

ラグランジュ的粒子追跡による広島湾湾奥部の海水交換に関する研究

Study on tidal exchange in Hiroshima Bay by the Lagrangean Analysis of Particle Motion

早川典生*・細山田得三**・西川誠***・宝田盛康****・犬飼直之*****

Norio Hayakawa, Tokuzo Hosoyamada, Makoto Nishikawa, Moriyasu Takarada, Naoyuki Inukai

The knowledge of tidal exchange out of a stagnant bay is often required in understanding the behavior of the water quality. Hiroshima Bay which is located deep inside the Seto Inland Sea is chosen as the subject area. A variety of Lagrangean methods are tested to give the best method to reproduce the analytical results. To test the validity of this method, the results of a numerical study is compared with a float dispersion study using the hydraulic model, demonstrating effectiveness of the numerical methods.

Keywords : tidal exchange, stagnant bay, float dispersion

1. はじめに

一般に閉鎖性海域には、湾口部からの潮汐による水平循環流と湾奥部の停滞性水域が存在している。この停滞性水域に富栄養な河川水や工場廃水が流入すると、長時間滞留することから水質が悪化する恐れがある。数多くの湾や灘が存在する瀬戸内海の中でも、広島湾は湾口部が狭く、また、湾内に数多くの島が存在する非常に閉鎖性の強い海域である（図-1）。このような閉鎖性海域の有効利用と環境保全を考える上で、海域内の流動機構と海水交換性を明らかにすることは重要な課題である²⁾。近年、電子計算機の発達に伴い、これらの問題の数値的予測手法として有限要素法や境界適合格子の導入、また、高度な乱流モデルの開発など海域環境問題における数値計算法が進展している。その中であって、粒子追跡による方法は、比較的簡便な方法であり、適用された実績も多いが³⁾、そのアルゴリズムの妥当性や実験による検証は十分であるとは言えない。本研究では、代表的な閉鎖性海域である広島湾を研究の対象とし、広島湾湾奥部に放出したマーカーの運動を追跡することにより、閉鎖性海域の海水交換性について定量的な評価を行うことを目的としている。

広島湾の流動機構と海水交換性については、現地観測、水理模型実験、数値実験を用いた研究成果が報告されている。現地観測では、費用や測定精度に問題があり、また広域なデータの同時取得が不可能である。また、室内実験には、相似率等の問題がある。そこでより汎用性の高い手法として数値実験による予測が有効である。本研究では、まず、数値実験によって種々のラグランジュ的粒子追跡法を適用し、比較検討した。次いで広島湾を対象として2次元単層非定常モデルを用いて潮流計算を行い、湾内流れを再現した。その潮流場を用いて、マーカーを追跡することによって海水交換性に関する定量的な評価を行った。また、瀬戸内海大型水理模型実験内の広島湾を使用して海域内に放出したフロートの追跡を行い、その結果と数値実験結果との比較検討することにより、本研究で開発した数値解析手法の妥当性を確めた。

2. 粒子追跡計算法

閉鎖性海域に含まれている種々の海洋汚染因子が流れそのものに対して影響を与えないと仮定する。この場合、流れの場を知ることができれば、汚染物質を追跡することによってその広がり様子を定量的に把握することができる。本研究では汚染物質を含んだ微小な水塊にマーカーを付け、与えられた潮流場においてこれを追跡する。流れの場が既知の場合、これに従って浮遊していく粒子の位置を予測する計算法は既にいくつか提案されている。ここではこれらの考え方を整理し、粒子の軌道の厳密解が既に得られている理想的な流れ場に適用して妥当性を評価する。

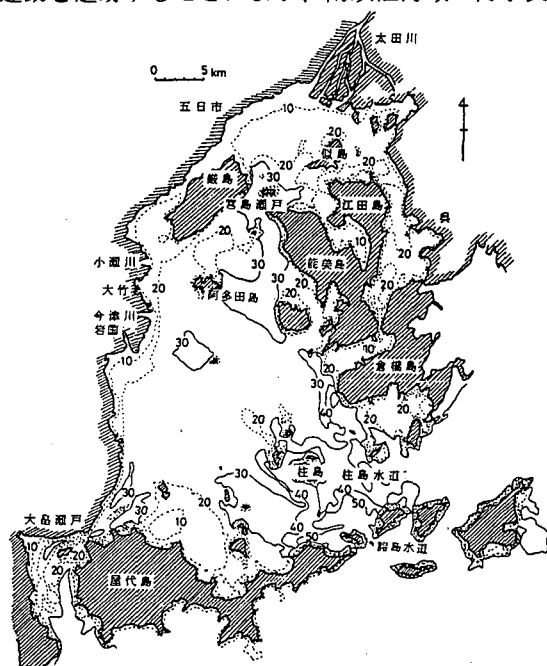


図-1 広島湾地形図

*正会員 長岡技術科学大学建設系教授 (〒239新潟県長岡市上富岡町1603-1)

**正会員 長岡技術科学大学建設系助手

***正会員 (株) ニュージェック

****正会員 通産省中国工業技術研究所

*****正会員 (株) アイエヌエー

マーカの移動距離 $\Delta x (= x_1 - x_0)$ 、 $\Delta y (= y_1 - y_0)$ は、図-2に示すように時間 t_0 における位置を (x_0, y_0) 、 $\Delta t (= t_1 - t_0)$ 時間後のフロートの位置を (x_1, y_1) とすると式 (1) で表すことができる。

$$\Delta x = \int_{t_0}^{t_1} u(x(t), y(t), t) dt \quad \Delta y = \int_{t_0}^{t_1} v(x(t), y(t), t) dt \quad (1)$$

ここでマーカが、時間 t_1 における流速 (u^{t_1} 、 v^{t_1}) と時間 t_0 における流速 (u^{t_0} 、 v^{t_0}) の平均流速で移動するものと仮定すれば、上式はそれぞれ以下になる。

$$\Delta x = \frac{\Delta t}{2} [u(x(t_0), y(t_0), t_0) + u(x(t_1), y(t_1), t_1)] \quad \Delta y = \frac{\Delta t}{2} [v(x(t_0), y(t_0), t_0) + v(x(t_1), y(t_1), t_1)] \quad (2)$$

ここで

$$u(x(t_0), y(t_0), t_0) = u^{t_0}, \quad v(x(t_0), y(t_0), t_0) = v^{t_0}$$

とにおいて、上式の (u^{t_1} 、 v^{t_1}) を ($x(t)$ 、 $y(t)$ 、 t_0) でTaylor展開し、整理すると以下のようにになる。

$$\frac{x^{t_1} - x^{t_0}}{\Delta t} = u^{t_0} + \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} (x^{t_1} - x^{t_0}) + \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial y} (y^{t_1} - y^{t_0}) + \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial t} \Delta t \quad (3-1)$$

$$\frac{y^{t_1} - y^{t_0}}{\Delta t} = v^{t_0} + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial x} (x^{t_1} - x^{t_0}) + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} (y^{t_1} - y^{t_0}) + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial t} \Delta t \quad (3-2)$$

Δt 時間後のマーカの位置 (x^{t_1} 、 y^{t_1}) を求めるには、上式を連立することによって簡単に解くことができる。本研究では、マーカ移動距離式として、式(3-1)、(3-2)の右辺第1項まででよい、2項以降も含めるか判断するために以下の3ケースについて、人為的に発生させた潮流場を用いて計算を行った。

〔ケース1〕 右辺第1項の速度のみ考慮する。移動距離は、以下の式で表せる。

$$\Delta x = u^{t_0} \Delta t \quad \Delta y = v^{t_0} \Delta t \quad (4)$$

〔ケース2〕 右辺第3項の速度勾配まで考慮する。

移動距離は、以下の式で表せる。

$$\Delta x = \left[\frac{u^{t_0} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} \Delta t \right) + \frac{1}{2} v^{t_0} \frac{\partial u}{\partial y} \Delta t}{\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \Delta t \right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} \Delta t \right) - \frac{1}{4} \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} (\Delta t)^2} \right] \Delta t$$

$$\Delta y = \left[\frac{v^{t_0} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \Delta t \right) + \frac{1}{2} u^{t_0} \frac{\partial v}{\partial x} \Delta t}{\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \Delta t \right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} \Delta t \right) - \frac{1}{4} \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} (\Delta t)^2} \right] \Delta t \quad (5)$$

〔ケース3〕 右辺第4項の時間に関する項まで考慮する。

移動距離は、以下の式で表せる。

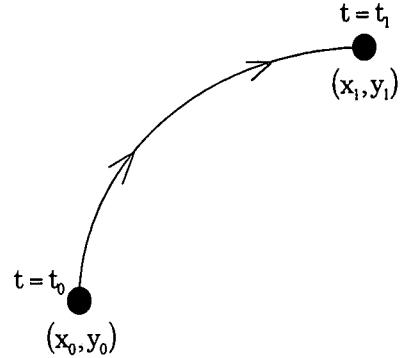


図-2 粒子追跡概念図

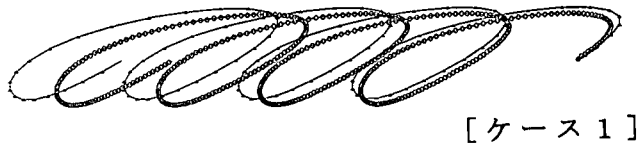
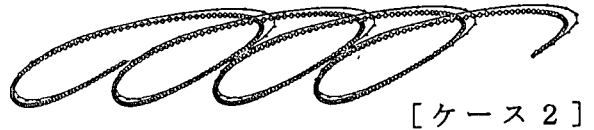
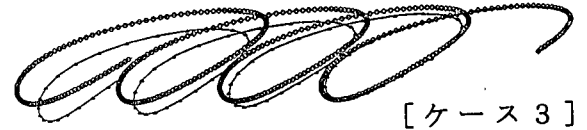


図-3 粒子追跡計算の比較

$$\Delta x = \left[\frac{\left(u^0 + \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial t} \Delta t \right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} \Delta t \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial y} \left(v^0 \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial t} (\Delta t)^2 \right)}{\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \Delta t \right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} \Delta t \right) - \frac{1}{4} \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} (\Delta t)^2} \right] \Delta t \quad \Delta y = \left[\frac{\left(v^0 + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial t} \Delta t \right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \Delta t \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial x} \left(u^0 \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial t} (\Delta t)^2 \right)}{\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \Delta t \right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} \Delta t \right) - \frac{1}{4} \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} (\Delta t)^2} \right] \Delta t \quad (6)$$

人為的に発生させる潮流場は、水深一定の水平2次元の無限に広い海域を想定し、次式で表す。

$$u = u_0 \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi \right) \quad v = v_0 \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{T} t \right) \quad (7)$$

ここに T は潮流の周期、 φ は初期位相である。それぞれ12時間、 $\pi/4$ を用いた。振幅 u_0 , v_0 は、それぞれ、 1.5×10^{-4} y (m/s)、 1 (m/s) の値を用いた。すなわちこの潮流場は、位相は一樣であるが、シアが存在する。そして、潮流場を時間積分することにより得られる理論解とケース1~3の計算手法を比較することによって、マーカーの移動距離式を決定した。計算のタイムステップは30分とした。図-3に計算結果を示す。図中の○が理論解、△が計算結果である。ケース2の速度勾配まで考慮した計算手法が最も理論解との一致が良いことが分かる。ケース2の手法をラグランジュ的マーカー追跡計算に採用することにした。

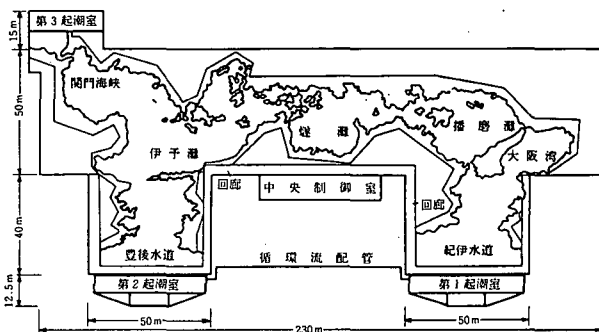


図-4 瀬戸内海大型水理模型実験

3. 2次元粒子拡散実験

3.1 大型水理模型実験による粒子拡散

室内実験による粒子拡散実験は瀬戸内海大型水理模型内 (図-4) の広島湾を使用して行った。本大型水理模型は水平縮尺1:2000、鉛直縮尺1:159、時間縮尺1:159の歪み模型であり、フルードの相似則を適用している。まず、起潮装置によって模型内に潮流を発生させた。粒子拡散実験は十分長い時間が経過した後の定常的な潮流場を用いて行われた。実験に先立ち、湾内の潮位・流速を測定し湾内の流況を調べた。次いで湾奥部の海水交換性を評価するために、粒子群拡散による海水交換実験を行った。実験に用いた粒子は、直径6cm、比重0.92のボールである。

60周期後のボールの輸送分布を図-5に示す。広島湾奥部 (斜線領域) にボールを一様に放出し (合計263個) ボールの輸送分布を求めた。これより湾奥部に放出したボールは、主に宮島瀬戸から流出し、呉水道ではボールは往復運動するものの、流出はあまり認められなかった。湾中央部に流出したボールは、湾中央部に存在する反時計回りの環流に沿って帯状に分布しているのが分かる。また、湾奥部に残留するボールの数からボールの残留率の時間変化を求めた。結果を図-6に示す。これより湾奥部の海水は、約60周期 (約30日) で全体の60%程度交換することが分かった。

3.2 潮流シミュレーション結果を用いた粒子拡散計算

粒子拡散計算に先立ち、広島湾における潮流シミュレーションを行った。潮流計算には、二次元単層非定常モデルを用い、既に本モデルの差分法として確立しているADI法¹⁾ (Alternating Direction Implicit Method) によって、流れの基礎方程式である連続式、運動方程式を離散化して計算を行った。計算に用いた基礎方程式を式(8)、(9-1、2)に示す。

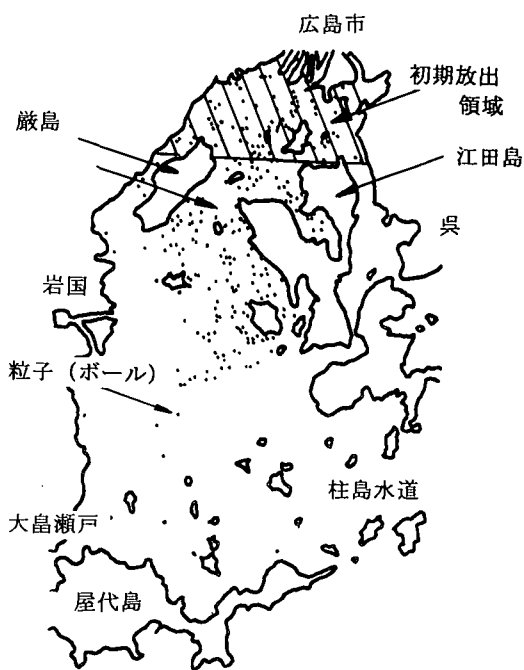


図-5 実験に用いたボールの移動分布

連続式

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(h + \zeta)u] + \frac{\partial}{\partial y} [(h + \zeta)v] = 0 \quad (8)$$

運動方程式

x 方向

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{g u \sqrt{u^2 + v^2}}{(h + \zeta) C^2} - A_h \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (9-1)$$

y 方向

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f u + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{g v \sqrt{u^2 + v^2}}{(h + \zeta) C^2} - A_h \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (9-2)$$

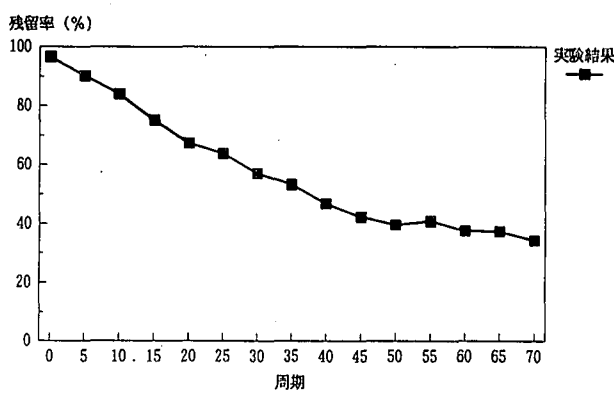


図-6 湾奥部のボール残留率の時間変化

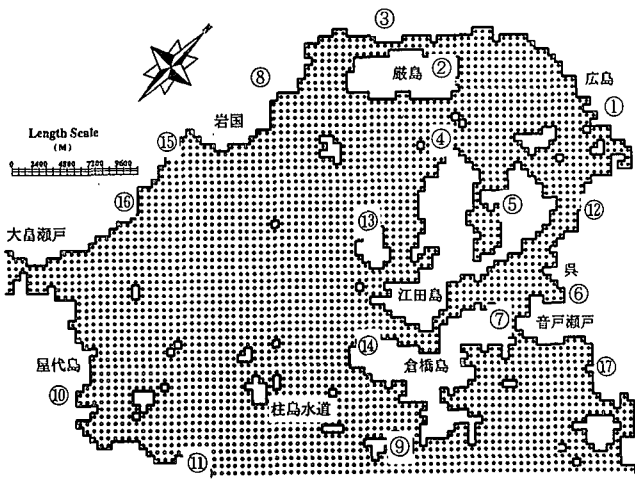


図-7 計算領域と格子網

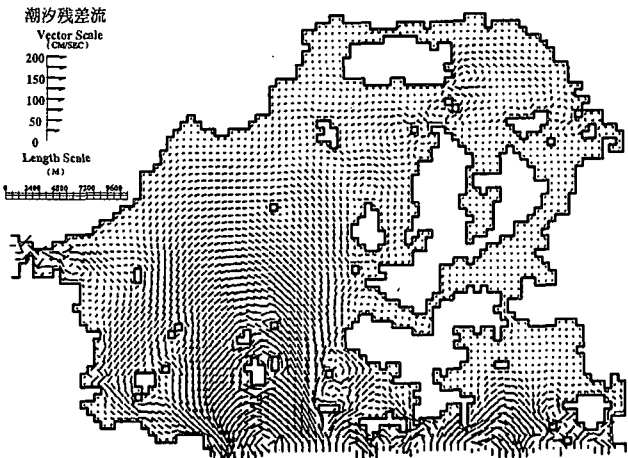


図-8 計算結果 (潮汐残差流)

広島湾は、湾口部として大島瀬戸と柱島水道がある。この柱島水道からの流れの主流方向と座標軸を一致させるために、X軸を北東方向、Y軸を北西方向とした。計算領域と格子網を図-7に示す。また、式中に現れる各係数の定義とその値及び計算条件を表-1に示す。

図-8及び図-9はそれぞれ数値シミュレーションによって求めた広島湾内の潮汐残差流および図-8中に番号で示した計算領域各点における潮位の振幅を示している。計算領域の開境界付近で比較的大きな潮汐残差流がみられ、湾奥部ほど小さな値となっている。潮位の振幅は実験値と計算値でよく一致している。以上の結果より、本シミュレーションの結果は、ほぼ妥当なものであることが分かる。これらの計算結果をもとにして粒子の拡散計算を行った。粒子の追跡計算のアルゴリズムは、前節で得られた結果に基づき速度勾配を考慮したものを採用した。実際の海域では、汚染物質はさらに乱流拡散の影響を受けて移動していくので、乱流拡散の効果を表す乱数成分を加えることにより粒子を移動させた。乱流拡散を考慮した粒子の移動距離は、以下のようになる。

表-1 計算条件	
格子間隔	600 m
タイムステップ	60 sec
周期	12 hr
コリオリ力	$f = 2\omega \sin \varphi = 8 \times 10^{-5} \text{ (} \varphi = 34^\circ \text{)}$
粗度係数	$C = \frac{1}{n} h^{1/2} \quad n = 0.03$
河川流量	太田川年平均流量 $90 \text{ m}^3/\text{sec}$
渦動粘性係数	$A_h = 5.0 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{sec}$

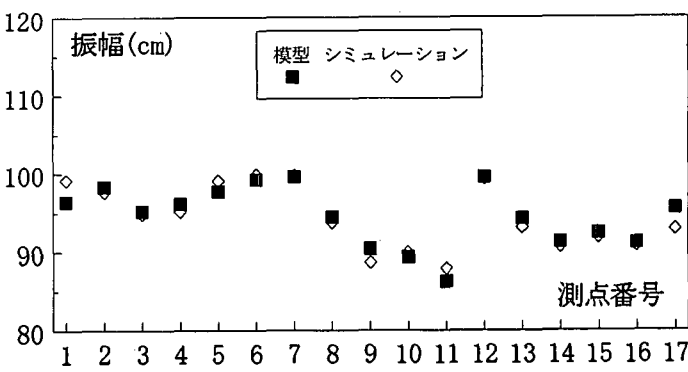


図-9 実験と計算の比較 (潮位振幅)

$$\Delta x = \left[\frac{u^0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} \Delta t \right) + \frac{1}{2} v^0 \frac{\partial u}{\partial y} \Delta t}{\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \Delta t \right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} \Delta t \right) - \frac{1}{4} \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} (\Delta t)^2} \right] \Delta t + \sqrt{2K\Delta t} \gamma$$

$$\Delta y = \left[\frac{v^0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \Delta t \right) + \frac{1}{2} u^0 \frac{\partial v}{\partial x} \Delta t}{\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \Delta t \right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} \Delta t \right) - \frac{1}{4} \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} (\Delta t)^2} \right] \Delta t + \sqrt{2K\Delta t} \gamma \quad (10)$$

ここにKは乱流拡散係数、 γ は平均0、分散1の正規乱数である。

乱流拡散係数は、瀬戸内海では海峡部で $10^5 \sim 10^6$ (cm²/s)、瀬部で $10^4 \sim 10^5$ (cm²/s) 程度であると言われていることから、湾全域で一定として計算を行った。乱流拡散係数は、 5×10^5 (cm²/s) とした。湾奥部の粒子残留率を図-10に示す。図中の■が模型実験結果、◇が数値計算結果である。これより、数値実験の方が粒子が早く流出するが、40周期以降は模型実験の結果とよく一致していることが分かる。60周期後の粒子の輸送分布を図-11に示す。湾奥部に放出した粒子は、模型実験結果と異なり、宮島瀬戸からだけでなく、呉水道からも多く流出している。これは、乱流拡散係数を湾内全域で一定としたために生じたと考えられる。実際の海域では、海岸形状や海底地形の形状の違いによって、流況が異なる。そこで本研究では、図-12に示す領域で乱流拡散係数を変化させて計算した。それぞれの領域で与える乱流拡散係数の大きさは、表-2に示すとおりである。

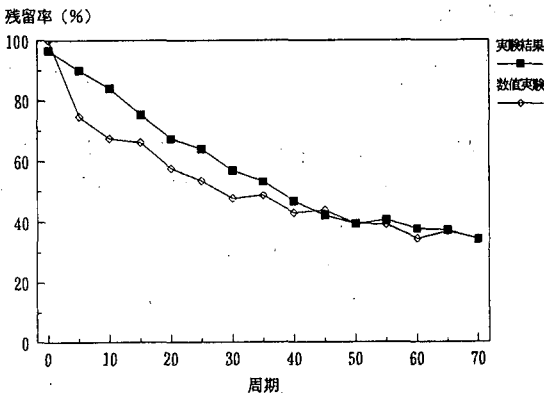


図-10 粒子残留率の時間変化(K：一定)

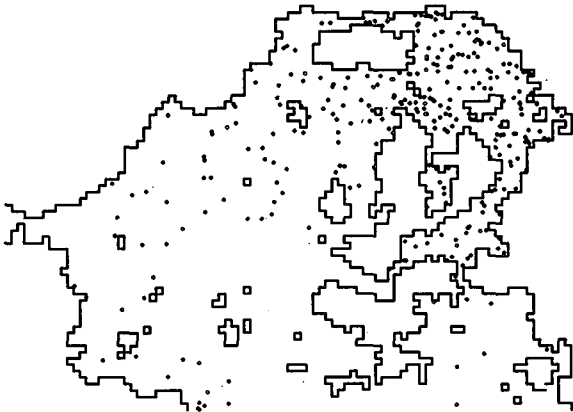


図-11 粒子の分布 (K：一定)

表-2 各領域の乱流拡散係数の値

領域	乱流拡散係数(cm ² /sec)
A	5.0×10^5
B	1.5×10^5
C	8.0×10^5
D	3.0×10^5

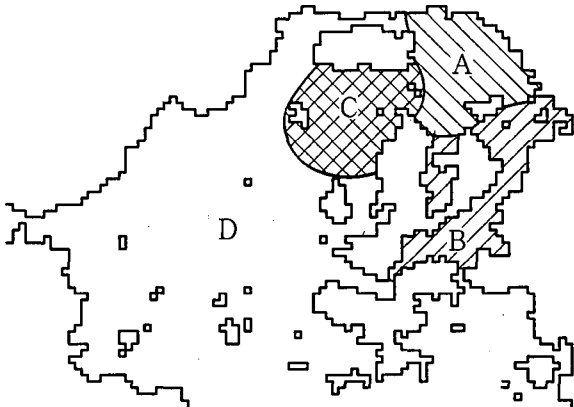


図-12 湾内領域区分図

湾奥部における、粒子の残留率を図-13に示す。数値実験の方が早く流出するものの、模型実験と同じような残留率を示すことが分かる。60周期後の計算結果を図-14に示す。乱流拡散係数に空間分布を与えることによって、呉水道からの流出が少なくなり、湾中央部に流出した粒子は、反時計回りの循環流に沿って分布しているのが分かる。以上の結果から、乱流拡散係数に空間分布を与えることにより、粒子の輸送分布を再現することが確認できた。

4. 結論

- (1) 二次元単層モデルで潮流計算を行い代表的な閉鎖性海域である広島湾の流況を再現することができた。
- (2) 潮流場を一周期平均することにより潮汐残差流を求め、潮流が卓越する領域では、密度成層および風の影響を考慮しないモデルでも現地の恒流成分を再現可能であることを示した。
- (3) 粒子追跡の計算アルゴリズムを詳細に検討し、人為的に発生させた潮流場について適用し、速度勾配を考慮した計算手法が最も妥当なものであることがわかった。
- (4) 再現した潮流場を用いて粒子拡散数値実験を行い、乱流拡散係数に空間分布を与えることによって、粒子追跡を再現することが確認できた。

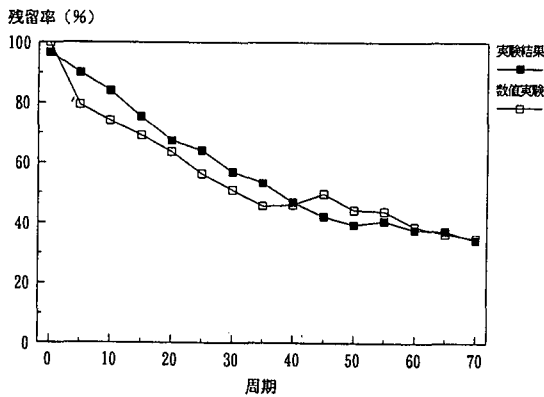


図-13 粒子残留率
(乱流拡散係数に分布)

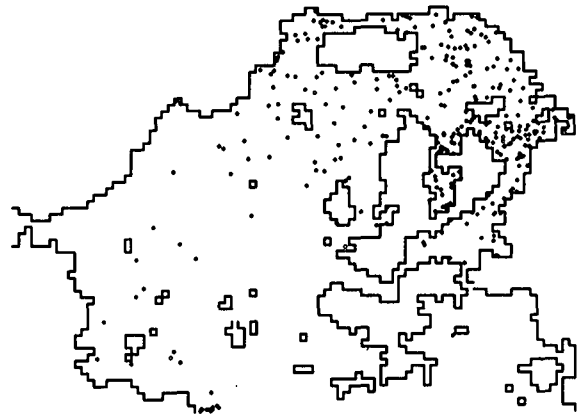


図-14 粒子の分布
(乱流拡散係数に分布)

参考文献

- 1) 堀江毅：沿岸海域の水の流れと物質拡散に関する水理学的研究、港湾技研資料No. 360, 1980
- 2) 広島湾栄養塩収支挙動調査検討協議会：広島湾栄養塩収支挙動調査報告書、1982
- 3) 國司秀明 他：潮流による海水交換、昭和56年度科学研究費補助金一般研究B研究成果報告書、1980
- 4) 中国工業技術試験所：瀬戸内海全域の汚濁予測に関する研究報告書、1980
- 5) 中国工業技術試験所：潮流制御による瀬戸内海環境保全技術に関する研究、中国工業技術試験所研究報告第8号、1992
- 6) 海上保安庁水路部：沿岸水と外洋水の交換機構に関する研究ならびに海湾流出量に関する研究
- 7) 上嶋英樹：瀬戸内海の物質輸送と海水交換性に関する研究、中国工業技術試験所研究報告第1号、1986
- 8) 西川誠：フロート拡散による海水交換評価法に関する研究 長岡技術科学大学修士論文、1995
- 10) 山根辰雄：数値モデルにおける拡散係数に関する研究、長岡技術科学大学修士論文、1995
- 11) 西川・早川・細山田・山根・宝田：数値拡散モデルによる湾内水の交換機構、海岸工学論文集第42巻、1995 (印刷中)
- 12) Bennet, J.H., Clites, A.H.: Accuracy of Trajectory Calculation in a Finite-Difference Calculation Model, Journal of Computational Physics, 68, 272-282 (1987)