、このような解析に基づき、係留ラインの等価線形バネ常数を推定できる⁷⁾。ただし、係留点の水平や鉛直移動に伴い、式(10)、(11)で示されるカタナリ曲線が変化するため、バネ常数も変化することになる。従来これは接線バネ常数で

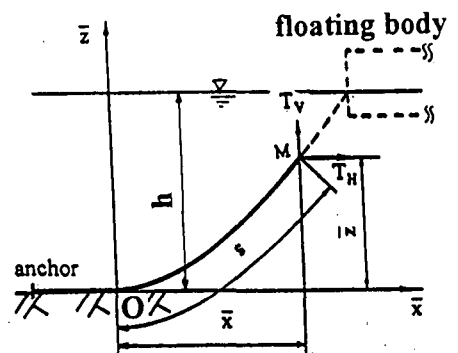


図-2 カテナリ係留およびその座標系

与えられてきており、ここでも等価線形バネ常数には同様の定義を採用した。

一方、浮体は、一般的に複数のラインで係留されるため、係留系全体としての復元力および等価線形バネ常数が必要とされる。これは、浮体の重心と係留点の相対的な位置関係やラインの展長方向などを考慮して、各ラインによる係留反力やバネ常数をベクトル合成和することで求められる。

2. 4 振動方程式の解法

係留点の水平や鉛直移動に伴い係留反力が非線形に変化する状況下で、式(1)の振動方程式を解くには、数値積分による方法しかない。ここでは、従来において非線形復元力をもつ振動系の解析によく用いられている線形加速度法⁹⁾を用いた。このとき、問題点としては、数値解の収束性があり、この収束性は採用する時間ステップおよび復元力の非線形性の両者に強く依存している。後述するように、チェーンラインによる復元力は、ラインの形状がほぼ直線に近い緊張状態になると、ラインの弾性変形を考慮しない理論ではその復元力は無限大に近づく。また、線形加速度法では、動揺加速度を仮定して動揺変位を推定するという道順を経ることから、数値解の反復計算過程において、幾何学的に不可能なライン形状を推定する場合もあり、このとき数値解は発散することになる。このような数値解析的な困難さは、特にラインが緊張状態に近いときに現れやすい。そして、このような困難さを解決する方法の一つとしては、上記で紹介したようなラインの弾性変形を考慮した修正カテナリ理論による係留復元力の算定が挙げられ、本研究では、以下の波浪動揺の算定に当たり、修正カテナリ理論に基づき係留復元力を求めた。

3. 実験装置および実験方法

実験では、現地の1/25の模型浮体を製作して、動揺変位やチェーンラインの張力などを測定した。模型浮体および波高計の設置状況を図-3に示す。このときの浮体およびチェーンラインの緒元を現地量と併せて表-1に示す。実験では、図-3に示す計4台の波高計により、入射波、反射波および透過波を測定した。また、チェーンラインの張力は、浮体の係留点に設けたリングゲージを用いて測定した。浮体の動揺変位は、水槽側面よりビデオカメラで、浮体側面に設けたマークの移動を撮影して観測した。

実験に採用した波条件は、周期 T が0.7～2.3secの範囲の9種類、入射波の波高 H がほぼ2.5cm、5cm、7cmの3種類である。

4. 実験結果および算定結果

4. 1 チェーンラインの反力特性

図-4は、チェーンラインの浮体係留点における張力の測定結果とカテナリ理論による算定結果の比較を示すもので、浮体を水平方向に変位させたときの結果である。図中には、チェーンラインの弾性変形を考慮した修正カテナリ理論による結

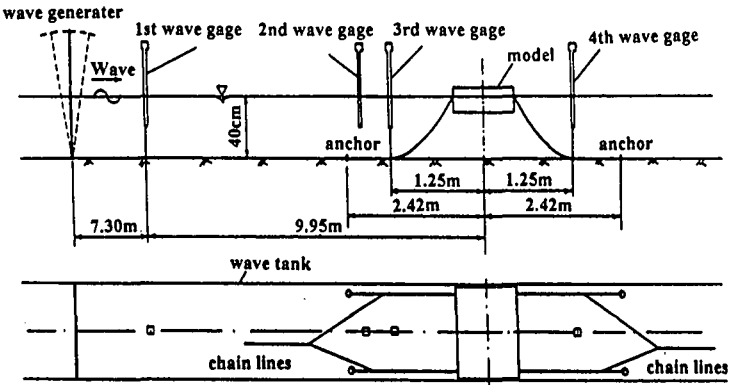


図-3 実験状況

表-1 浮体の動的諸量および係留ラインの諸量

		Prototype	1/25 Model
Floating body	length l	25.0 m	99.0 cm
	width B	11.3 m	45.0 cm
	height D_H	3.8 m	15.0 cm
	draft d_b	0.8 m	3.3 cm
	weight W_b	260.9 tf	16.7 kgf
	center of gravity z_g (above a.w.l.)	0.3 m	1.1 cm
Catenary	radius of gyration r_g	4.1 m	16.2 cm
	weight per unit length in water w	300.0 kgf/m	4.8 gf/cm
	total length S	86.5 m	346.0 cm
	horizontal offset $\bar{x}_c$	60.6 m	242.5 cm
	vertical offset $\bar{z}_c$	10.0 m	40.0 cm

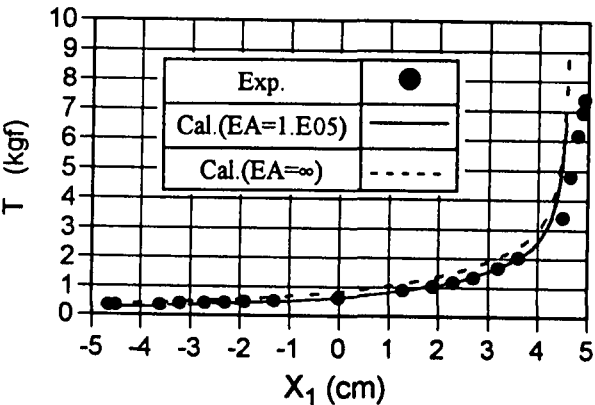


図-4 水平移動による浮体係留点での張力変化

果についても併せ示してある。この図より、チェーンラインの張力は、浮体の移動距離に伴い急激に増加するなど強い非線形性を呈することがわかる。また、その張力変化はほぼカテナリ理論で推定できることや測定結果は弾性変形を考慮した算定結果により近くなっている。なお、EAは、実験に用いたチェーンラインの諸量に基づき推定した値($=1.0 \times 10^5 \text{ kgf}$)とした。

次に図-5は、上記の結果に基づき求めた等価線形バネ常数 K_{11} （水平方向への単位変位による水平方向へ復元力）の結果を示すもので、チェーンラインは強い非線形バネ特性を持つことが再確認できる。

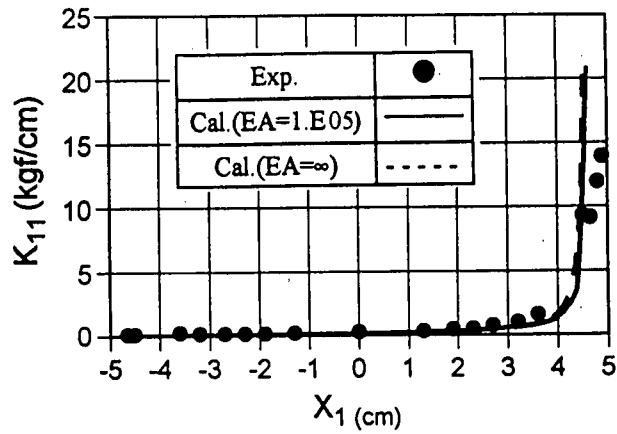


図-5 チェーンラインの等価線形バネ常数

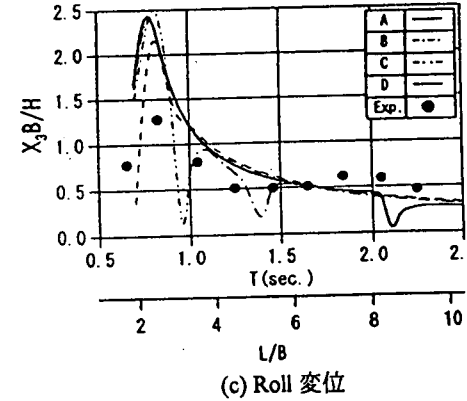
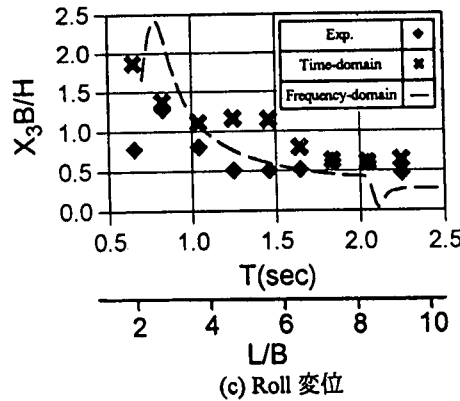
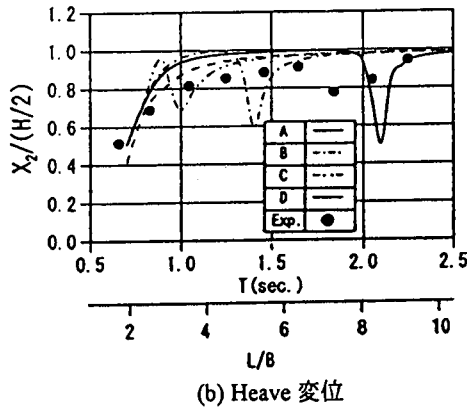
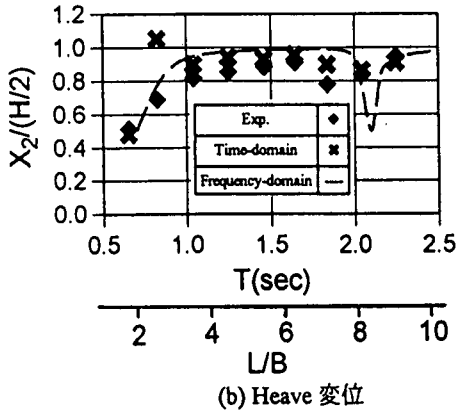
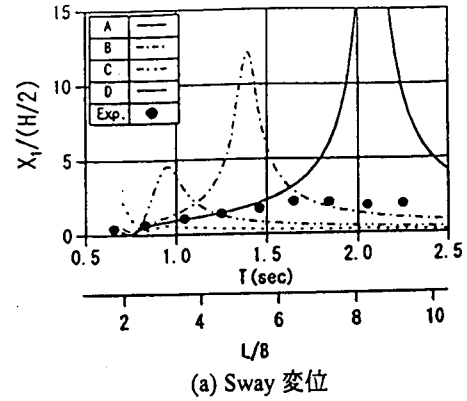
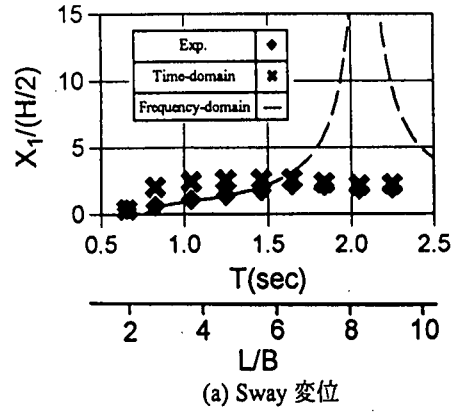


図-6 動揺変位の実験結果と算定結果(H=5.0cm)

図-7 等価線形バネ常数による動揺変位の変化(H=5.0cm)

4. 2 動揺変位

図-6は、作用波高 $H=5\text{cm}$ のときの動揺変位に関する実験結果と算定結果の比較を示す。(a)～(c)図は、運動モード別の結果に対応してお

り、図中には時間領域解析および周波数領域解析の両者による算定結果が示してある。ここで、Roll変位は、その回転角変位に堤体幅 B の $1/2$ を乗じた後に入射波振幅で無次元化してある。なお、このときの周波数領域の解析で採用した等価線形バネ常数は、静的平衡時における値とした。

これらの図より、Sway変位は、時間領域解析と周波数領域解析による算定結果に大きな相違が見られるのに対して、HeaveおよびRoll変位はほぼ同程度の大きさであることが認められる。これは、等価線形バネ常数を用いた周波数領域の解析では、Sway方向に共振動揺を予測するため、実際には図-5に典型例を示すように変位に伴いバネ常数が増大する効果を考慮できないことによる。実験結果と算定結果を比較すると、係留反力の非線形特性を直接的に考慮できる時間領域解析による結果が実験結果により近いものとなっている。しかしながら、HeaveおよびRoll変位については、周波数領域の解析によってもほぼ推定できることがわかる。これは、HeaveおよびRoll方向には静水力学的な復元力が存在し、その大きさは係留ラインによるものより卓越するため、結果的に係留ラインによる非線形復元力の効果がほとんど影響しないことによるものと考えられる。

次に、周波数領域での解析法を便宜的にカテナリー係留された浮体を使用するときに問題となる、等価線形バネ常数の設定法について検討してみた。図-7はその一例を示すもので、図中のAよりDへは、静的平衡時の等価バネ常数から、ラインがアンカー点で水底に接する緊張状態下でのそれまで変化させたときの算定結果と実験結果の比較である。この図より、何れの等価線形バネ常数を用いても、周波数領域の解析ではSway変位を予測することは困難であることがわかる。また、HeaveおよびRoll変位は、共振点近傍を除けば、静的平衡時の等価線形バネ常数を採用することにより、ほぼ推定できるようである。

5. 結語

係留ラインが緊張状態に近づくと、その復元力特性は強い非線形性を示すようになる。そして、このような状況下での浮体の水平動揺変位は、周波数領域での解析法による推定では不十分で、時間領域での解析法を用いる必要がある。特にこの傾向は、水平動揺方向への共振点付近で顕著である。一方、鉛直および回転動揺変位は、それらの方向の総復元力に占める係留復元力の割合が小さいことから、浮体の静的平衡状態下での係留ラインの等価線形バネ常数を用いて、周波数領域の解析法によってもほぼ推定できる。

参考文献

- 1) 係留システム設計指針、日本海事協会、pp.115-256, 1983.
- 2) 元良誠三監修：船体と海洋構造物の運動学、成山堂書店、pp.198-204, 1982.
- 3) 高木又男・斉藤公男：非周期造波問題の周波数領域での取り扱い(第5報)、関西造船協会誌、第191号、pp.51-59, 1983.
- 4) Cummins, W. E.: The impulse response functions and ship motion, Dept. of Navy, David Taylor Model Basin, Washington D. C., Report 1661, 1962.
- 5) Beck, F. R. and A. R. Magee (1991): Time-domain analysis for predicting ship motions, Proc. of Int. Union of Theoretical and Applied Mech., Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, Development in Marine Technology, Vol.7, pp.49-64.
- 6) 中村孝幸・森田知志・小野正順(1987): 斜波中における任意断面浮体まわりの波浪変形の算定法、海洋開発論文集、Vol.3, pp.65-70, 1987.
- 7) John, F.: On the motions of floating bodies II, Comm. Pure Appl. Math., Vol.3, pp.45-101, 1950.
- 8) 庄司邦昭：係留浮体の運動と係留索の張力に関する研究、日本造船学会論文集、第138号、pp.233-246, 1975.
- 9) Biggs, J. M. (1964): Introduction to structural dynamics, pp.1-31, McGraw-Hill.