

交差する波と流れによる底面せん断応力経時変化の簡単な計算法

Time-Varying Bottom Friction due to Waves and Current Interacting at An Arbitrary Angle

田中 仁*・アウン・トゥー**

Hitoshi Tanaka Aung Thu

A simple method is proposed to calculate an instantaneous bottom shear stress under waves and current crossing at an arbitrary angle, on the basis of the theoretical study of Tanaka and Shuto (1981). Although the exact solution derived Tanaka and Shuto is expressed in terms of the complex-valued Bessel functions, the approximate solution presented in this study is very simple with reasonable accuracy. This method can, therefore, be extensively applied to practical coastal problems such as sediment transport and wave energy attenuation under coexistence of waves and current.

Keywords: bed friction, boundary layer, waves and current

1. 序 論

一般に、波浪は潮流や河川流、沿岸流などの一方向流と共存する場合が多い。このような場における底面せん断力は時間的・空間的に複雑な挙動を示すが、実用上は海底面に働く外力として、底面せん断応力の最大値が用いられることが多い。波と流れによる摩擦係数を用いることにより、このような特性値を計算することが出来る。ただし、通常用いられる波・流れ共存場の摩擦係数は剪断応力の最大値を求めるためのものであり、その作用方向や波の位相変化に伴う剪断力ベクトルの経時変化の推定は出来ない。二次元造波水路内のように波・流れが同方向に進む場合には、剪断力ベクトルが順・逆の二方向にしか変化せず比較的単純であるが、交差する波・流れ場においては境界層が三次元的構造を有し、一周期の剪断力の作用方向が二次元平面上で複雑に変化することとなる。交差する波と流れによる底質移動量・移動方向はこのような複雑な剪断力の変化特性と密接に結びついており、海浜地形変化予測の精度を向上させるためには、交差する波・流れによる剪断力の推定方法を確立する必要がある。

現在までに、交差場における底面せん断応力については、Grant and Madsen¹⁾、Tanaka and Shuto²⁾、Christoffersen and Jonsson³⁾、Fredsoe⁴⁾、Davies et al.⁵⁾、Myrhaug and Slaattelid⁶⁾などの研究がある。これらのうちのいくつかは数値計算に基づくものであり、実用面への応用性は乏しい。また、解析解が得られるモデルについても、その解の多くは複素ベッセル（ノイマン）関数により表現されるため、せん断力の経時変化を計算することは容易ではない。

そこで、本研究では上記の理論のうち、Tanaka and Shuto²⁾により得られた解をもとにして、任意の角度で交差する波と流れによる底面せん断応力ベクトル(τ_{0x} , τ_{0y})を算定するための簡便な手法を提案する。まず、同手法による計算結果と厳密解との比較を行い、その精度を検討した。さらに、波動のみのケースは共存場のひとつの極限であることから、すでに十分なデータの蓄積がある波動場を対象として今回提案した手法の精度を検討した。

2. 底面せん断応力の計算法

2. 1 Tanaka and Shutoの解²⁾の変形

本研究ではTanaka and Shuto²⁾による渦動粘性係数モデルをもとに理論を展開する。同モデルによる摩擦係数は既往の実験結果との対応も良好であり、また簡便な式形の摩擦係数式が提案されているため、現在までに多くの実務上の問題で使用されている。

無次元表示された底面せん断力 $\tau_{0i}(t)$ の経時変化の厳密解は、田中・トゥー⁷⁾と同様な変形を行うことにより次式のように表される。ただし、座標系および交差角 ϕ の定義は図-1に示すとおりであり、また、乱流状態のみを対象とする。

* 正会員 東北大学工学部土木工学科 (〒980-77 仙台市青葉区荒巻字青葉)

** 元アジア工科大学水資源工学科

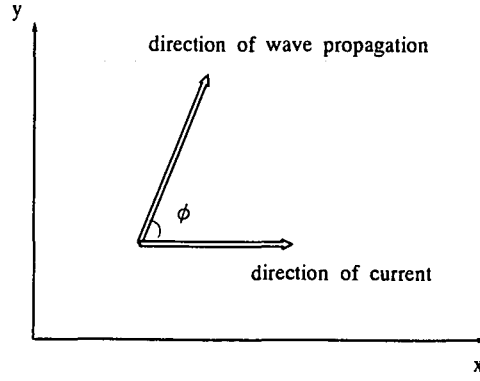


図-1 座標系の定義

$$\begin{aligned}\tau_{0s}(t) &= (\tau_{0sx}, \tau_{0sy}) = \frac{\tau_0(t)}{\frac{\rho}{2} f_{cw} \hat{U}_w^2} \\ &= (\lambda, 0) + \{(1 - \lambda^2 \sin^2 \phi')^{1/2} - \lambda \cos \phi'\} \cos(\sigma t + \theta) (\cos \phi, \sin \phi)\end{aligned}\quad (1)$$

ここに、 $\tau_0(t)$:せん断力ベクトル、添え字 x, y はせん断応力の作用方向を表し、 ρ :流体密度、 $\hat{U}_w$:波動境界層外縁における波動流速の振幅、 σ :角振動数、 t :時間、 θ :せん断応力の位相の進みである。また、共存場の摩擦係数 f_{cw} 、 λ および ϕ' の定義式は次のようである。

$$\tau_{0max} = \rho \frac{f_{cw}}{2} \hat{U}_w^2 \quad (2)$$

$$\lambda = \kappa \alpha \sqrt{\frac{2}{f_{cw}}} \quad (3)$$

$$\phi' = \cos^{-1}(|\cos \phi|) \quad (4)$$

ここで、 τ_{0max} :底面せん断力の最大値、 κ :カルマン定数である。また、波・流れの交差角 ϕ には制限がないが、 ϕ' は0から $\pi/2$ の範囲にあるものとする。式(3)中の α は次式で定義される。

$$\alpha = \frac{1}{\ln(z_0/z_0)} \frac{\bar{u}_c}{\hat{U}_w} \quad (5)$$

ここで、 z_0 :水深、 z_0 :粗度高さ、 $\bar{u}_c$:定常流の断面平均流速である。なお、前報⁷⁾と λ の定義が異なることに注意されたい。

式(1)を変形すれば、せん断力の絶対値およびその作用方向 $\phi(t)$ の経時変化は次の二式で与えられることがわかる。

$$|\tau_{0s}(t)| = [\lambda^2 + 2\lambda \{(1 - \lambda^2 \sin^2 \phi')^{1/2} - \lambda \cos \phi'\} \cos(\sigma t + \theta) \cos \phi + \{(1 - \lambda^2 \sin^2 \phi')^{1/2} - \lambda \cos \phi'\}^2 \cos^2(\sigma t + \theta)]^{1/2} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}\psi(t) &= \tan^{-1} \left[\frac{\tan \phi}{1 + \frac{\{(1 - \lambda^2 \sin^2 \phi')^{1/2} - \lambda \cos \phi'\} \cos \phi \cos(\sigma t + \theta)}{\lambda^2}} \right] \\ &\quad + 1\end{aligned} \quad (7)$$

さて、ここまでの操作は単に厳密解を変形しただけであり、その意味では上記の式は厳密解そのものと言うことが出来る。上式によれば、平面二次元に作用するせん断力ベクトルは、せん断力の位相の進みを考慮した位相角 $\sigma t + \theta$ 、波と流れの交差角 ϕ および波と流れの相対強度を示す λ の3つの変数により支配されることがわかる。ただし、位相差 θ や λ に含まれる f_{sw} の評価法については後述することとし、ここでは無次元化されたせん断力の経時変化が3つのパラメーターのみで記述出来ることを強調しておく。

λ を0.5とし、交差角 ϕ を 0° 、 30° 、 60° 、 90° と変化させた時の τ_{0x} 、 τ_{0y} の計算結果を図-2に示した。 $\phi=0^\circ$ では波と流れがともにx方向に進行するため、せん断力のy成分は存在しない。一方、交差角 90° ではx成分が流れによる一定値を示し、y成分のみが波動による時間変動を示す。

式(1)あるいは図-2から知れるように、本研究によれば波動成分せん断力の変化は正弦的である。一方、摩擦速度の変化が正弦的であり、せん断力は正弦関数の二乗に比例するとの報告もある⁹⁾。現時点ではこの点について詳細な検討を行うための資料は揃っていないが、少なくとも後に示す実験結果との比較によれば、本理論の結果は実験データと比較的良好一致を示すようである。

$\lambda=0.5$ 、 $\phi=60^\circ$ の時のせん断応力ベクトルの変化を図-3に示す。式(1)に見られるように、時々刻々のせん断力は最大値により無次元化されているので、 $\sigma t + \theta = 0$ に現れる無次元せん断力の大きさは1.0となっている。ここで得られた解によれば、図示した様にせん断応力ベクトルの先端は直線上を移動するが、これに対して、最近行われた実験 (Arnskov et al.⁹⁾) によれば8の字を描くとの報告もある。このような特性は渦動粘性係数の時間変化・波の非線形性とも関連していると考えられ、さらに詳細な検討の余地がある。

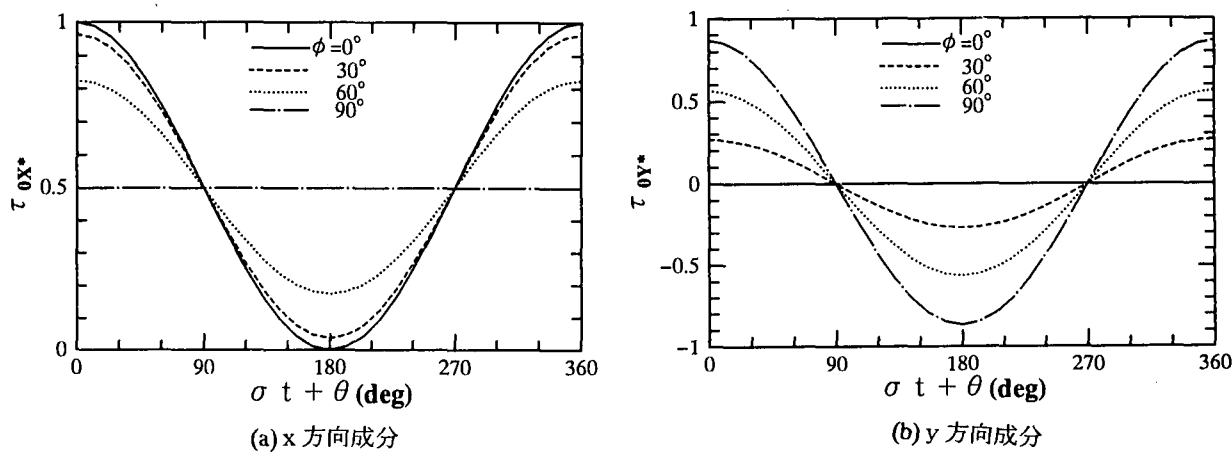


図-2 τ_{0x} 、 τ_{0y} の変化 ($\lambda=0.5$)

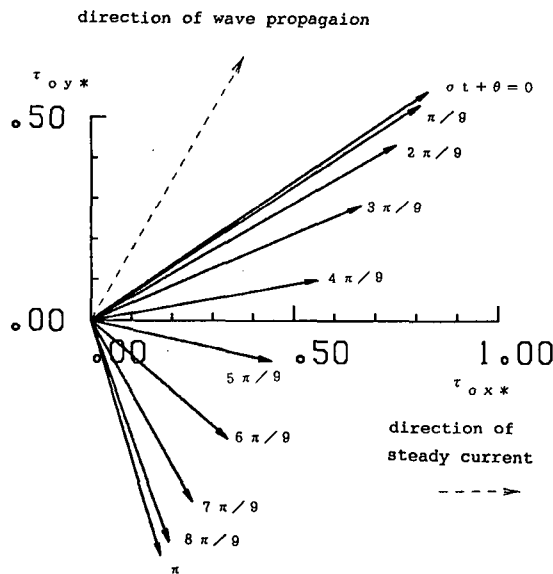


図-3 せん断力ベクトル ($\phi=60^\circ$ 、 $\lambda=0.5$)

2. 2 摩擦係数・位相差の算定方法

実際に与えられた水理条件・底質条件のもとでのせん断力を計算するには、式(1)、(6)、(7)において摩擦係数 f_w 、位相差 θ を代入する必要がある。これには、別途著者らにより提案されている近似式⁷⁾を用いれば良い。 f_w 、 θ の両者について粗面・滑面を対象として、初等関数で表された陽形式の近似式が提案されている。よって、これらの近似式を先に示した式群に代入することにより、初等関数の計算のみで底面剪断応力の経時変化が求まることとなる。よって、複素ベッセル・ノイマン関数で表現された厳密解²⁾に比べ、格段に計算が容易になっていると言える。

2. 3 厳密解と近似解の比較

ここで得られた計算手法の精度を確認するために、厳密解と近似解との比較を行った。図-4は粗面についての計算結果であり、(a)は絶対値、(b)は作用方向を示したものである。両者は非常に良好な一致を示していることがわかる。ただし、先に述べたように式(1)、(6)、(7)は厳密解を変形しただけであるので、それと等価である。よって、この図で検討されているのは、 f_w 、 θ の算定式の精度であると言ってよい。すでに文献7)に示したように陽形式算定式の精度は充分であるとの結果を得ており、この事実を踏まえれば図-4の結果は当然であるとも言える。同様な比較を滑面に対して行った結果を図-5に示した。ここで、式(5)で定義された α は粗面に対する式であるので、滑面では文献7)の式(48)を用いなければならない。また、図中で、 $Ra=\hat{U}_w^2/(\sigma \nu)$ 、 $Rc=\bar{u}_w z_0/\nu$ (ν :動粘性係数)である。やはり、粗面と同様に良好な一致が見られる。

なお、より広範な比較はThu¹⁰⁾によりなされている。

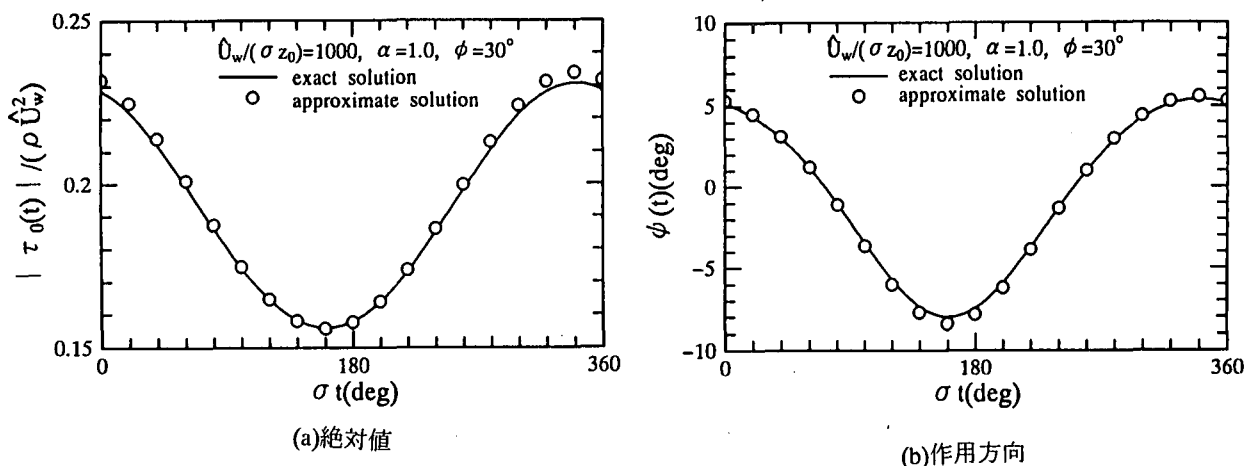


図-4 粗面でのせん断応力の計算例

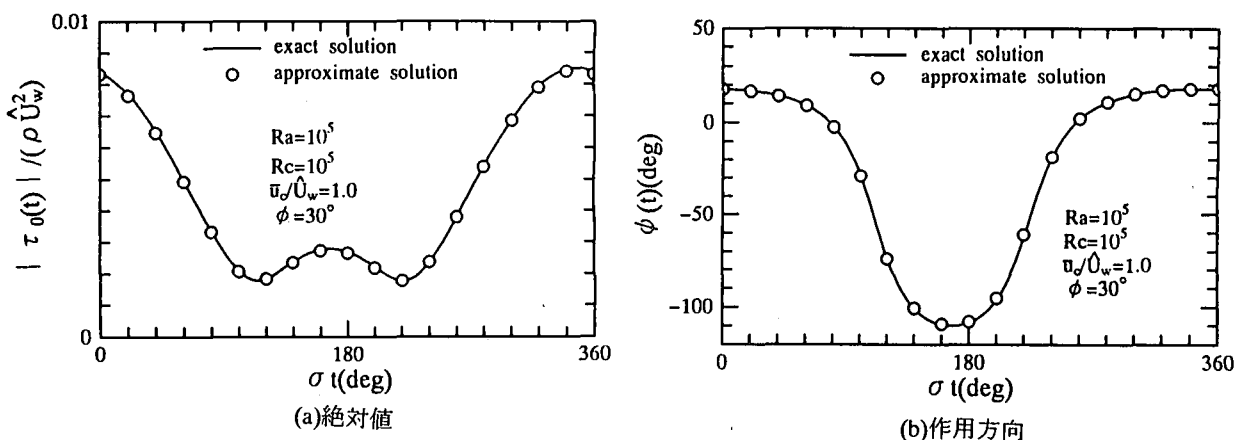


図-5 滑面でのせん断応力の計算例

3. 算定結果と既往の実験値との比較

現在までに交差する条件下での底面せん断応力の経時変化を測定した実験はほとんど存在しない。これは、実験がきわめて大規模になることと測定機器の制約による。ただし、波のみの場合については多くの実験データが蓄積されている。波のみの場合は共存場の一つの極限であり、本手法は波のみの場合にも適用できる。そこで、ここでは波動下での実験データをもとに以上の手法の検証を行う。

以下に示すせん断力の測定データは次のいずれかの方法によって得られたものである。すなわち、(i)底面近傍での速度分布への対数則のあてはめ、(ii)運動量方程式の数値積分である。実験はいずれもU字管振動流装置によって得られたものである。

図-6, 7はそれぞれSumer et al.¹¹⁾による滑面, 粗面の実験ケースに対する比較である。剪断力の最大値のみならず, 全般的な波形についても良好な一致が見られる。 $\sigma t=0$ は境界層外縁流速がゼロになる位相であるが, 実測されたせん断力は流速に対して位相が進んでいる。本理論によりこのような特性についても良好な予測結果が得られている。

図-8はJensen et al.¹²⁾, 図-9はSleath¹³⁾によるデータとの比較である。先の比較と同様に, 位相の進み具合, 全体的な波形を良好に予測していることがわかる。

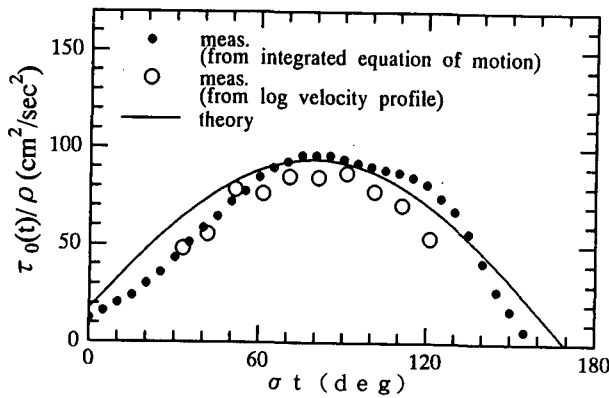


図-6 Sumer et al.¹¹⁾の実験結果との比較
(滑面, $\hat{U}w=210\text{cm/s}$, $T=8.12\text{s}$)

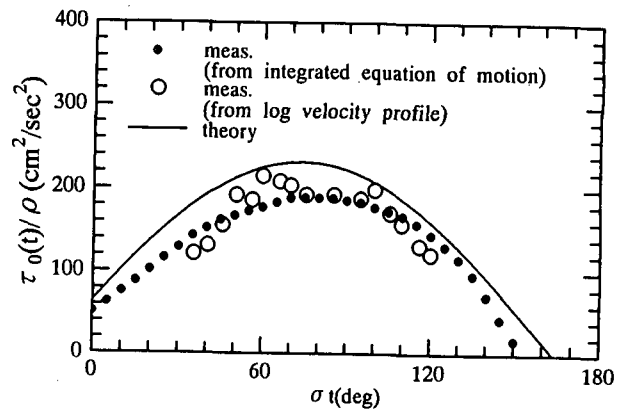


図-7 Sumer et al.¹¹⁾の実験結果との比較
(粗面, $\hat{U}w=210\text{cm/s}$, $T=8.12\text{s}$, $k_s=0.15\text{cm}$)

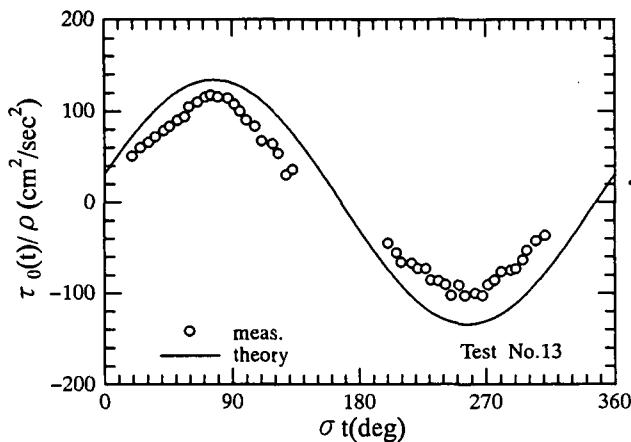


図-8 Jensen et al.¹²⁾の実験結果との比較
(Test No.13, $\hat{U}w=200\text{cm/s}$, $T=9.72\text{s}$, $k_s=0.084\text{cm}$)

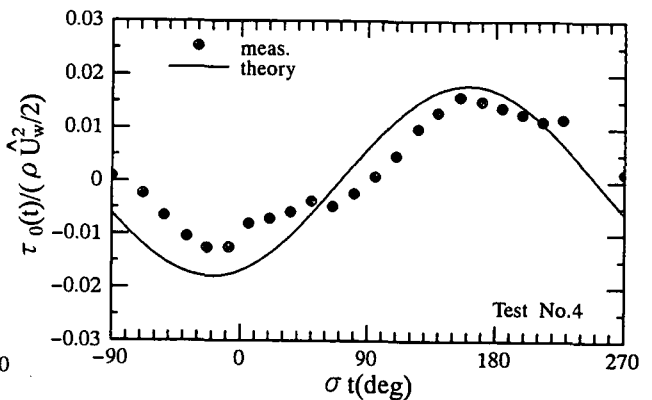


図-9 Sleath¹³⁾の実験結果との比較
(Test No.4, $\hat{U}w=61.7\text{cm/s}$, $T=4.58\text{s}$, $k_s=0.326\text{cm}$)

4. 結 語

Tanaka and Shuto²⁾ の波・流れ共存下での底面せん断応力の厳密解と、田中・トゥー⁷⁾ の摩擦係数・位相差の近似解をもとにして、任意の角度で交差する波・流れ共存下での底面せん断応力を算定するための簡便な手法を提案した。これによれば厳密解で必要であった複雑な複素関数の計算が要らず、きわめて実用的である。今回得られた近似解と厳密解との比較により本研究の手法の精度を検証したところ、十分な精度を有することが判明した。また、波動下における実験データとの比較により、手法の妥当性を検討した。ただし、現在のところ共存下でのデータはほとんど無いので、今後この様な条件下でのデータを蓄積し、より広範な検証を行う必要がある。

参考文献

- 1) Grant, W.D. and Madsen, O.S.: Combined wave and current interaction with a rough bottom, J. Geophys. Res., Vol.84, No.C4, pp.1797-1808, 1979.
- 2) Tanaka, H. and Shuto, N.: Friction coefficient for a wave-current coexistent system, Coastal Eng. in Japan, Vol.24, pp.105-128, 1981.
- 3) Christoffersen, J.B. and Jonsson, I.G.: Bed friction and dissipation in a combined current and wave motion, Ocean Eng., Vol.12, No.5, pp.387-423, 1985.
- 4) Fredsøe, J.: Turbulent boundary layer in wave-current motion, J. Hydr. Eng., Vol.110, No.8, pp.1103-1120, 1984.
- 5) Davies, A.G., Soulsby, R.L. and King, H.L.: A numerical model of combined wave and current bottom boundary layer, J. Geophys. Res., Vol.93, No.C1, pp.491-508, 1988.
- 6) Myrhaug, D. and Slaattelid, O.H.: A rational approach to wave-current friction coefficient for rough, smooth and transitional turbulent flow, Coastal Eng., Vol.14, pp.265-293, 1990.
- 7) 田中 仁・アウン・トゥー: 全てのflow regimeに適用可能な波・流れ共存場抵抗則, 土木学会論文集, No.467/II-23, pp.93-102, 1993.
- 8) Jonsson, I.G.: A new approach to oscillatory rough turbulent boundary layers, Ocean Eng. Vol.7, pp.109-152.
- 9) Arnskov, M.M., Fredsøe, J. and Sumer, B.M.: Bed shear stress measurements over a smooth bed in three-dimensional wave-current motion, Coastal Eng., Vol.20, pp.277-316, 1993.
- 10) Thu, A.: Wave-current friction coefficient spanning all flow regimes, Master Thesis, Asian Inst. Tech., Bangkok, Thailand, 94pp, 1992.
- 11) Sumer, B.M., Jensen, B.L. and Fredsøe, J.: Turbulence in oscillatory boundary layers, In Advances in Turbulence, G. Comte-Bellot and J. Mathieu, eds. Springer, Berlin, pp.556-567, 1987.
- 12) Jensen, B.L., Sumer, B.M. and Fredsøe, J.: Turbulent oscillatory boundary layer at high Reynolds numbers, J. Fluid Mech., Vol.206, pp.265-297, 1989.
- 13) Sleath, J.F.L.: Turbulent oscillatory flow over rough beds, J. Fluid Mech., Vol.182, pp.369-409, 1987.